

ТЕХНОЛОГИИ, МАШИНЫ И ОБОРУДОВАНИЕ ДЛЯ АГРОПРОМЫШЛЕННОГО КОМПЛЕКСА /  
TECHNOLOGIES, MACHINES AND EQUIPMENT FOR THE AGRO-INDUSTRIAL COMPLEX

DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2023.131.29>

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВИЖИТЕЛЕЙ С ПОЧВОЙ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНЫХ  
ЭЛЕМЕНТОВ В ПРОГРАММЕ ROCKY DEM

Научная статья

Гайнуллин И.А.<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup> ORCID : 0000-0003-4280-1095;

<sup>1</sup> Башкирский государственный аграрный университет, Уфа, Российская Федерация

\* Корреспондирующий автор (gainullin\_ia[at]mail.ru)

**Аннотация**

В статье приведен анализ современных моделей взаимодействия движителей машин с почвой. А также представлены результаты разработки модели взаимодействия колеса с почвой на основе метода дискретных элементов в программе Rocky DEM. Для моделирования взаимодействия колеса с почвой принята модель контакта Герца-Миндлина. При использовании контактной модели Герца-Миндлина основными физико-механическими параметрами, описывающими реологическое поведение моделируемой среды, являются коэффициент Пуассона, коэффициенты статического и динамического трения, модуля Юнга, поверхностная энергия, диаметр и форма моделируемых дискретных элементов. Полученные результаты можно использовать при энергетической оценке и оптимизации конструктивно-технологических параметров движителей тракторов и сельскохозяйственной техники. Предложенная методика позволяет повысить разработки конструкций новых движителей и постановки их на производство.

**Ключевые слова:** колесный трактор, движитель, модель почвы, моделирование, метод дискретных элементов, Rocky DEM.

MODELLING THE INTERACTION OF THRUSTERS WITH THE SOIL USING THE DISCRETE ELEMENT  
METHOD IN ROCKY DEM

Research article

Gainullin I.A.<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup> ORCID : 0000-0003-4280-1095;

<sup>1</sup> Bashkir State Agrarian University, Ufa, Russian Federation

\* Corresponding author (gainullin\_ia[at]mail.ru)

**Abstract**

The article presents an analysis of modern models of interaction of machine engines with the soil. It also presents the results of the development of wheel-soil interaction model based on discrete element method in Rocky DEM software. The Hertz-Mindlin contact model was used to model wheel-soil interaction. When using the Hertz-Mindlin contact model, the main physical and mechanical parameters describing rheological behaviour of the simulated medium are Poisson's coefficient, coefficients of static and dynamic friction, Young's modulus, surface energy, diameter and shape of the simulated discrete elements. The obtained results can be used for power evaluation and optimization of structural and technological parameters of tractor and agricultural machinery engines. The proposed methodology makes it possible to increase the development of new propeller designs and to put them into production.

**Keywords:** wheel-type tractor, thruster, soil model, modelling, discrete element method, Rocky DEM.

**Введение**

На современном этапе развития механизации сельскохозяйственного производства наиболее существенным резервом является повышение продуктивности полей за счет своевременного выполнения работ на базе высокопроизводительной техники и снижения воздействия их движителей на почву [1], [3], [6], [8].

Совершенствование движителей является основным способом снижения вредного воздействия их на почву, а также улучшения тягово-сцепных показателей. Вопросы взаимодействия движителей с почвой и обоснования рациональных параметров освещены в работах А.С. Антонова, Е.Д. Львова, Н.А. Забавникова, М.Г. Беккера, Дж. Вонга, М.И. Медведева, Е.М. Харитончика, В.В. Гуськова, А.В. Васильева, Е.Н. Докучаевой, О.Л. Уткин-Любовцова, М.И. Ляско, И.П. Ксеновича, В.А. Скотникова, Б.Н. Пинигина, Б.М. Куликова, Д.И. Золотаревской и многих других ученых.

Определение способов радикального снижения уплотнения почвы МТА возможно на основе углубленного изучения взаимодействия движителей с почвой, в результате которого можно разработать математические модели процессов и рекомендации для решения поставленных задач.

При теоретическом обосновании параметров движителей тракторов и сельскохозяйственной техники используются различные методы моделирования, которые можно классифицировать по методам численной реализации и применяемых компьютерных программ.

**Целью работы** является анализ моделей, используемых для моделирования взаимодействия движителей с почвой методом дискретных элементов и разработка методики моделирования взаимодействия колеса с почвой в программе Rocky DEM.

## Методы и принципы исследования

Технический обзор литературы и информации по контактными моделям. Программа Rocky DEM для моделирования динамики сыпучих сред со сложной геометрией частиц методом дискретных элементов (DEM). Rocky DEM отличается аналогичных программных продуктов следующими функциями: несферические формы частиц, мульти-GPU вычисления, расчет разрушения частиц без потери массы или объема и визуализация поверхностного износа. В результате интеграции Rocky DEM и Ansys Workbench расчет и моделирование взаимодействия частиц можно выполнять с учетом аспектов механики деформируемого твердого тела, вычислительной гидрогазодинамики и теплообмена. Также при использовании Ansys Workbench можно выполнять многофазные эксперименты.

## Результаты и обсуждение

В зависимости от методов численной реализации моделей взаимодействия движителей с почвой их можно подразделить на три основных вида: модели с использованием метода вычислительной гидродинамики (CFD-метод), модели с использованием метода конечных элементов (FEM-метод) и модели с использованием метода дискретных элементов (DEM-МДЭ) [9], [11], [14], [17].

