

**МНОГОУРОВНЕВЫЕ АНАЛИТИЧЕСКИЕ И АНАЛИТИКО-ИМИТАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ  
ВЕРОЯТНОСТНО-ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОМАШИНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ  
КОМПЛЕКСОВ С УЧЕТОМ НАДЕЖНОСТИ**

Научная статья

**Леонтьев А.С.<sup>1,\*</sup>**

<sup>1</sup>ORCID : 0000-0003-3673-2468;

<sup>1</sup>МИРЭА - Российский технологический университет, Москва, Российская Федерация

\* Корреспондирующий автор (s.leontyev.s[at]mail.ru)

**Аннотация**

Рассмотрены многоуровневые аналитические и аналитико-имитационные модели учета отказов и сбоев при оценке оперативности решения задач в многомашинных вычислительных комплексах (МВК). Описаны принципы функциональной и структурной декомпозиции формализованных моделей МВК с учетом возникающих отказов и сбоев. Рассмотрены математические модели функционирования ресурсов МВК с учетом аппаратных и программных отказов, отвечающие требованиям параметрической настраиваемости. Получены аналитические соотношения для параметрической настройки элементарных моделей, учитывающие механизм влияния на процесс обработки различных типов отказов и сбоев. Получены функциональные уравнения и аналитические соотношения, позволяющие преобразовать многофазную СМО проблемного и системного уровня с ненадежными обслуживающими аппаратами (ОА) в эквивалентную многофазную СМО с надежным ОА. Разработан подход для построения аппроксимирующих функций распределения эквивалентных ОА проблемного уровня, учитывающий механизм процесса обработки заявок при отказах. Разработана методика анализа временных характеристик МВК с учетом надежности элементов системы, которая реализована в виде базисных и интерфейсных параметрически настраиваемых аналитических и имитационных подмоделей.

**Ключевые слова:** вычислительный комплекс, многоуровневые модели, временные характеристики, отказы, сбои, функции распределения, преобразование Лапласа-Стилтьеса.

**MULTILEVEL ANALYTICAL AND ANALYTICAL-SIMULATION MODELS FOR EVALUATING THE  
PROBABILISTIC AND TEMPORAL CHARACTERISTICS OF MULTIMACHINE COMPUTING COMPLEXES  
WITH REGARD TO RELIABILITY**

Research article

**Leontev A.S.<sup>1,\*</sup>**

<sup>1</sup>ORCID : 0000-0003-3673-2468;

<sup>1</sup>MIREA - Russian Technological University, Moscow, Russian Federation

\* Corresponding author (s.leontyev.s[at]mail.ru)

**Abstract**

The article describes multilevel analytical and simulation models of faults and failures control in the evaluation of problem-solving efficiency in multi-machine computer complexes (MMC). Functional and structural decomposition principles of formalized models of MPS with failures and malfunctions taken into account are described. Mathematical models of functioning of MPS resources taking into account hardware and software failures that meet the requirements of parameter configurability are reviewed. Analytical relations for parametric tuning of elementary models are obtained, which take into account the mechanism of influence of different types of failures and malfunctions on processing. The functional equations and analytical relations which allow transforming a multiphase problem and system level QS with unreliable operating devices (OA) into an equivalent multiphase QS with reliable OA are derived. An approach for constructing approximating distribution functions of equivalent problem-level OA, which takes into account the mechanism of application processing in case of failures, is designed. A methodology for analysing the time characteristics of MPS with regard to the reliability of system elements is developed, which is implemented in the form of basic and interface parametrically adjustable analytical and simulation submodels.

**Keywords:** computer complex, multilevel models, temporal characteristics, failures, faults, distribution functions, Laplace-Stieltjes transformation.

