СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ/SYSTEM ANALYSIS, MANAGEMENT AND PROCESSING OF INFORMATION

DOI: https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.139.166

ИДЕНТИФИКАЦИЯ N-ЗВЕННЫХ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ МАНИПУЛЯТОРОВ

Научная статья

Рудаков Р.В.[1, *], Сержантова М.В.[2], Бойков В.И.[3]
[1] ORCID : 0009-0000-8345-2800;
[3] ORCID : 0000-0003-2561-0270;
[1, 2, 3] Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (rorud007[at]mail.ru)

Аннотация

Статья является практическим руководством для исследователей и инженеров, работающих в области механики твердого тела и динамики систем с несколькими степенями свободы. Инерционные параметры играют важную роль в контроле технических систем, поэтому рассмотрена задача идентификации манипуляционных робототехнических систем на основе теоремы идентифицируемости для класса линейных непрерывных стационарных динамических систем. Для решения поставленной задачи применен следующий подход – идентификация на скользящих режимах. Новизна решения состоит в применении полученных результатов для построения управления адаптивными многозвенных манипуляционных робототехническими системами в скользящем режиме. В скользящем режиме используется релейное управление, частота переключения которого стремится к бесконечности, при этом управление ограничено и соответствует возможностям техники.

Ключевые слова: уравнение Лагранжа, многозвенные объекты, идентификация объекта, манипуляционные робототехнические системы, адаптивные манипуляционные робототехнические системы, адаптивность, неоднородные системы, уравнение движения в форме Лагранжа, параметрическая идентификация.

IDENTIFICATION OF N-LINK ROBOTIC MANIPULATORS

Research article

Rudakov R.V.[1, *], Serzhantova M.V.[2], Boikov V.I.[3]
[1] ORCID : 0009-0000-8345-2800;
[3] ORCID : 0000-0003-2561-0270;
[1, 2, 3] Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint-Petersburg, Russian Federation

* Corresponding author (rorud007[at]mail.ru)

Abstract

The article is a practical guide for researchers and engineers working in the field of solid mechanics and dynamics of systems with several degrees of freedom. Inertial parameters play an important role in the control of technical systems, so the problem of identification of manipulative robotic systems based on the identifiability theorem for a class of linear continuous stationary dynamical systems is examined. The following approach – identification on sliding modes – is applied to solve the problem. The novelty of the solution consists in the application of the obtained results to the control design of adaptive multi-link manipulative robotic systems in sliding mode. In the sliding mode, relay control is used, the switching frequency of which tends to infinity, while the control is limited and corresponds to the capabilities of the technique.

Keywords: Lagrange equation, multi-link objects, object identification, manipulative robotic systems, adaptive manipulative robotic systems, adaptivity, inhomogeneous systems, Lagrange equation of motion, parametric identification.

Введение

Авторы разработали метод, обладающий научной новизной и практической значимостью. Предложенный в данной статье подход к идентификации системы с неизвестными входами ориентирован на применение в управлении и для анализа процессов в технических устройствах [5]. Результаты эксперимента подтверждают эффективность метода и возможность его применения в различных областях промышленности и техники.

Основываясь на исследовании существующих методов идентификации [2], [3], [4], [6] и др., было выявлено, что они не являются адаптивными. Поэтому было принято решение разработать с использованием уравнения Лагранжа адаптивный метод идентификации, что обеспечит:

1. Гибкость: уравнение Лагранжа позволяет рассматривать различные типы систем и проводить идентификацию для каждой из них;
2. Универсальность: оно применимо для различных типов задач идентификации, включая физические системы, экономические модели и технические процессы;
3. Точность и надежность: уравнение Лагранжа основывается на строгих математических принципах и позволяет получать точные результаты идентификации;
4. Интерпретируемость: уравнение Лагранжа позволяет получать физический смысл и интерпретировать результаты идентификации в терминах физических характеристик системы.

Несмотря на указанные преимущества у данного метода есть некоторые особенности:

1. Сложность: уравнение Лагранжа может быть сложным для решения в некоторых случаях, особенно для сложных систем с большим числом степеней свободы;

2. Ограничения на модели: уравнение Лагранжа основывается на предположении о существовании функции Лагранжа для модели системы, что может быть неверным для некоторых систем;

3. Зависимость от точности входных данных: результаты идентификации могут быть в значительной степени зависимыми от точности исходных данных и измерений, поэтому требуется аккуратная обработка данных для достижения точности и надежности.

Идентификация с помощью уравнения Лагранжа для однозвенного манипулятора

С помощью системы уравнений Лагранжа второго рода возможно описать динамику механических систем, находящихся в геометрических связях, независимо от количества тел или точек в системе, а также от направления движения тел и типа рассматриваемого движения.