В настоящее время перспективным для моделирования взаимодействия движителей с почвой является метод дискретных элементов. МДЭ – это численный метод, предназначенный для расчёта движения большого количества частиц, таких как молекулы, песчинки, гравий, галька и прочих гранулированных сред. Метод был первоначально применён Cundall в 1971 году для решения задач механики горных пород [18]. В МДЭ используются модели гистерезисной линейной пружины, жидкого моста, контактной жесткости, скольжения, склеивания, демпфированные упругие модели, линейная (Cundall) контактная модель, контактная модель Герца-Миндлина и Дересевича и ее варианты, а также различные сочетания данных моделей (табл.1) [13], [15], [16], [17].

В МДЭ дискретный материал образуется из отдельных  $N$  упругих частиц сферической формы радиусом  $R_i$ . Движение каждой  $i$ -го элемента (частицы) определяется координатами центра его тяжести  $x_i$  и углом поворота  $\theta_i$  вокруг центра тяжести как целого элемента [10].

Система уравнений движения для каждой частицы при МДЭ

$$\begin{cases} m_i \frac{dv_i}{dt} = m_i b + \sum F_i, \\ I_i \frac{d\omega_i}{dt} = \sum (T_c + M_r), \end{cases} \quad (1)$$

где,  $t$  – время, с;  $m_i$  – масса частицы, кг;  $I_i$  – момент инерции, кг·м<sup>2</sup>.

Вектор  $F_i$  определяются как сумма сил, действующих на контактах  $i$ -й и  $j$ -й частиц (включая силу тяжести):

$$F_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N F_{ij} + m_i g, \quad H \quad (2)$$

Вектор  $M_i$  возникает как момент сил  $F_{ij}$  относительно центра  $i$ -й частицы:

$$M_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N M_{ij} = \sum_{j=1, j \neq i}^N (x_i - x_j) F_{ij}, \quad H \cdot m \quad (3)$$

Поверхностные силы  $F_{ij}$  состоят из сил трения  $F_{t,ij}$  и отталкивания  $F_{n,ij}$ . Для их определения используются различные контактные модели соударения. Сила отталкивания возникает между частицами при условии  $\delta_{ij} > 0$  (рис. 1) и направлена по нормали  $n_{ij}$  в направлении центра  $i$ -й частицы (рис. 2). Для ее определения выберем вязкоупругую модель соударения [11]:

$$F_{n,ij} = F_{n,ij}^e + F_{n,ij}^v \quad (4)$$

$F_{n,ij}^e$  – упругая составляющая, Н;  $F_{n,ij}^v$  – вязкая составляющая, Н.

Упругая часть силы в соответствии Дж. Герцу [12]

$$F_{n,ij}^e = \frac{4}{3} \frac{E_i E_j}{(1-\nu_i^2)E_j + (1-\nu_j^2)E_i} \sqrt{\frac{R_i R_j}{R_i + R_j}} \delta_{ij}^{3/2} \quad (5)$$

где  $\nu_i$  – коэффициент Пуассона,  $E_i$  – модуль упругости частицы, Па,  $\delta_{ij}$  – величина перекрытия частиц, м.

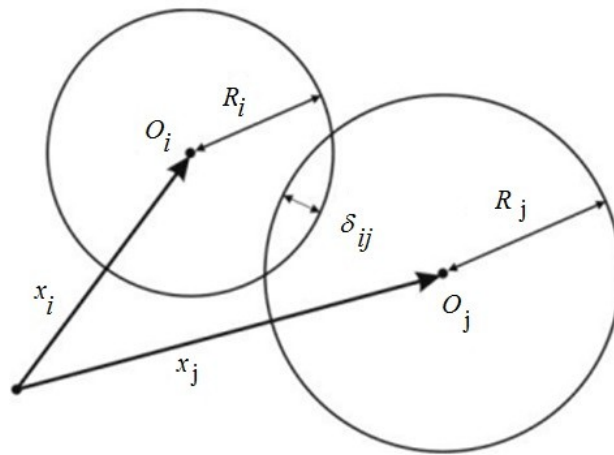


Рисунок 1 - Геометрия модели контактного взаимодействия частиц  
DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2023.131.29.1>

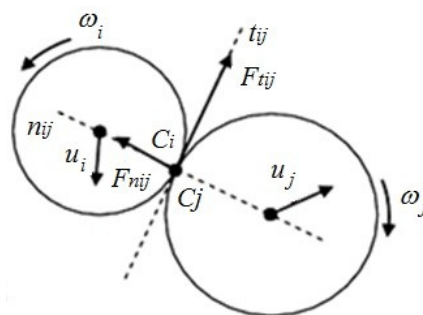


Рисунок 2 - Силы, действующие при контактном взаимодействии частиц  
DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2023.131.29.2>

Вязкая составляющая силы отталкивания определяется:

$$F_{n,ij}^v = \gamma_n M_{ij} u_{n,ij} \quad (6)$$

где  $M_{ij}$  – приведенная масса частиц, кг;  $u_{n,ij}$  – проекция относительной скорости точки соударения на ось  $n_{ij}$ , м/с;  $\gamma_n$  – коэффициент демпфирования, оказывающий основное влияние на коэффициент восстановления скорости после удара [4].