**Введение**

Многомашинные вычислительные комплексы являются центральным звеном сбора, передачи и обработки информации в автоматизированных системах обработки данных (АСОД) различного назначения. Основными показателями качества функционирования МВК, входящих в состав АСОД, являются своевременность и достоверность выдаваемой информации. Задачи определения временных характеристик и характеристик надежности МВК решаются, как правило, независимо друг от друга, и влияние отказов учитывается с помощью поправочных коэффициентов. При этом не учитывается механизм процесса обработки при возникновении отказов. Поэтому такой подход позволяет оценить только среднее время выполнения задачи. В МВК АСОД недопустимо получение результатов позже директивного срока и при определении временных характеристик возникает необходимость оценить не только среднее время обработки заявок, но и такие характеристики, как дисперсия и вероятность выполнения заявки к директивному сроку в условиях возникновения отказов. В настоящее время предложен целый ряд моделей, с помощью которых можно описать процесс обработки заявок с учетом возникающих отказов. Однако в этих моделях не

учитывается мультипрограммный режим работы современных МВК, влияние программных отказов и делаются другие упрощающие предположения, что приводит к уменьшению достоверности получаемых результатов и снижению качества проектирования. Поэтому разработка математических методов и моделей, позволяющих увеличить степень адекватности моделей анализа процессов обработки информации в МВК с учетом возникающих отказов, является актуальной задачей.

Методы имитационного моделирования [1], [3], [4], [5] позволяют анализировать модели сложных систем при удовлетворении требований к параметрической настраиваемости. Однако непосредственное применение методов имитационного моделирования при определении временных характеристик вычислительных систем в условиях отказов оказывается неэффективным, так как требует значительных затрат времени на моделирование. Исследование вычислительных систем с помощью аналитических методов теории массового обслуживания [6], [8], [12], [16] применимо лишь для анализа простых структур и ориентировано, как правило, на анализ либо временных характеристик без учёта влияния отказов, либо показателей надежности вычислительных систем. При анализе временных характеристик современных вычислительных комплексов не учитывается влияние программных отказов.

Целью данной работы является разработка многоуровневых аналитических и аналитико-имитационных моделей анализа вероятностно-временных характеристик переработки информации в МВК АСОД с учетом отказов в условиях информационной, структурной и временной избыточности для автоматизации определения показателей качества функционирования МВК при многовариантном анализе различных схем обработки информации с учетом надежности.

При разработке математического аппарата исследования многоуровневых моделей решаются задачи:

- декомпозиции многоуровневых формализованных моделей;
- разработки математических моделей функционирования ресурсов МВК с учетом отказов, отвечающие требованиям параметрической настраиваемости;
- получения аналитических соотношений для параметрической настройки элементарных моделей, учитывающих механизм влияния на процесс обработки различных типов отказов;
- разработки алгоритмов определения временных характеристик обработки заявок и показателей качества функционирования МВК, учитывающих влияние отказов аппаратуры и программные отказы;
- вывода функциональных уравнений и аналитических соотношений, позволяющих преобразовать многофазную СМО проблемного и системного уровней с ненадежными обслуживающими аппаратами (ОА) в эквивалентную СМО с надежными ОА.

Основная научная новизна предложенного автором подхода оценки вероятностно-временных характеристик МВК с помощью многоуровневых моделей заключается в обосновании применения аналитических методов расчета на структурном уровне. При сравнении результатов аналитического и имитационного моделирования впервые было установлено, что на аппаратном уровне (сетевая модель процессоров и каналов) при описании процессов обработки требований с учетом возникающих отказов реальные потоки заявок можно аппроксимировать пуассоновскими потоками. Это позволяет применить для расчетов известные формулы промежуточной теории массового обслуживания, осуществив предварительно декомпозицию модели аппаратного (структурного) уровня на элементарные аналитические модели процессора и каналов [17]. Такой эффект возникает из-за вложенности модели структурного уровня по отношению к модели проблемного уровня и из-за того, что ошибки аппроксимации потоков в элементарных моделях процессора и каналов взаимно компенсируют друг друга. Введение пуассоновских потоков на аппаратном уровне позволяет не только декомпозировать модель структурного уровня, но и осуществить декомпозицию семейства многоуровневых моделей на модели различных уровней.