В статье решается проблема идентификации двух объектов. Первым объектом является однозвенный манипулятор с грузом, второй объект – двухзвенный манипулятор с грузом. Требуется установить, являются ли объекты идентифицируемыми на основе уравнения Лагранжа и теоремы идентифицируемости для неоднородных динамических линейных объектов.

Для вывода уравнений движений робота в обобщенных координатах используем уравнение Лагранжа второго рода [1]:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \qquad (1)$$

где $T(q_i, \dot{q}_i, t)$ – кинетическая энергия системы; q_i обобщенные координаты; Q_i – обобщенная сила. Отметим, что уравнение (1) описывает движение механической системы, подчиненной идеальным связям.

Рассмотрим исследуемые объекты. Первый объект, представленный на рис. 1 – однозвенный манипуляционный робот, состоящий из звена длиной L_0 и массой m_0. Под действием внешнего управляющего момента $M_{u0}(t)$ звено поворачивается на угол $\varphi(t)$, который выберем в качестве обобщенной координаты. Предположим, что робот переносит деталь массой $m_д$, величину которой будем считать неизвестной, но постоянной. При изменении угла поворота меняются силы веса F_0 и $F_д$, которые отнесем к внешним возмущениям.

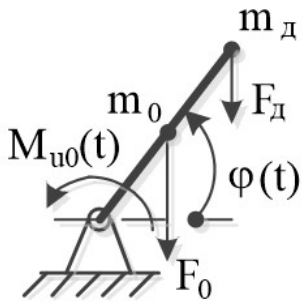

Рисунок 1 - Модель однозвенного робота

DOI: https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.139.166.1

Для упрощения уравнений модели звено робота будем считать тонким и абсолютно жестким стержнем, масса которого сосредоточена в его центре (центр масс). Момент инерции такого звена относительно шарнира составит $J_0 = m_0L_0^2/4$. Наличие переносимой детали увеличит момент инерции на величину $J_д = m_дL_0^2$.

На звено действует вращающий момент $M_{u0}(t)$ – входное управляющее воздействие, а также моменты, вызванные действием сил тяжести. Кроме того, будем считать, что в опоре создается сила вязкого трения. В результате выражение для обобщенной силы принимает вид:

$$Q(t) = M_{u0}(t) + \left(\frac{m_0}{2} + m_д\right) gL_0 \cos\varphi(t) - K_0\dot{\varphi}(t),$$

где K_0 – коэффициент вязкого трения, g – ускорение свободного падения, $F_0 = \frac{m_0}{2} gL_0 \cos\varphi(t)$ – вращающий момент, вызванный наличием массы m_0, $F_д = m_д gL_0 \cos\varphi(t)$ – вращающий момент, вызванный наличием массы $m_д$.

Звено вращается вокруг неподвижной оси с угловой скоростью $\dot{\varphi}$, следовательно, его кинетическая энергия будет равна

$$T = \frac{(J_0+J_д)\dot{\varphi}^2}{2}.$$

После подстановки уравнение (1) принимает вид

$$\left(J_0 + J_д\right)\ddot{\varphi}(t) + K_0\dot{\varphi}(t) + \left(\frac{m_0}{2} + m_д\right) gL_0 \cos\varphi(t) = M_{u0}(t). \qquad (2)$$

В результате получено нелинейное уравнение второго порядка движения однозвенного манипуляционного робота, параметры которого зависят от массы $m_д$ переносимой детали и поэтому априорно неизвестны.

Уравнение (2) можно линеаризовать. Так, если звено робота находится в положении φ_0, то при малых отклонениях угла от этого положения получаем

$$\varphi(t) = \varphi_p + \Delta\varphi(t),$$
$$\left(J_0 + J_д\right)\Delta\ddot{\varphi}(t) + K_0\Delta\dot{\varphi}(t) + \left(\frac{m_0}{2} + m_д\right)\left(gL_0\cos\varphi_p\right)\Delta\varphi(t) = M_{u0}(t) - \left(\frac{m_0}{2} + m_д\right)gL_0\sin\varphi_p. \quad (3)$$

Отметим, что в линеаризованном уравнении (3) кроме неизвестных параметров, аналогичных коэффициентам уравнения (2), появляется априорно неизвестное внешнее возмущение по входу системы

$$Q_0 = \left(\tfrac{m_0}{2} + m_д\right)gL_0\sin\varphi_p.$$

Введя обозначения

$$x_1(t) = \Delta\varphi(t) \text{ и } x_2(t) = \dot{x}_1(t),$$

запишем уравнение (3) в матричном виде

$$\dot{X}(t) = AX(t) + B\left(M_{u0}(t) - \left(\tfrac{m_0}{2} + m_д\right)gL_0\sin\varphi_p\right), \quad (4)$$
$$\varphi(t) = CX(t),$$

где $X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$ – вектор состояния; $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -c_1 & -c_2 \end{bmatrix}$ – матрица системы с параметрами $c_1 = \frac{\left(\frac{m_0}{2}+m_д\right)gL_0\cos\varphi_p}{\left(J_0+J_д\right)}$ и $c_2 = \frac{K_0}{\left(J_0+J_д\right)}$; $B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\left(J_0 + J_д\right)} \end{bmatrix}$ – матрица входа; $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ – матрица выхода.