Сила трения  $F_{t,ij}$  направлена против движения  $i$ -й частицы относительно  $j$ -й, а ее величина определяется:

$$F_{t,ij} = -\text{sign}(u_{t,ij}) F_{n,ij} \tan \phi_i \quad (7)$$

где  $u_{t,ij}$  – проекция скорости точки контакта  $C_i$  относительно скорости точки  $C_j$  на ось  $t_{ij}$ , м/с;  $\phi_i$  – угол контактного трения между частицами, рад.

Следовательно, система дифференциальных уравнений второго порядка (1) относительно неизвестных  $x_i$ ,  $\theta_j$  полностью определяет (3)-(7) движение и соударение совокупности моделируемых частиц.

На основе анализа существующих моделей контакта дискретных элементов, мы пришли к выводу, что для моделирования почвенной среды как вязко-упруго-пластического деформируемого тела наиболее подходящими являются модели контакта Герца-Миндлина: – модель и теория скользящего контакта Герца-Миндлина (без проскальзывания); – модель Герца-Миндлина с адгезией связывающих частиц; – модель когезионного контакта Герца-Миндлина JKR (Johnson-Kendall-Roberts).

Модель когезионного контакта Герца-Миндлина JKR (Johnson-Kendall-Roberts) учитывает влияние сил Ван-дер-Ваальса в зоне контакта и позволяет моделировать прочно адгезивные системы (сухие или влажные материалы). В этой модели реализация нормальной упругой контактной силы основана на теории Джонсона-Кендалла-Робертса, изложенной в (Johnson, Kendal and Roberts 1971).

Для учета сцепления между частицами (адгезии) почвы нами использована усовершенствованная модель Герца-Миндлина с адгезией связывающих частиц, а для учета поверхностного притяжения частиц за счет почвенной влаги (когезии) – усовершенствованная модель Герца-Миндлина JKR.

Таблица 1 - Контактные модели метода дискретных элементов  
 DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2023.131.29.3>

Наименование модели	Взаимодействие частиц
Модель гистерезисной линейной пружины	
Модель жидкого моста	
Модель контактной жесткости	
Линейная (Cundall) контактная модель	
Модель скольжения	
Модель склеивания	
Демпфированные упругие модели	
Модель контакта Герца-Миндлина	

Рассмотрим модель Герца-Миндлина JKR. Нормальная сила между частицами (рис. 3) определяется:

$$F_n = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R^*} \delta_n^{3/2} \quad (8)$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_a^2}{E_a} + \frac{1-\nu_b^2}{E_b} \quad (9)$$

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} \quad (10)$$

где  $E^*$  – эквивалентный модуль Юнга, Па;  $R^*$  – эквивалентный радиус, м;  $\delta_n$  – нормальное перекрытие, м;  $E_a, \nu_a, R_a$  и  $E_b, \nu_b$  и  $R_b$  – модуль Юнга, Па; коэффициент Пуассона и радиус контактных сфер, м.

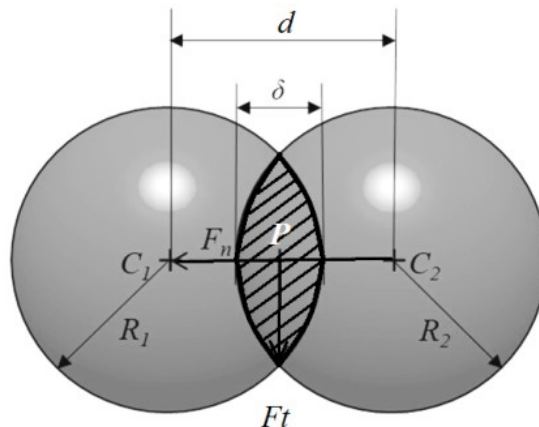


Рисунок 3 - Расчетная схема взаимодействия частиц по модели Герца-Миндлина JKR  
DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2023.131.29.4>

Касательная сила  $F_t$  между частицами определяется:

$$F_t = -S_t \delta_t \quad (11)$$

где

$$S_t = 8G^* \sqrt{R^* \delta_n} \quad (12)$$

где  $S_t$  – жесткость на сдвиг, Па;  $\delta_t$  – тангенциальное перекрытие, м;  $G^*$  – эквивалентный модуль сдвига, Па. Нормальное перекрытие двух контактирующих частиц:

$$\delta_n = R_A + R_B - d \quad (13)$$

где

$$d = (\sum_i (x_{B,i} - x_{A,i})(x_{B,i} - x_{A,i}))^{1/2}, \text{ где } (i = 1, 2) \quad (14)$$

$x_{A,i}$  и  $x_{B,i}$  – координаты центров A и B единиц частицы, соответственно, м;  $d$  – расстояние между центрами двух частиц, м.

Коэффициенты нормальной  $k_n$  и тангенциальной  $k_s$  жесткости двух контактирующих частиц определяются:

$$k_n = 2E^* \sqrt{R^* \delta_n}, k_s = (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})k_n \quad (15)$$

Контактная жесткость между двумя частицами моделируется как набор упругих пружин с постоянной нормалью и жесткостью на сдвиг в точке контакта. Параллельная связь заменяет сцепление между комками почвы.

В современных компьютерных программах, реализующих данный метод, хотя и заложены необходимый математический аппарат и алгоритм построения (рис. 4) и реализации моделей, однако исследователю для получения объективных и адекватных результатов необходимо правильно подобрать основные геометрические параметры частиц и физико-механические параметры, входящие в математические уравнения используемой модели.