### Декомпозиция многоуровневых моделей

Взаимодействия между аппаратными и программными ресурсами МВК в процессе обработки заявок сводятся к двум видам. Первый вид взаимодействия – передача заявок на обработку от ресурса к ресурсу, то есть взаимодействие через информационные потоки. Второй вид взаимодействия проявляется в изменении параметров законов обработки информации в отдельных ресурсах. Такие взаимодействия возникают при комплексировании ЭВМ с помощью адаптеров «канал-канал» и двухходовых устройств управления внешними устройствами. Методы структурной декомпозиции, позволяют представить многомашинный ВК в виде совокупности подструктур, каждая из которых описывает структуру отдельной ЭВМ, входящей в МВК. Структурная декомпозиция основана на принципе корректировки функций распределения времени выполнения требований обрабатываемых программ на аппаратном уровне. При корректировке учитывается дополнительная задержка начала обслуживания требования, обусловленная обслуживанием требований альтернативного канала другой ЭВМ. Отметим, что методы структурной декомпозиции остаются в силе и при формализации процесса обработки с учётом отказов, если комплексирование осуществляется на уровне внешних устройств. Однако в этом случае при определении вероятности  $P_3$  того, что устройство комплексирования занято обслуживанием заявки альтернативного канала, необходимо учитывать дополнительные потоки, обусловленные отказами другой ЭВМ. Отметим, что при случайном характере запросов на обмен информацией  $P_3 = \rho_{\text{кал}}$ , где  $\rho_{\text{кал}}$  – стационарная загрузка устройства комплексирования заявками альтернативного канала. Необходимость структурной декомпозиции возникает в режиме распределения задач. Метод структурной декомпозиции в условиях отказов описывается следующей процедурой:

1. Осуществить декомпозицию МВК на подструктуры в условиях надёжной работы, пользуясь соотношением настройки:

$$\widetilde{B}_{\text{обук}}^*(S) = (1 - P_3) * B_{\text{об}}^*(S) + P_3 B_{\text{об}}^*(S) * B_{\text{дооб}}^*(S) \quad (1)$$

где  $B_{\text{об}}^*(S)$  – преобразование Лапласа-Стильтьеса (ПЛС) функции распределения (ФР) времени обмена;

$B_{\text{дооб}}^*(S)$  – ПЛС ФР времени дообслуживания заявки альтернативного канала.

2. Для каждой из подструктур определить загрузку устройства комплексирования с учётом дополнительных потоков, обусловленных отказами ( $P_3 = \rho_{\text{кал}}$ ). При определении дополнительных потоков в исходных данных вместо  $n$ -ых моментов  $B_{\text{об}}^{(n)}$  использовать  $B_{\text{обук}}^{(n)}$  (определяется из соотношения (1)).

3. Осуществить корректировку моментов  $B_{\text{об}}^{(n)}$  ( $n = \overline{1, 2}$ ) с помощью соотношения (1), используя значение  $\rho_{\text{кал}}$ , определенное в пункте 2.

4. Определить временные характеристики обработки заявок с учётом отказов в каждой из подструктур, учитывая результаты корректировки, выполненные в пункте 3.