В полученной системе уравнений (4) три неизвестных параметра. Для их вычисления требуется измерение компонент вектора состояния – угла поворота звена и величины угловой скорости. Отметим также, что ранг матрицы управляемости

$$rankR_u = rank\begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = 2,$$

т.е. линеаризованная система полностью управляемая. Ранг матрицы наблюдаемости

$$rankR_\varphi = rank\begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = 2,$$

т.е. линеаризованная система полностью наблюдаемая. Ранг матрицы идентифицируемости зависит от значений измеряемых компонент вектора состояния, и в случае, когда начальное значение компоненты $x_2 \neq 0$.

$$rankR_I = rank\begin{bmatrix} X & AX \end{bmatrix} = 2,$$

т.е. система идентифицируемая. Очевидно, что в случае неподвижности звена, когда внешний управляющий момент $M_{u0}(t)$ уравновешивает действие сил тяжести, система неидентифицируема.

Задаче оценки внешнего возмущающего воздействия в настоящее время уделяется огромное внимание. Для оценки внешних возмущений используют специальные наблюдатели. В частности, показано, что для полностью управляемой и наблюдаемой системы для синтеза наблюдателей возмущений можно использовать любой метод проектирования регуляторов с обратной связью [7].

Идентификация с помощью уравнения Лагранжа для двухзвенного манипулятора

Рассмотрим второй объект, представленный на рис. 2 – двухзвенный манипуляционный робот, состоящий из первого звена длиной L_0 и массой m_0 и второго звена длиной L_1 и массой m_1. Под действием внешнего управляющего момента $M_{u0}(t)$ первое звено поворачивается на угол $\varphi_0(t)$ и управляющего момента и $M_{u1}(t)$ второго звена поворачивается на угол $\varphi_1(t)$. Предположим, что робот переносит деталь массой $m_д$, величину которой будем считать неизвестной, но постоянной. При изменении угла поворота меняются силы веса F_0, F_1 и $F_д$, которые отнесем к внешним возмущениям.

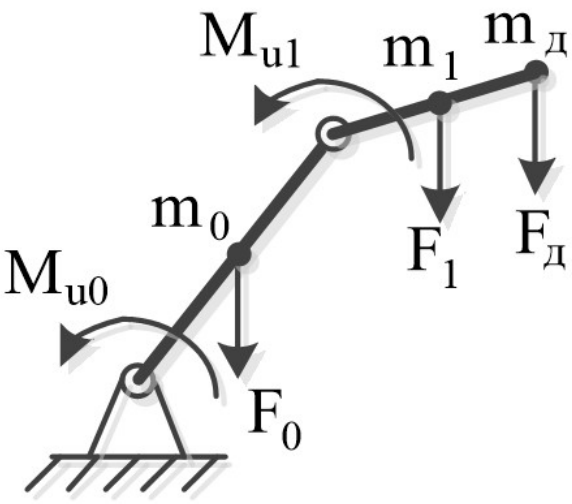

Рисунок 2 - Второй исследуемый объект

DOI: https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.139.166.2

Для упрощения уравнений модели звенья робота как было указано будем считать тонкими и абсолютно жесткими стержнями, масса которых сосредоточена в их центрах (центр масс). Момент инерции первого звена относительно шарнира составит $J_0 = m_0L_0^2/4$. Наличие переносимой детали и второго звена увеличит момент инерции на величину момента инерции второго звена, которое будет определяться по сумме момента инерции детали и второго звена соответственно $J_д = m_дL_0^2$ и $J_1 = m_1L_1^2/4$.