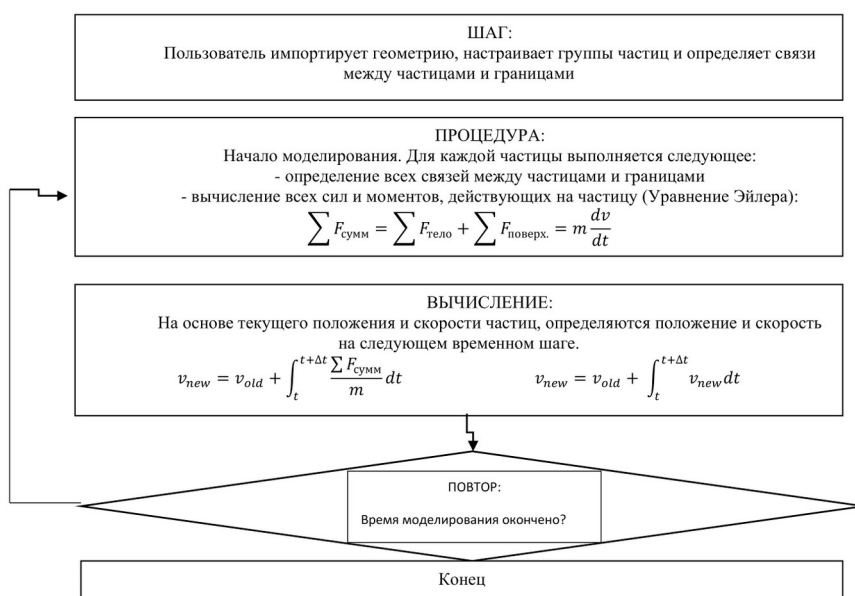


Рисунок 4 - Алгоритм численной реализации модели почвенной среды в программе Rocky DEM  
DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2023.131.29.5>

При использовании контактной модели Герца-Миндлина основными физико-механическими параметрами, описывающими реологическое поведение моделируемой среды, являются коэффициент Пуассона, коэффициенты статического и динамического трения, модуля Юнга, поверхностная энергия, диаметр и форма моделируемых дискретных элементов (рис. 5).

Однако до сих пор не существует стандартизированной методологии для определения подходящих входных параметров для конкретного материала или процесса. Это происходит из-за того, что математические характеристики контактных моделей и входных данных моделирования различаются в зависимости от кода матрицы высот. В дополнение к этому в любом случае модель почвенной среды на основе DEM является лишь приближением реальной почвы, как и в случае со всеми типами моделей сред. К тому же почва отличается от многих исследуемых материалов анизотропностью физико-механических свойств, тем более эти свойства изменяются как по времени, так и в пространстве. Поэтому с вычислительной точки зрения просто невозможно создать модель полностью соответствующий реальному объекту. Из-за этих ограничений входные данные для моделирования DEM необходимо откалибровать по реальным, физическим данным испытаний, чтобы получить реальный результат.

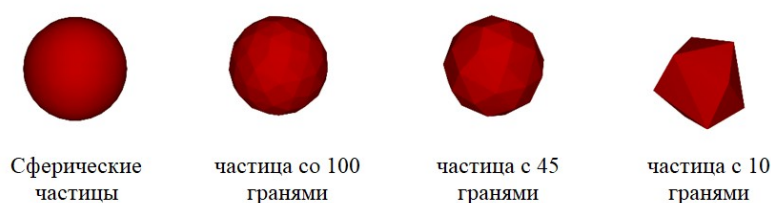


Рисунок 5 - Модельное представление форм частиц в программе Rocky DEM  
DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2023.131.29.6>

Калибровка параметров моделей контакта на первоначальном этапе производилась по срезу на сдвиговом приборе, по углу естественному откоса. В последующем, перешли к сопоставлению результатов моделирования и экспериментов.

Нами разработана модель взаимодействия колесных движителей с почвой на основе метода дискретных элементов.

Численная реализация разработанной модели почвенной среды производилась в лицензионной компьютерной программе Rocky DEM. Поэтапная реализация компьютерной модели включает в себя следующие шаги (рис. 6):

- проектирование трехмерных твердотельных моделей колеса тракторов и сельскохозяйственной техники и почвенного канала в системе проектирования КОМПАС 3D;
- импорт геометрий трехмерных твердотельных моделей, настройка группы частиц и определение связи между частицами и границами;

- процедура расчета при которой для каждой частицы определяются все связи между частицами и границами, вычисляются все силы и моменты, действующие на частицы;
- процесс вычисления при котором на основе текущего положения и скорости частицы, определяется скорость и положение на следующем временном шаге;
- окончание расчета и анализ полученных результатов.

В результате моделирования можно получить действительную картину взаимодействия движителей с почвой, провести агротехническую и энергетическую оценку по силовым характеристикам процесса взаимодействия, по перемещению и перемешиванию почвенных частиц и уплотнению почвы.