Подход, согласно которому различные типы отказов учитываются с помощью различных моделей, совокупность которых образует семейство многоуровневых моделей, по сути дела является функциональной декомпозицией задачи анализа временных характеристик ВК с учётом отказов. Он позволяет значительно упростить задачу анализа и выявить наиболее существенные факторы, характеризующие надёжность при определении временных характеристик обработки заявок и при определении показателей качества функционирования ВК [18], [20], [21], [22]. Необходимо ввести допущения, которые позволили бы произвести декомпозицию многоуровневых моделей на совокупность элементарных базисных моделей, что позволит разработать эффективные методы анализа. В частности, допущение о пуассоновском характере потоков на структурном уровне позволяет декомпозировать модель структурного уровня на элементарные модели процессоров и каналов, каждая из которых является СМО типа M/G/1 с абсолютными или относительными приоритетами. Дополнение моделей процессора и каналов интерфейсными моделями корректировки потоков и функций распределения времени выполнения требований обрабатывающих программ позволяет разработать эффективный аппарат анализа процесса обработки на структурном уровне многоуровневых моделей в условиях отказов. Более того, именно предположение о пуассоновском характере потоков на структурном уровне позволяет произвести декомпозицию многоуровневых моделей на модели различных уровней, которые можно анализировать независимо друг от друга. Взаимосвязь моделей осуществляется с помощью соответствующих уравнений настройки.

Интенсивность потока требований обрабатывающих программ к процессору и каналам определяется соотношениями:

$$\begin{cases} \lambda_i^{\text{пп}} = U_j \lambda_j N_{ij}^{\text{пп}} \\ \lambda_i^{\text{кн}} = U_j \lambda_j N_{ij}^{\text{кн}} \end{cases} \quad i = \overline{1, NRS}, \quad i \in \text{Tr}(j) \quad (2)$$

где  $\lambda_j$  – интенсивность потока заявок  $j$ -го типа;

$N_{ij}^{\text{пп}}$  – число обращений  $i$ -ой программы к процессору при обработке  $j$ -ой заявки;

$N_{ij}^{\text{кн}}$  – число обращений  $i$ -ой программы к каналу ввода-вывода при обработке  $j$ -ой заявки.

Отметим, что если  $i$ -ая программа не принадлежит треку обработки  $j$ -ой заявки (то есть маршрут  $j$ -ой заявки по обрабатывающим программам не включает  $i$ -ую программу), то  $N_{ij}^{\text{пп}} = 0$ ,  $N_{ij}^{\text{кн}} = 0$ . Селекторный канал вместе с устройствами управления и внешними устройствами представляет собой один ресурс, поскольку моменты занятия и освобождения канала УУ и ВУ практически совпадают. В соответствии с концепциями операционной системы, требования одной и той же обрабатывающей программы не образуют очередей к процессору и каналам ввода-вывода. Поэтому при определении характеристик обработки требований программ на структурном уровне предположение о пуассоновском характере потоков относится к фоновым потокам других обрабатывающих программ и применяется для суммы потоков. Сходимость суммы рекуррентных потоков к пуассоновскому (теорема Хинчина-Ососкова [23]) на практике хорошо выполняется уже для 4-5 составляющих. Погрешность, обусловленная предположением о пуассоновском характере потоков на структурном уровне, находится в допустимых пределах. Отметим, что с помощью модели структурного уровня определяются только моменты времени выполнения требований обрабатывающих программ в процессоре и каналах. Моменты ФР времени выполнения обрабатывающих программ определяются дифференцированием по  $s$  соотношения:

$$H_{ij}^*(s) = (\Pi_{\text{пп}}^*(s))^{N_{ij}^{\text{пп}}} * (\Pi_{\text{кн}}^*(s))^{N_{ij}^{\text{кн}}}, \quad i = \overline{1, NRS}, \quad (3)$$

где  $\Pi_{\text{пп}}^*(s)$  – ПЛС ФР времени выполнения требований  $i$ -ой программы в процессоре;

$\Pi_{\text{кн}}^*(s)$  – в канале.

При разработке математического аппарата анализа модели проблемного уровня возникает ряд задач, которые можно разбить на следующие классы:

- задачи преобразования многофазных СМО с ненадёжными ОА в эквивалентные многофазные СМО с надёжными ОА;

- задачи построения аппроксимирующих функций распределения, учитывающих механизм обработки заявок в условиях отказов;

- задачи исследования возможности декомпозиции модели проблемного уровня на элементарные базисные модели {M/G/1} на основе допущения о пуассоновском характере потоков на проблемном уровне.