На первое звено действует вращающий момент $M_{u0}(t)$ и на второе звено $M_{u1}(t)$ – входное управляющее воздействие, а также моменты, вызванные действием сил тяжести. Кроме того, будем считать, что в опоре создается сила вязкого трения. В результате выражение для обобщенной силы принимает вид:

$$Q_1(t) = M_{u0}(t) + \frac{m_0}{2}gL_0\cos\varphi_0(t) - K_0\dot{\varphi}(t) + M_{u1}(t) + \left(\frac{m_1}{2} + m_д\right)gL_1\cos\varphi_1(t) - K_1\dot{\varphi}_1(t),$$

$$Q_2(t) = M_{u1}(t) + \left(\frac{m_1}{2} + m_д\right)gL_1\cos\varphi(t) - K_1\dot{\varphi}_1(t),$$

где K_0 и K_1 – коэффициент вязкого трения, g – ускорение свободного падения, $F_0 = \frac{m_0}{2}gL_0\cos\varphi(t)$ – вращающий момент, вызванный наличием массы m_0, $F_1 = \frac{m_1}{2}gL_1\cos\varphi(t)$ – вращающий момент, вызванный наличием массы m_0, $F_д = m_дgL_1\cos\varphi(t)$ – вращающий момент, вызванный наличием массы $m_д$.

Система состоит из двух движущихся звеньев поэтому ее кинетическая энергия:

$$T = T_1 + T_2.$$

Первое звено вращается вокруг неподвижной оси с угловой скоростью $\dot{\varphi}_0$, следовательно, его кинетическая энергия будет равна

$$T_1 = \frac{J_0\dot{\varphi}_0^2}{4}.$$

Второе звено движется поступательно вдоль оси вращения звена 1 и вращается вокруг этой оси, следовательно, его кинетическая энергия будет равна

$$T_2 = \frac{\left(J_1 + J_д + \frac{m_1}{2} + m_д\right)\dot{\varphi}_1{}^2}{4}.$$

После подстановки уравнение (1) принимает вид

$$\frac{J_0\ddot{\varphi}(t)}{2} + \frac{m_0}{2}gL_0\cos\varphi_0(t) + \left(\frac{m_1}{2} + m_д\right)gL_1\cos\varphi_1(t) - K_0\dot{\varphi}(t) + \frac{\left(J_1 + J_д + \frac{m_1}{2} + m_д\right)\dot{\varphi}_1{}^2}{4} + \left(\frac{m_1}{2} + m_д\right)gL_1\cos\varphi(t) - K_1\dot{\varphi}_1(t) = M_{u0}(t) + M_{u1}(t) \quad (5)$$

В результате получили нелинейное уравнение второго порядка движения однозвенного манипуляционного робота, параметры которого звисят от массы $m_д$ переносимой детали и поэтому априорно неизвестны.

Уравнение (5) можно линеаризовать. Так, если звено робота находится в положении φ_0, то при малых отклонениях угла от этого положения получаем $\varphi(t) = \varphi_p + \Delta\varphi(t)$,

$$J_0\Delta\ddot{\varphi}(t)+\frac{m_0}{2}gL_0\cos\Delta\varphi_0(t)+\left(\frac{m_1}{2}+m_д\right)gL_1\cos\Delta\varphi_1(t)-K_0\dot{\varphi}(t)+$$
$$\frac{\left(J_1+J_д+\frac{m_1}{2}+m_д\right)\Delta\dot{\varphi}_1^2}{4}+\left(\frac{m_1}{2}+m_д\right)gL_1\cos\Delta\varphi(t)-K_1\dot{\varphi}_1(t)=M_{u0}(t)-$$
$$\frac{m_0}{2}gL_0\cos\varphi_0(t)+\left(\frac{m_1}{2}+m_д\right)gL_1\cos\varphi_1(t)+M_{u1}(t)-\left(\frac{m_1}{2}+\right.$$
$$\left.m_д\right)gL_1\cos\varphi(t). \qquad (6)$$

Для дальнейших расчетов введем предположение, что $\varphi_0(t)=\varphi_p$; $\varphi_1(t)=\varphi_p$.

Отметим, что в линеаризованном уравнении (6) кроме неизвестных параметров, аналогичных коэффициентам уравнения (5), появляется априорно неизвестное внешнее возмущение по входу системы

$$Q_0=\frac{m_0}{2}gL_0\cos\varphi_р(t)+2*\left(\frac{m_1}{2}+m_д\right)gL_1\cos\varphi_р(t).$$

Введем обозначения

$$x_1(t)=\Delta\varphi(t) \text{ и } x_2(t)=\dot{x_1}(t) ,$$

запишем уравнение (6) в матричном виде

$$\dot{X}(t)=AX(t)+B\left(M_{u0}(t)+\frac{m_0}{2}gL_0\cos\varphi_0(t)+2*\left(\frac{m_1}{2}+m_д\right)gL_1\cos\varphi_1(t)\right), \qquad (7)$$
$$\varphi(t)=CX(t),$$

где $X(t)=\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t)\end{bmatrix}$ – вектор состояния; $A=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -c_1 & -c_2\end{bmatrix}$ – матрица системы с параметрами $c_1=\frac{2*\left(\frac{m_1}{2}+m_д\right)gL_1\cos\varphi_p}{\left(J_1+J_д+J_0\right)}$ и $c_2=\frac{K_0}{\left(J_1+J_д+J_0\right)}$; $B=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \left(J_1+J_д+J_0\right)\end{bmatrix}$ – матрица входа; $C=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}$ – матрица выхода.