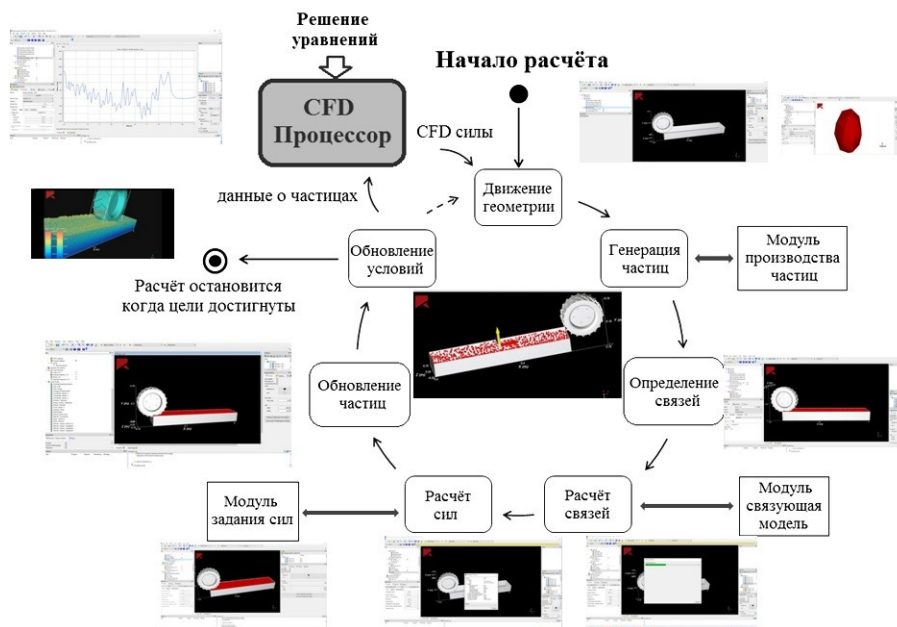


Рисунок 6 - Реализация модели взаимодействия колеса с почвой в программе Rocky DEM

DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2023.131.29.7>

Необходимо отметить, что расчет технологических процессов при помощи метода DEM подразумевает моделирование большого количества частиц, часто от миллиона и более, что безусловно требует соответствующей производительности вычислительных ресурсов.

Например, время расчета задачи при моделировании движения 1 миллиона сферических частиц по конвейерной линии на компьютере с 4-мя ядрами составляет примерно 11 часов, а для подобной задачи с несферическими частицами более 48 часов.

На рисунке 7 показаны результаты процесса взаимодействия шина-грунт, где наглядно видны процессы уплотнения почвы и образования колеи после прохода колеса, а также прилипание почвенных комков. Объектом исследований является колесо с шиной 23,1 R26 колесного трактора Т-150К, тип почвы – сулинок. В таблицах 2, 3 представлены параметры почвенной среды и основные параметры шины.

На рисунке 8 показан фрагмент графика изменения силы сопротивления качению колеса и в таблице 4 представлены результаты вычислений следующих показателей: силы сопротивления качению колеса, мощности потребляемой колесом и плотности почвы по центру колеи колеса на глубине 18 см.

Таблица 2 - Параметры почвенной среды

DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2023.131.29.8>

№ п/п	Показатели	значение
1	Модуль Юнга, Па	$1 \cdot 10^6$
2	Коэффициент Пуассона	0,3
3	Коэффициент статического трения	0,45
4	Коэффициент динамического трения	0,35
5	Коэффициент реституции	0,3
6	Равновесная плотность почвы, кг/м <sup>3</sup>	1200
7	Диаметр частиц, м	0,03

Таблица 3 - Основные параметры шины

DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2023.131.29.9>

№ п/п	Показатели	значение
1	Модуль Юнга, Па	$3,5 \cdot 10^6$
2	Коэффициент Пуассона	0,48
3	Коэффициент статического трения	0,6
4	Коэффициент динамического трения	0,6
5	Ширина, мм	540
6	Диаметр шины, мм	1500
7	Средняя высота грунтозацепов $z_{г}$ , мм	50
8	Средняя ширина грунтозацепов $b$ , мм	60
9	Угол наклона грунтозацепа к продольной оси симметрии протектора, град	40
10	Шаг грунтозацепа, мм	255

Расчеты численного моделирования показали, что сила сопротивления качению колеса при движении изменялась в интервале 2458,3...11408,05 Н, со средним значением 4408,36 Н. Мощность, потребляемая колесом, находился в пределах от 7758,64 до 18768,83 Вт со средним значением 16176,69 Вт. Максимальное значение плотности почвы по следу на глубине 18 см увеличилось до  $1502,7 \text{ кг/м}^3$ . Среднее значение плотности составило  $1372 \text{ кг/м}^3$ , что привело к ее увеличению по следу колеса на 14% по сравнению с равновесной плотностью равной  $1200 \text{ кг/м}^3$ .

На основе результатов исследования следует, что в дальнейших исследованиях необходимо провести обоснование выбора моделей контакта в зависимости от типа почвы, а также параметров моделируемой дискретной почвенной среды – коэффициента Пуассона, коэффициента статического и динамического трения, модуля Юнга, адгезионных и когезионных свойств и др. и сопоставить эти параметры с физико-механическими свойствами различных типов почв в зависимости от их влажности и плотности.