При определении времени выполнения требований обрабатывающих программ в процессоре и каналах в режиме мультипрограммирования в качестве исходных данных используются моменты ФР времени обработки этих требований  $B_{\text{пп}}^{(n)}, B_{\text{кн}}^{(n)}$  ( $i = \overline{1, NRS}, n = \overline{1, 2}$ ).

Время обмена в канале определяется соотношениями:

$$B_{\text{икн}}^{(1)} = B_n^{(1)} + \frac{V_{i1}}{W_k}, i = \overline{1, NRS}$$

$$B_{\text{икн}}^{(2)} = \left[ B_n^{(2)} - \left( B_n^{(1)} \right)^2 \right] + \left( B_{\text{икн}}^{(1)} \right)^2 + \frac{(V_{i2} - V_{i1}^2)}{W_k^2}, \quad (4)$$

где  $B_n^{(1)}, B_n^{(2)}$  – моменты ФР времени поиска информации на ВУ;

$V_{i1}, V_{i2}$  – моменты ФР объема обмениваемой информации;

$W_k$  – производительность канала, определяемая быстродействием обслуживаемого ВУ.

Моменты времени обработки требований в процессоре определяются выражением:

$$B_{\text{инр}}^{(1)} = U_{i1} \frac{K_3}{CC}, \quad i = \overline{1, NRS}$$

$$B_{\text{инр}}^{(2)} = U_{i2} \frac{K_3^2}{CC^2}, \quad (5)$$

где  $U_{i1}, U_{i2}$  – 1-ый и 2-ой моменты числа команд, выполняемых процессором при обработке требований  $i$ -ой программы;

$CC$  – производительность процессора;

$K_3$  – коэффициент замедления производительности процессора.

Замедление производительности процессора при обработке команд обусловлено ожиданием запросов процессора к блокам оперативной памяти из-за конфликтов с каналами.

$K_3 = 1.002 - 1.02$  для различных типов ЭВМ. Поэтому при практическом использовании многоуровневых моделей можно принять  $K_3 = 1$  и не рассматривать командный уровень обработки заявок.

В общем виде задача формулируется следующим образом: при заданных интенсивностях поступления заявок на обработку в МВК, маршрутах прохождения заявок по обрабатывающим программам, распределении требований обрабатывающих программ по процессорам и каналам, характеристиках программ в однопрограммном режиме, директивных временах обработки заявок, приоритетах программ и заявок, параметрах, характеризующих отказы, определить вероятность обработки заявок к директивному сроку.

Модели и алгоритмы учёта сбоев рассмотрены в работах [18], [19], [20].

#### Учет влияния программных отказов на процесс обработки заявок в ВК

В настоящее время в связи с возросшей сложностью программного обеспечения МВК и возрастанием его относительной стоимости по сравнению со стоимостью аппаратуры становится актуальной задача учета программных отказов при разработке моделей функционирования МВК. Надежность аппаратуры и надежность программного обеспечения (ПО) – две составляющие надежности вычислительного процесса.

Влияние программных и аппаратных отказов на практике часто оказывается эквивалентным и неразличимым. Однако за редким исключением, неизвестны модели, которые учитывают одновременно ошибки, вызываемые указанными двумя типами отказов. Введение резервирования на аппаратном уровне увеличивает относительное влияние программных отказов. Для учета программных отказов при определении характеристик обработки заявок в МВК необходимо выбрать модель поведения системы программного обеспечения при появлении ошибок, вызванных ошибками разработки ПО.

В качестве модели надежности ПО выберем кусочно-экспоненциальную модель программных отказов, в основе которой лежат статистически проверенные гипотезы о кусочно-экспоненциальном распределении времени наработки на отказ и пропорциональности интенсивности отказов количеству неисправленных ошибок  $N_{\text{ост}}^{\text{неисп}}$  [24], [25].