В полученной системе уравнений (7) три неизвестных параметра. Для их вычисления требуется измерение компонент вектора состояния – угла поворота звена и величины угловой скорости. Отметим также, что ранг матрицы управляемости

$$rankR_u=rank[B \quad AB]=2,$$

т.е. линеаризованная система полностью управляемая. Ранг матрицы наблюдаемости

$$rankR_\varphi=rank\begin{bmatrix} C \\ CA\end{bmatrix}=2,$$

т.е. линеаризованная система полностью наблюдаемая. Ранг матрицы идентифицируемости зависит от значений измеряемых компонент вектора состояния и в случае, когда начальное значение компоненты $x_2\neq0$

$$rankR_1=rank[X \quad AX]=2,$$

т.е. система идентифицируемая. Очевидно, что в случае неподвижности звена, когда внешний управляющий момент $M_u(t)$ уравновешивает действие сил тяжести, система неидентифицируема.

Задаче оценки внешнего возмущающего воздействия в настоящее время уделяется огромное внимание. Для оценки внешних возмущений используют специальные наблюдатели.

В частности показано, что для полностью управляемой и наблюдаемой системы для синтеза наблюдателей возмущений можно использовать любой метод проектирования регуляторов с обратной связью [7].

Алгоритм идентификации в условиях неопределённости

Сформируем последовательность действий алгоритма идентификации манипуляционных РТС в условиях неопределенности:

1. Сформировать выражение для обобщенных сил;
2. Вычислить кинетическую энергии для одного или нескольких звеньев;
3. Получить нелинейное уравнения второго порядка движения n-звенного робота;
4. Произвести линеаризацию уравнения;
5. Осуществить переход из линейного вида в матричное представление;
6. Сделать расчет рангов матриц.

Проверка идентифицируемости с помощью симуляций в Matlab/Simulink

Получив положительный результат идентифицируемости исследуемых систем подтвердим его моделированием. Получим графики тестируемой модели с помощью identification toolbox, создав графики шагового воздействия и аппроксимацию. Представим результаты моделирования передаточных функции на графике (рис. 3).

А. Функция с удалением шумов;

Б. Функция с удалением выбросов.

1. Шаговое воздействие:

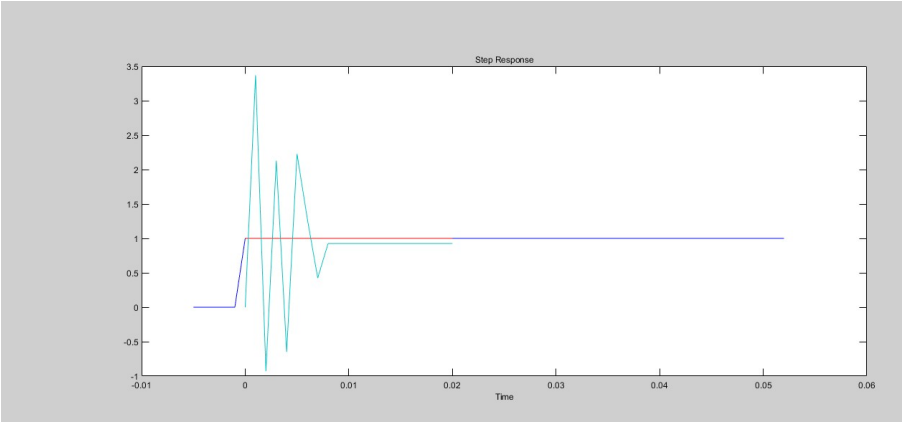

Рисунок 3 - График шагового воздействия
DOI: https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.139.166.3

Этот график показывает экспериментальные данные и соответствующие предсказания модели. Ось X представляет собой время, а ось Y – измеряемый отклик системы. Экспериментальные данные обозначены точками, а предсказания модели представлены линией или кривой. Кривая на графике Шагового воздействия начинается с нулевого значения и резко возрастает до установившегося значения.

График Шагового воздействия часто используется для определения важных параметров системы, таких как время установления, перерегулирование, постоянная времени, коэффициент усиления и другие параметры. Это помогает инженерам и ученым в области автоматизации и управления проектировать, анализировать и оптимизировать системы в режиме реального времени.