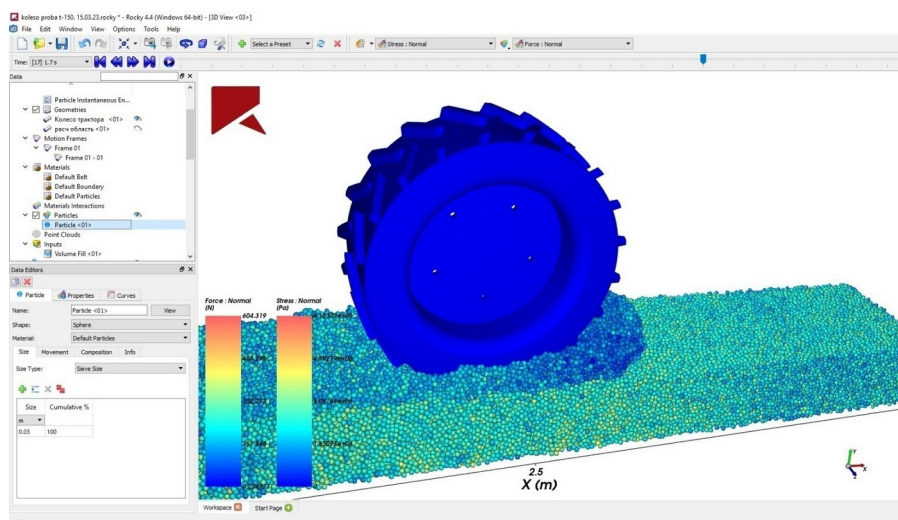


Рисунок 7 - Визуализация модели взаимодействия колеса с почвой

DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2023.131.29.10>



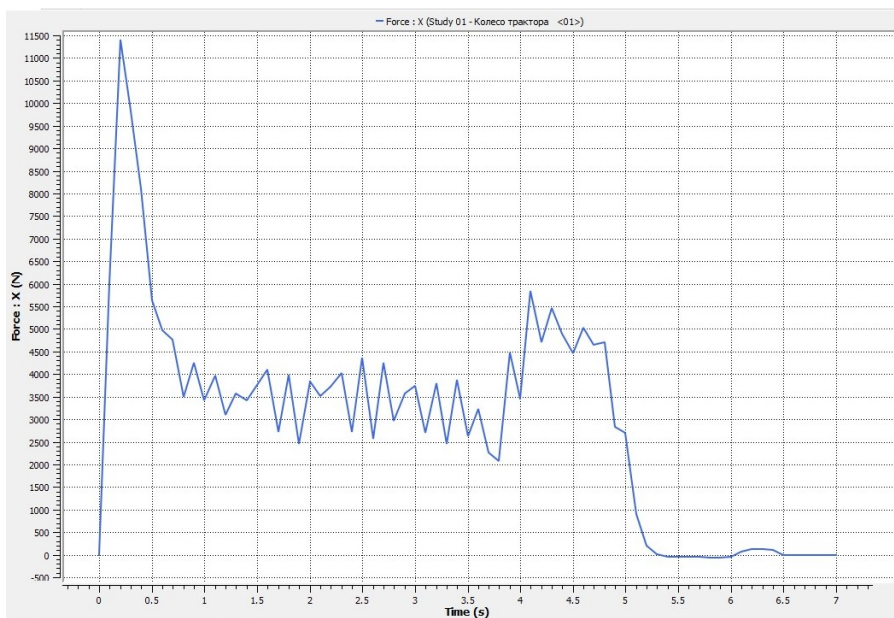


Рисунок 8 - Изменение силы сопротивления качению колеса  
DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2023.131.29.11>

Таблица 4 - Результаты расчета основных показателей  
DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2023.131.29.12>

№ п/п	Время, с	Сила сопротивления качению колеса, Н	Мощность колеса, Вт	Плотность почвы, кг/м <sup>3</sup> (на глубине 18 см)
1	0	0	0	1368,34
2	0,1	6000,88	7758,64	1409,88
3	0,2	11408,05	12576,73	1389,11
4	0,3	9832,54	13716,76	1395,22
5	0,4	8113,58	13700,87	1412,32
6	0,5	5632,28	14187,69	1406,21
7	0,6	4976,78	14349,54	1407,43
8	0,7	4767,92	15096,13	1412,32
9	0,8	3497,44	15092,68	1412,32
10	0,9	4247,98	15326,45	1403,77
11	1	3425,05	15549,24	1409,88
12	1,1	3965,34	15632,02	1419,65
13	1,2	3100,70	16155,43	1422,09
14	1,3	3567,51	16087,41	1408,66
15	1,4	3417,82	16576,85	1412,32
16	1,5	3752,70	16787,90	1406,21
17	1,6	4107,30	17206,51	1411,1
18	1,7	2726,24	16905,98	1413,54
19	1,8	3993,31	17141,49	1413,54
10	1,9	2458,30	17145,23	1412,32
11	2	3833,36	17382,00	1406,21
12	2,1	3514,55	17762,99	1419,65
13	2,2	3720,97	17626,59	1442,86
14	2,3	4017,70	17936,52	1499,06
15	2,4	2714,99	17830,82	1502,73

16	2,5	4372,45	18250,89	1383,0
17	2,6	2570,32	18099,73	1270,6
18	2,7	4242,54	18167,96	1213,18
19	2,8	2969,24	18234,80	1111,77
20	2,9	3570,93	18246,09	1070,24
21	3,0	3732,09	18768,83	1062,91
Среднее		4408,36	16176,69	1372,0

### Заключение

Таким образом, почвенные частицы обладают когезионными и адгезионными свойствами и почва является упруго-вязко-пластичной средой для моделирования взаимодействия движителей с почвой наиболее подходящим является модель контакта Герца-Миндлина.

Разработана модель взаимодействия колеса с почвой на основе метода дискретных элементов в программе Rocky DEM.

Полученные результаты можно использовать при энергетической и агротехнической оценке и оптимизации конструктивно-технологических параметров движителей тракторов и сельскохозяйственной техники. Предложенная методика позволяет повысить разработки новых конструкций движителей и постановки их на производство в предприятиях тракторного и сельскохозяйственного машиностроения.

В последующем модель почвенной среды на основе метода дискретных элементов должна учитывать неровности рельефа поля, анизотропность свойств почвы и динамический характер рабочих процессов и показывать процессы буксования и уплотнения.

### Конфликт интересов

Не указан.