Учитывая значительные затраты времени на исправление ошибок и жесткие ограничения на время обработки заявок в специализированных МВК, можно считать, что при возникновении программного отказа с вероятностью, равной единице, заявка не может быть обработана в директивные сроки. Поэтому показатели качества функционирования МВК  $\Pr(T_j < T_j^H), j = \overline{1, NSS}$  с учетом программных отказов определяются из соотношения:

$$\Pr(T_j < T_j^H) = P_{oj} G(T_j^H), \quad (6)$$

где  $G(t)$  – ФР времени обработки  $j$ -го сообщения с учетом отказов аппаратуры;

$P_{oj}$  – вероятность того, что во время обработки  $j$ -го сообщения не произойдет программных отказов.

Учитывая пуассоновский характер программных отказов и то обстоятельство, что ошибка разработки обнаруживается только во время выполнения обрабатываемой программы,  $P_{oj}$  можно определить из следующего соотношения:

$$P_{oj} = \prod_i A_{ij}^* (\lambda_{\text{оти}}^{\text{пп}}), \quad i \in \text{Tr}(j), \quad (7)$$

где  $\lambda_{\text{оти}}^{\text{пп}}$  – интенсивность программных отказов при выполнении  $i$ -ой обрабатываемой программы;

$A_{ij}^* (\lambda_{\text{оти}}^{\text{пп}}) = \int_0^\infty e^{-\lambda_{\text{оти}}^{\text{пп}} t} dA_{ij}(t), A_{ij}(t)$  – ФР времени обработки  $j$ -го сообщения  $i$ -ой программой в однопрограммном режиме.

Интенсивность программных отказов кусочно-экспоненциальной модели можно оценить по результатам тестирования, оценивая значение  $N_{\text{ост}}^{\text{неисп}}$ .

$$\lambda_{от}^{пп} = KN_{от}^{неисп}, \quad N_{от}^{неисп} = N - n, \quad (8)$$

где  $K$  – коэффициент пропорциональности;

$N$  – первоначальное количество программных ошибок;

$n$  – число ошибок, обнаруженных при тестировании.

Плотность вероятности для интервалов времени между ошибками, обнаруженными при тестировании ( $T(i), i = \overline{1, n}$ ), для кусочно-экспоненциальной модели определяется выражением:

$$P(T[i]) = K(N - i) \text{EXP}(-K(N - i)T[i]), \quad (9)$$

Соотношение (9) справедливо в том случае, если при устранении обнаруженных ошибок в программное обеспечение не вносят новые ошибки [23], [24]. Параметры  $K$  и  $N$  определяются с помощью метода наибольшего правдоподобия. Функция правдоподобия имеет вид:  $L = \prod_{i=1}^n P(T[i])$ .

Логарифмическая функция правдоподобия определяется выражением:

$$\ln L = \sum_{i=1}^n \ln(P(T[i])) = \sum_{i=1}^n \{\ln K + \ln(N - i) - K(N - i)T[i]\}. \quad (10)$$

Заменив в (10) дискретный параметр  $N$  непрерывным  $x$  и приравняв частные производные  $\ln L$  по  $K$  и  $x$  нулю, получим:

$$KT_{\Sigma} = \frac{n}{\left(x - \frac{1}{T_{\Sigma}} \sum_{i=1}^n iT[i]\right)}, \quad (11)$$

$$KT_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{x-i}, \quad (12)$$

где  $T_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n T[i]$ .

Из (11) и (12) следует:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{x-i} = \frac{n}{\left(x - \frac{1}{T_{\Sigma}} \sum_{i=1}^n iT[i]\right)} \quad (13)$$

Уравнение (13) можно решить относительно  $x$  численными методами. Корень уравнения  $x_0$  принадлежит интервалу  $[x_1, x_2]$ , где  $x_1$  и  $x_2$  целочисленные величины:  $x_2 = x_1 + 1, x_1 > n$ . Разность правой и левой частей уравнения (13) меняет знак при переходе от  $x_1 - \delta$  к  $x_2 - \delta$ , где  $\delta$  сколько угодно малая величина.