Без данного графика нельзя построить график разницы между экспериментальными данными и предсказаниями модели после идентификации

2. Аппроксимация модели различными передаточными функциями:

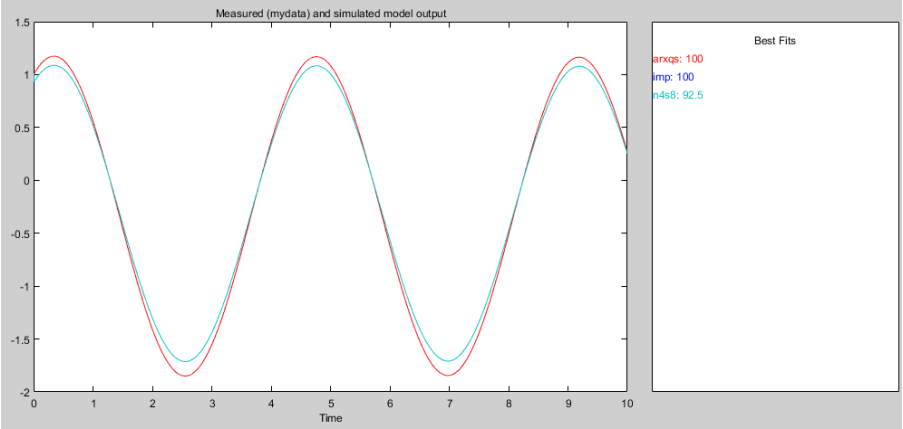

Рисунок 4 - График аппроксимации модели
DOI: https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.139.166.4

Этот график показывает разницу между экспериментальными данными и предсказаниями модели. Ось X обозначает время, а ось Y – абсолютное значение ошибки.

По данному графику можно увидеть неточности модели, а так же можно заметить что в максимуме и минимуме происходит пик ошибки, где происходит сильное расхождение моделей.

Произведем моделирование полученной модели идентификации:

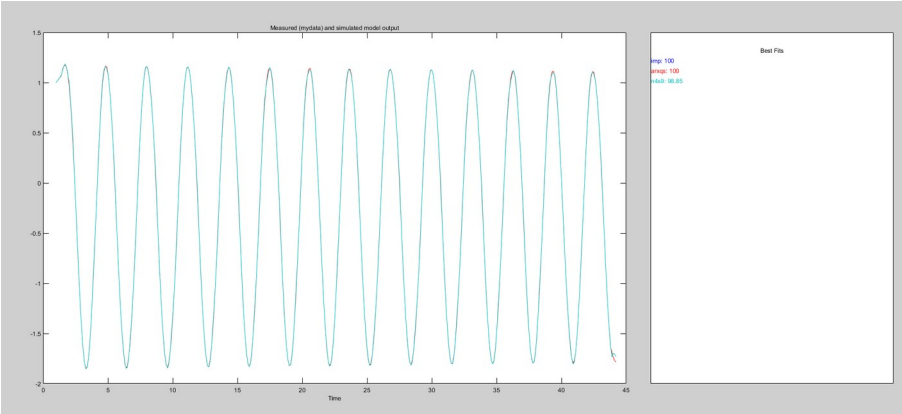

Рисунок 5 - График результатов моделирования
DOI: https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.139.166.5

Этот график показывает разницу между экспериментальными данными и предсказаниями модели после идентификации. Ось X обозначает время или номер эксперимента, а ось Y – остаточное значение. График остатков помогает определить наличие систематических ошибок или шума в данных и оценить адекватность модели. По графику можно выделить, что модель в целом хорошо подобрана за исключением некоторых неточностей которые можно увидеть на графике в максимуме и минимуме функции.

Заключение

Среди параметров робототехнических систем (РТС) [5], наиболее значимым является адаптивность, поскольку способность определяющая возможность управлять РТС в различных ситуациях дает требуемый отклик. Для достижения адаптивной модели РТС необходимо определить, является ли система идентифицируемой. Авторами данной статьи произведен обзор существующих методов идентификации и выявлено отсутствие решения для скользящего режима на основе использования базовых инерционных параметров системы, ключевых для динамического анализа механических систем, такие как масса, момент инерции и центр масс, связанные между собой и определяющие поведение объекта при движении. Поэтому в работе представлен алгоритм вычисления параметрической идентификации робототехнических систем и исследовано влияние изменения этих параметров на поведение объектов.