### Рецензия

Все статьи проходят рецензирование. Но рецензент или автор статьи предпочли не публиковать рецензию к этой статье в открытом доступе. Рецензия может быть предоставлена компетентным органам по запросу.

### Conflict of Interest

None declared.

### Review

All articles are peer-reviewed. But the reviewer or the author of the article chose not to publish a review of this article in the public domain. The review can be provided to the competent authorities upon request.

### Список литературы / References

1. Русанов В.А. Проблема переуплотнения почв движителями и эффективные пути ее решения / В.А. Русанов. — М.: РАСХН, ВИМ, 1998. — 367 с.
2. Ксенович И.П. Наземные тягово-транспортные системы / И.П. Ксенович, В.А. Гоберман, Л.А. Гоберман. — М., 2003. — 743 с.
3. Золотаревская Д.И. Математическое моделирование и расчет уплотнения почвы в результате динамических нагрузок / Д.И. Золотаревская // Почвоведение. — 2011. — № 4. — С. 447-456.
4. Гайнуллин И.А. Влияние конструктивных параметров движителей и нагрузочных режимов тракторов на почву / И.А. Гайнуллин, А.Р. Зайнуллин // Фундаментальные исследования. — 2017. — № 2. — С. 31-36. — DOI: 10.17513/fr.41352.
5. Гайнуллин И.А. Экспериментальное исследование влияния скорости движения гусеничного трактора на уплотнение почвы / И.А. Гайнуллин // Международный научно-исследовательский журнал. — 2017. — № 3(57). — URL: <https://research-journal.org/archive/3-57-2017-march/eksperimentalnoe-issledovanie-vliyaniya-skorosti-dvizheniya-gusenichnogo-traktora-na-uplotnenie-pochvu> (дата обращения: 10.03.2023). — DOI: 10.23670/IRJ.2017.57.021.
6. Гайнуллин И.А. Моделирование распределения давления гусеничного трактора на почву с применением языка C# / И.А. Гайнуллин, Р.Ю. Загирова, С.О. Нургатина // Международный научно-исследовательский журнал. — 2020. — № 6(96). — URL: <https://research-journal.org/archive/6-96-2020-june/modelirovanie-raspredeleniya-davleniya-gusenichnogo-traktora-na-pochvu-s-primeneniyem-yazyka-s> (дата обращения: 12.03.2023). — DOI: 10.23670/IRJ.2020.96.6.008
7. Mudarisov S. Soil Compaction Management: Reduce Soil Compaction Using a Chain-track Tractor / S. Mudarisov, I. Gainullin, I. Gabitov [et al.] // Journal of Terramechanics. — 2020. — Vol. 89. — P. 1-12. — DOI: 10.1016/j.jterra.2020.02.002.
8. Mudarisov S. Improvement of Traction Indicators of a Track-chain Tractor / S. Mudarisov, I. Gainullin, I. Gabitov [et al.] // Komunikacie. — 2020. — Vol. 22. — № 3. — P. 89-102. — DOI: 10.26552/com.c.2020.3.89-102.
9. Ревуженко А.Ф. Механика сыпучей среды / А.Ф. Ревуженко. — Новосибирск: Офсет, 2003. — 373 с.
10. Хокни Р. Численное моделирование методом частиц / Р. Хокни, Дж. Иствуд. — М.: Мир, 1987. — 640 с.
11. Kruggel-Emden H. Review and Extension of Normal Force Models of the Discrete Element Method / H. Kruggel-Emden [et al.] // Powder Technology. — 2007. — № 171.
12. Тимошенко С.П. Теория упругости / С.П. Тимошенко, Дж. Гудьер. — М.: Наука, 1975. — 576 с.
13. Ucgul M. 3D DEM Tillage Simulation: Validation of a Hysteretic Spring (Plastic) Contact Model for a Sweep Tool Operating in a Cohesionless Soil / M. Ucgul, J.M. Fielke, C. Saunders // Soil and Tillage Research. — 2014. — Vol. 144. — P. 220-227.

14. Ucgul M. Discrete Element Modelling of Top Soil Burial Using a Full Scale Mouldboard Plough under Field Conditions / M. Ucgul, C. Saunders, J.M. Fielke // *Biosystems Engineering*. — 2017. — Vol. 160. — P. 140-153.
15. Mak J. Determining Parameters of a Discrete Element Model for Soil—tool Interaction / J. Mak, Y. Chen, M.A. Sadek // *Soil and Tillage Research*. — 2012. — 118. — P. 117-120.
16. Tamas K. The Role of Bond and Damping in the Discrete Element Model of Soil-sweep Interaction / K. Tamas // *Biosystems Engineering*. — 2018. — Vol. 169. — P. 57-70.
17. Dong Y. Influence of Particle Contact Models on Soil Response of Poorly Graded sand during Cavity Expansion in Discrete Element Simulation / Y. Dong, B. Fatahi, H. Khabbaz [et al.] // *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. — 2018. — Vol. 10. — Iss. 6. — P. 1154-1170.
18. Cundall P. A. A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies / P. A. Cundall, O.D. Strack // *Geotechnique*. — 1979. — 29. — P. 47-65.