Параметр  $K$  определяется из соотношения (12), а параметр  $N$  равен целой части  $x_0 : N = \text{ent}[x_0]$ . Отметим, что оценку параметра  $N$  можно получить также, используя данные по другим проектам, простые интуитивные модели и статистические модели, использующие принцип внесения определенного количества известных ошибок [24]. Соотношения (6) ÷ (13) позволяют учесть влияние программных отказов на показатели качества функционирования МВК при наличии ограничений на время обработки заявок.

### Методический подход учета отказов аппаратуры при оценке вероятностно-временных характеристик ВК

На структурном уровне при определении характеристик  $i$ -ой программы необходимо учитывать дополнительные потоки требований на обработку, обусловленные повторным выполнением фоновых обрабатывающих программ при отказах внешних устройств, не используемых  $i$ -ой программой. Полные отказы  $(\lambda_{от}^{(1)})$ , отказы, приводящие к переключениям на резервные элементы  $(\lambda_{от}^{(2)})$ , и зависания системы  $(\lambda_{от}^{(3)})$  воздействуют одновременно на все обрабатывающие программы и учитываются путем корректировки моментов ФР времени выполнения обрабатывающих программ на проблемном уровне.

Вероятность того, что во время обработки  $j$ -го сообщения  $i$ -ой программой не произойдет отказ внешних устройств, используемых  $i$ -ой программой, определяется соотношением:

$$\varphi_{ij}^* (\lambda_{отi}^{BY}) = [\Pi_{ипп}^* (\lambda_{отi}^{BY})]^{N_{ij}^{пп}} \cdot [\Pi_{икк}^* (\lambda_{отi}^{BY})]^{N_{ij}^{кк}}, \quad (14)$$

где  $\Pi_{ипп}^* (\lambda_{отi}^{BY}) = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_{отi}^{BY} t} d\Pi_{ипп}(t)$ ,  $\Pi_{ипп}(t)$  – ФР времени пребывания  $i$ -ой заявки в процессоре;

$\Pi_{икк}^* (\lambda_{отi}^{BY}) = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_{отi}^{BY} t} d\Pi_{икк}(t)$ ,  $\Pi_{икк}(t)$  – ФР времени пребывания  $i$ -ой заявки в канале.

Корректировка потоков требований к процессору и каналам, учитывающая дополнительные потоки требований, осуществляется с помощью соотношения:

$$\lambda_{ij}^{\text{мод}} = \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \varphi^* (\lambda_{отi}^{BY}))^{n-1} \varphi^* (\lambda_{отi}^{BY}) \cdot \left\{ (n-1) \frac{N_{ij}}{2} + N_{ij} \right\} \lambda_j = \left( \frac{N_{ij}}{2} + \frac{N_{ij}}{2} \cdot \frac{1}{\varphi^* (\lambda_{отi}^{BY})} \right) \lambda_j. \quad (15)$$

Здесь  $\lambda_j$  – интенсивность потока заявок  $j$ -го типа, поступающих на обработку в ВК.

$$\lambda_i^{\text{мод}} = \sum_j^{\infty} \lambda_{ij}^{\text{мод}}, i \in \text{Tr}(j). \quad (16)$$

Соотношения (14) ÷ (16) служат для настройки модели структурного уровня. Отметим, что при определении загрузки процессора и каналов необходимо учитывать дополнительные потоки, обусловленные отказами других типов

$\lambda_{от}^{(1)}, \lambda_{от}^{(2)}, \lambda_{от}^{(3)}$ , что легко сделать, заменив в выражениях (14) – (15)  $\lambda_{отi}^{BY}$  на  $\tilde{\lambda}_{отi}$ .