В работе решена задача идентификации манипуляционных РТС на основе теоремы идентифицируемости для класса линейных непрерывных стационарных динамических систем на примере двухзвенного манипулятора с подвешенным грузом в условиях неопределенности параметров системы. Установлено, что объекты являются идентифицируемыми. Задача решалась поэтапно: было составлено уравнение Лагранжа, произведена линеаризация уравнения Лагранжа для адаптивной, линейной, динамической, непрерывной, стационарной системы манипуляционной РТС. Полученный алгоритм можно использовать для манипуляционных систем с двумя и более звеньями, что было подтверждено моделированием. По результатам моделирования сделан вывод, что данные системы идентифицируемы.

Благодарности

Автор выражает благодарность Сержантовой М.В., Государственный университет Аэрокосмического приборостроения.

Acknowledgement

The author expresses their gratitude to M.V. Serzhantova, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation.

Конфликт интересов

Не указан.

Conflict of Interest

None declared.

Рецензия

Сообщество рецензентов Международного научно-исследовательского журнала
DOI: https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.139.166.6

Review

International Research Journal Reviewers Community
DOI: https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.139.166.6

Список литературы / References

1. Авдеенко Т.В. О методологии структурной идентифицируемости / Т.В. Авдеенко // XII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014. — Москва: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. — С. 2901-2012.
2. Авдеенко Т.В. Проблемы параметрической идентификации в математическом моделировании процессов / Т.В. Авдеенко // Образовательные ресурсы и технологии. — 2014. — № 1(4). — С. 115-124.
3. Андриевский Б.Р. Наблюдатели возмущений: методы и приложения / Б.Р. Андриевский, И.Б. Фуртат // Автоматика и телемеханика. — 2020. — № 9. — С. 3-61.
4. Балонин Н.А. Теоремы идентифицируемости / Н.А. Балонин. — СПб.: Политехника, 2010. — 45 с.

5. Белоусов И.Р. Формирование уравнений динамики роботов-манипуляторов / И.Р. Белоусов. — Москва: Институт прикладной математики имени В.В. Келдыша РАН, 2002. — 31 с.

6. Бобцов А.А. Методы адаптивного и робастного управления нелинейными объектами в приборостроении / А.А. Бобцов, В.О. Никифоров, А.А. Пыркин и др. — СПб.: Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, 2013. — 277 с.

7. Вольфсон Г.И. Локальная параметрическая идентифицируемость систем в случае конечно-размерных семейств параметров / Г.И. Вольфсон // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. — 2011. — № 1. — С. 8-13.

8. Карабутов Н.Н. Структурная идентификация динамических систем с гистерезисом / Н.Н. Карабутов // XIII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2019. — Москва: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2019. — С. 596-600.

9. Карабутов Н.Н. Структурная идентификация систем: анализ информационных структур / Н.Н. Карабутов. — Москва: URSS, 2009. — 173 с.

10. Колюбин С.А. Динамика робототехнических систем. Учебное пособие / С.А. Колюбин. — СПб.: Университет ИТМО, 2017. — 117 с.

11. Крутиков С.Л. Базовые инерционные параметры манипуляционных роботов / С.Л. Крутиков // Вестник МГТУ им. Н.Е. Баумана. Сер. Приборостроение. — 2011. — № 1(82). — С. 28-45.

12. Можаровский И.С. К проблеме идентифицируемости моделей нелинейных объектов управления / И.С. Можаровский // Надежность и качество сложных систем. — 2013. — № 2. — С. 44-50.

13. Стафеев С.В. Об условиях глобальной идентифицируемости для моделей факторного анализа / С.В. Стафеев // Труды Карельского научного центра РАН. — 2011. — № 5. — С. 111-114.

14. Терешин В.Г. Уравнения Лангранжа второго рода, их приложения к механическим и электромеханическим системам: учеб. пособие / В.Г. Терешин. — Уфа: Уфимский гос. авиационный технический ун-т, 2006. — 153 с.

15. Franklin G.F. Feedback control of dynamic systems / G.F. Franklin, J.D. Powell, A. Emami-Naeini. — Addison-Wesley Publishing, 1994. — 808 p.

16. Misra P. Identification of linear time invariant systems / P. Misra, G. Gu // Proceedings of the American Control Conference. — 1991. — P. 687-692.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Avdeenko T.V. O metodologii strukturnoj identificiruemosti [On the Methodology of Structural Identifiability] / T.V. Avdeenko // XII Vserossijskoe soveshhanie po problemam upravlenija VSPU-2014 [XII All-Russian Meeting on Management Problems VSPU-2014. — Moscow: V.A. Trapeznikov Institute of Management Problems of the Russian Academy of Sciences, 2014. — P. 2901-2012. [in Russian]

2. Avdeenko T.V. Problemy parametricheskoj identifikacii v matematicheskom modelirovanii processov [Problems of Parametric Identification in Mathematical Modeling of Processes] / T.V. Avdeenko // Obrazovatel'nye resursy i tehnologii [Educational Resources and Technologies]. — 2014. — № 1(4). — P. 115-124. [in Russian]