### Список литературы на английском языке / References in English

1. Rusanov V.A. Problema pereuplotnenija pochv dvizhiteljami i jeffektivnye puti ee reshenija [The Problem of Soil Re—compaction by Movers and Effective Ways to Solve It] / V.A. Rusanov. — M.: RASHN, VIM, 1998. — 367 p. [in Russian]
2. Ksenevich I.P. Nazemnye tjagovo-transportnye sistemy [Ground Traction and Transport Systems] / I.P. Ksenevich, V.A. Goberman, L.A. Goberman. — M., 2003. — 743 p. [in Russian]
3. Zolotarevskaja D.I. Matematicheskoe modelirovanie i raschet uplotnenija pochvy v rezul'tate dinamicheskikh nagruzok [Mathematical Modeling and Calculation of Soil Compaction as a Result of Dynamic Loads] / D.I. Zolotarevskaja // *Pochvovedenie [Soil Science]*. — 2011. — № 4. — P. 447-456. [in Russian]
4. Gajnullin I.A. Vlijanie konstruktivnyh parametrov dvizhitelej i nagruzochnyh rezhimov traktorov na pochvu [Influence of Design Parameters of Propellers and Tractor Load Conditions on the Soil] / I.A. Gajnullin, A.R. Zajnullin // *Fundamental'nye issledovaniya [Fundamental Research]*. — 2017. — № 2. — P. 31-36. — DOI: 10.17513/fr.41352. [in Russian]
5. Gajnullin I.A. Jeksperimental'noe issledovanie vlijaniya skorosti dvizhenija gusenichnogo traktora na uplotnenie pochvy [An Experimental Study of the Influence of the Speed of a Tracked Tractor on Soil Compaction] / I.A. Gajnullin // *Mezhdunarodnyj nauchno-issledovatel'skij zhurnal [International Research Journal]*. — 2017. — № 3(57). — URL: <https://research-journal.org/archive/3-57-2017-march/eksperimentalnoe-issledovanie-vliyanija-skorosti-dvizheniya-gusenichnogo-traktora-na-uplotnenie-pochvy> (accessed: 10.03.2023). — DOI: 10.23670/IRJ.2017.57.021. [in Russian]
6. Gajnullin I.A. Modelirovanie raspredelenija davlenija gusenichnogo traktora na pochvu s primeneniem jazyka S# [Modeling of the Pressure Distribution of a Caterpillar Tractor on the Soil Using the C# Language] / I.A. Gajnullin, R.Ju. Zagirova, S.O. Nurgatina // *Mezhdunarodnyj nauchno-issledovatel'skij zhurnal [International Research Journal]*. — 2020. — № 6(96). — URL: <https://research-journal.org/archive/6-96-2020-june/modelirovanie-raspredeleniya-davleniya-gusenichnogo-traktora-na-pochvu-s-primeneniem-yazyka-s> (accessed: 12.03.2023). — DOI: 10.23670/IRJ.2020.96.6.008 [in Russian]
7. Mudarisov S. Soil Compaction Management: Reduce Soil Compaction Using a Chain-track Tractor / S. Mudarisov, I. Gainullin, I. Gabitov [et al.] // *Journal of Terramechanics*. — 2020. — Vol. 89. — P. 1-12. — DOI: 10.1016/j.jterra.2020.02.002.
8. Mudarisov S. Improvement of Traction Indicators of a Track-chain Tractor / S. Mudarisov, I. Gainullin, I. Gabitov [et al.] // *Komunikacie*. — 2020. — Vol. 22. — № 3. — P. 89-102. — DOI: 10.26552/com.c.2020.3.89-102.
9. Revuzhenko A.F. Mehanika sypuchej sredy [Mechanics of a Loose Medium] / A.F. Revuzhenko. — Novosibirsk: Ofset, 2003. — 373 p. [in Russian]
10. Hockney R. Chislennoe modelirovanie metodom chastic [Numerical Modeling by the Particle Method] / R. Hockney, J. Eastwood. — M.: Mir, 1987. — 640 p. [in Russian]
11. Kruggel-Emden H. Review and Extension of Normal Force Models of the Discrete Element Method / H. Kruggel-Emden [et al.] // *Powder Technology*. — 2007. — № 171.
12. Timoshenko S.P. Teorija uprugosti [Theory of Elasticity] / S.P. Timoshenko, J. Goodier. — M.: Nauka, 1975. — 576 p. [in Russian]
13. Ucgul M. 3D DEM Tillage Simulation: Validation of a Hysteretic Spring (Plastic) Contact Model for a Sweep Tool Operating in a Cohesionless Soil / M. Ucgul, J.M. Fielke, C. Saunders // *Soil and Tillage Research*. — 2014. — Vol. 144. — P. 220-227.
14. Ucgul M. Discrete Element Modelling of Top Soil Burial Using a Full Scale Mouldboard Plough under Field Conditions / M. Ucgul, C. Saunders, J.M. Fielke // *Biosystems Engineering*. — 2017. — Vol. 160. — P. 140-153.
15. Mak J. Determining Parameters of a Discrete Element Model for Soil—tool Interaction / J. Mak, Y. Chen, M.A. Sadek // *Soil and Tillage Research*. — 2012. — 118. — P. 117-120.
16. Tamas K. The Role of Bond and Damping in the Discrete Element Model of Soil-sweep Interaction / K. Tamas // *Biosystems Engineering*. — 2018. — Vol. 169. — P. 57-70.
17. Dong Y. Influence of Particle Contact Models on Soil Response of Poorly Graded sand during Cavity Expansion in Discrete Element Simulation / Y. Dong, B. Fatahi, H. Khabbaz [et al.] // *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. — 2018. — Vol. 10. — Iss. 6. — P. 1154-1170.
18. Cundall P. A. A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies / P. A. Cundall, O.D. Strack // *Geotechnique*. — 1979. — 29. — P. 47-65.