П Р ИЛОЖ Е НИЕ

Доказательство теоремы 2.

Весовая функция $\tilde{\mathbf{h}}(s,\tau)$ может быть получена непосредственной минимизацией выражения (18) с учетом условия несмещенности оценки (6). Проще использовать для нахождения весовой функции обобщенный метод наименьших квадратов, заключающийся в минимизации квадратичной формы по $\mathbf{x}(t_1)$ и $\boldsymbol{\lambda}$ [2]:

$$L = \int_{\Omega} \nabla^T(t) G_{\hat{0}}^{-1} \nabla(t) dt + \boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{T}} \boldsymbol{\lambda}$$

где $\nabla(\mathrm{t}) = \tilde{\mathbf{y}}(\mathrm{t}) - \mathbf{c}(\mathrm{t}) \tilde{\mathbf{W}}(\mathrm{t}, \mathrm{t}_1) \mathbf{x}(\mathrm{t}_1) - \tilde{\mathbf{F}}^{\mathbf{T}} \boldsymbol{\lambda}$.

Дифференцируя L по $\mathbf{x}(t_1)$ и $\boldsymbol{\lambda}$ получим

$$\int_{\Omega} \tilde{\mathbf{W}}(\mathrm{t}, \mathrm{t}_1) \tilde{\mathbf{c}}(\mathrm{t}) G_{\hat{0}}^{-1} \nabla(\mathrm{t}) dt = 0,$$
$$\int_{\Omega} \tilde{\mathbf{F}}(\mathrm{t}) G_{\hat{0}}^{-1} \nabla(\mathrm{t}) dt = 0.$$

Вводя обозначения (27) и учитывая, что

$$\tilde{\mathrm{z}}(\mathrm{s}) = \mathbf{q}^{\mathrm{T}} \tilde{\mathbf{x}}(\mathrm{s}) = \mathbf{q}^{\mathrm{T}} \tilde{\mathbf{W}}(\mathrm{s}, \mathrm{t}_1) \mathbf{x}(\mathrm{t}_1) + \mathbf{B}^T(\mathrm{s}) \mu =$$
$$= \mathbf{q}^{\mathrm{T}} (\tilde{\mathbf{W}}(\mathrm{s}, \mathrm{t}_1) \mathbf{x}(\mathrm{t}_1) + \tilde{\mathbf{F}}_0^T(\mathrm{s}) \boldsymbol{\lambda}),$$

где $\tilde{\mathbf{F}}_0^T(\mathrm{s}) = (\, \tilde{\mathbf{B}}^T(\mathrm{s}),\ \mathbf{0}\,)$, и применяя блочное обращение матрицы $\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{V}} & \tilde{\mathbf{u}} \\ \tilde{\mathbf{u}}^T & \tilde{\Delta} \end{pmatrix}$, получим выражение (25) для весовой функции $\tilde{h}(s,\tau)$ и дисперсии ошибки фильтрации данных (26) в формулировке теоремы 2. В силу наблюдаемости системы (1) оценка $\tilde{\mathrm{z}}(\mathrm{s})$ существует, если отсутствует неопределенность, и, значит, при наличии неопределенности с ограниченными дисперсиями существует и искомое решение.