3. Andrievsky B.R. Nablyudateli vozmushchenij: metody i prilozheniya [Observers of Perturbations: Methods and Applications] / B.R. Andrievsky, I.B. Furtat // Avtomatika i telemehanika [Automation and Telemechanics]. — 2020. — № 9. — P. 3-61. [in Russian]

4. Balonin N.A. Teoremy identificiruemosti [The Theorems of Identifiability] / N.A. Balonin. — SPb.: Politehnika, 2010. — 45 p. [in Russian]

5. Belousov I.R. Formirovanie uravnenij dinamiki robotov-manipulyatorov [Formation of Equations of Dynamics of Robotic Manipulators] / I.R. Belousov. — Moscow: Institute of Applied Mathematics named after V.V. Keldysh RAS, 2002. — 31 p. [in Russian]

6. Bobtsov A.A. Metody adaptivnogo i robastnogo upravleniya nelinejnymi ob"ektami v priborostroenii [Methods of Adaptive and Robust Control of Nonlinear Objects in Instrumentation] / A.A. Bobcov, V.O. Nikiforov, A.A. Pyrkin et al. — SPb.: St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, 2013. — 277 p. [in Russian]

7. Wolfson G.I. Lokal'naya parametricheskaya identificiruemost' sistem v sluchae konechno-razmernyh semejstv parametrov [Local Parametric Identifiability of Systems in the Case of Finite-dimensional Families of Parameters] / G.I. Wolfson // Vestnik udmurtskogo universiteta. Matematika. Mehanika. Komp'juternye nauki [Bulletin of Udmurt University. Mathematics. Mechanics. Computer Sciences]. — 2011. — № 1. — P. 8-13. [in Russian]

8. Karabutov N.N. Strukturnaja identifikacija dinamicheskih sistem s gisterezisom [Structural identification of dynamic systems with hysteresis] / N.N. Karabutov // XIII Vserossijskoe soveshhanie po problemam upravlenija VSPU-2019 [XIII All-Russian Meeting on Management Problems VSPU-2019]. — Moscow: V.A. Trapeznikov Institute of Management Problems of the Russian Academy of Sciences, 2019. — P. 596-600. [in Russian]

9. Karabutov N.N. Strukturnaya identifikaciya sistem: analiz informacionnyh struktur [Structural Identification of Systems: Analysis of Information Structures] / N.N. Karabutov. — Moscow: URSS, 2009. — 173 p. [in Russian]

10. Kolyubin S.A. Dinamika robototekhnicheskih sistem. Uchebnoe posobie [Dynamics of Robotic Systems. Study guide] / S.A. Kolyubin. — SPb.: ITMO University, 2017. — 117 p. [in Russian]

11. Krutikov S.L. Bazovye inercionnye parametry manipulyacionnyh robotov [Basic Inertial Parameters of Manipulation Robots] / S.L. Krutikov // Vestnik MGTU im. N.Je. Baumana. Ser. Priborostroenie [Bulletin of N.E. Bauman Moscow State Technical University. Ser. Instrument Engineering]. — 2011. — № 1(82). — P. 28-45. [in Russian]

12. Mozharovskij I.S. K probleme identificiruemosti modelej nelinejnyh ob#ektov upravlenija [On the problem of identifiability of models of nonlinear control objects] / I.S. Mozharovskij // Nadezhnost' i kachestvo slozhnyh sistem [Reliability and quality of complex systems]. — 2013. — № 2. — P. 44-50.

13. Stafeev S.V. Ob usloviyah global'noj identificiruemosti dlya modelej faktornogo analiza [On the Conditions of Global Identifiability for Factor Analysis Models] / S.V. Stafeev // Trudy Karel'skogo nauchnogo centra RAN [Proceedings of the Karelian Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences]. — 2011. — № 5. — P. 111-114. [in Russian]

14. Tereshin V.G. Uravneniya Langranzha vtorogo roda, ih prilozheniya k mekhanicheskim i elektromekhanicheskim sistemam: ucheb. posobie [Langrange Equations of the Second Kind, Their Applications to Mechanical and Electromechanical Systems: study guide / V.G. Tereshin. — Ufa: Ufa State Aviation Technical University, 2006. — 153 p. [in Russian]

15. Franklin G.F. Feedback control of dynamic systems / G.F. Franklin, J.D. Powell, A. Emami-Naeini. — Addison-Wesley Publishing, 1994. — 808 p.

16. Misra P. Identification of linear time invariant systems / P. Misra, G. Gu // Proceedings of the American Control Conference. — 1991. — P. 687-692.