$$\left( \tilde{\lambda}_{отi} = \lambda_{от}^{(1)} + \lambda_{от}^{(2)} + \lambda_{от}^{(3)} + \lambda_{отi}^{BY} \right).$$

Влияние отказов при определении загрузки учитывается также с помощью уменьшения эквивалентной производительности процессора и каналов, учитывающего потери времени на восстановление системы. Вычисление загрузки является тривиальной задачей, поскольку для ее решения необходимо знать только интенсивность потока заявок и 1-ый момент ФР времени обработки поступающих требований. Существенно более сложной является задача определения временных характеристик и показателей качества функционирования ВК.

### Преобразование моделей с ненадежными ОА в эквивалентные надежные модели

Процесс обработки заявок в модели проблемного уровня формализуется с помощью многофазной СМО. ОА модели проблемного уровня являются ненадежными. Обработка заявок в модели проблемного уровня осуществляется с относительными приоритетами. Моменты функции распределения времени обработки  $j$ -го сообщения  $i$ -ой программой  $H_{ij}^{(n)}$ ,  $n = (1, 2)$  определяются с помощью модели структурного уровня с учетом дополнительных потоков требований  $k$ -ой обрабатывающей программы ( $k = \overline{1, NRS}, k \neq i$ ), обусловленных отказами внешних устройств, используемых  $k$ -ой программой, причем отказы этих устройств не приводят к потере работоспособности всей системы. Функции распределения  $H_{ij}(t)$  являются произвольными. В настоящее время не существует приемлемых аналитических методов, позволяющих анализировать многофазные приоритетные СМО с произвольными законами обслуживания. Учитывая то, что каждый ОА модели проблемного уровня является ненадежным и интенсивность отказов существенно меньше интенсивности поступления заявок на обслуживание, применение методов имитационного моделирования также оказывается неэффективным.

Поэтому для определения временных характеристик в модели проблемного уровня предлагается использовать комбинированный аналитико-имитационный метод анализа, при котором ненадежные ОА аналитическими методами сводятся к эквивалентным надежным, а затем производится имитация процесса обработки заявок в СМО с надежными ОА [22].

Два обслуживающих аппарата называются эквивалентными, если равны первые два момента функций распределения времени обработки заявок в этих ОА.

В данном разделе рассматриваются вопросы преобразования ненадежных ОА проблемного уровня в эквивалентные надежные и вопросы аппроксимации функций распределения времени обработки заявок эквивалентными ОА.

Вводится корректор системного уровня, предназначенный для учета дополнительного времени приема заявки на обслуживание, если требование на обработку заявки генерируется во время восстановления ВК после отказа.

Преобразование Лапласа-Стилтьеса функции распределения времени обработки  $i$ -го сообщения  $j$ -ым ОА проблемного уровня с учетом отказов определяется следующим соотношением:

$$G_{ij}^*(s) = H_{ij}^*(s + \lambda_{OT}) + \frac{\lambda_{OT}}{s + \lambda_{OT}} \left( 1 - H_{ij}^*(s + \lambda_{OT}) \right) * G_{ij}^*(s) * F^*(s),$$

$$G_{ij}^*(s) = \int_0^\infty e^{-st} dG_{ij}(t), F^*(s) = \int_0^\infty e^{-st} dF(t), H_{ij}^*(s + \lambda_{OT}) = \int_0^\infty e^{-(s+\lambda_{OT})t} dH_{ij}(t),$$
(17)

где  $H_{ij}(t)$  – функция распределения времени обработки  $j$ -го сообщения  $i$ -ой программой (моменты ФР  $H_{ij}(t)$  определяются с помощью модели структурного уровня);

$F(t)$  – ФР времени восстановления после отказов.

Выражение (17) можно легко получить, воспользовавшись методом катастроф [26]. Действительно,  $G_{ij}^*(s)$  есть вероятность того, что во время обслуживания  $j$ -го сообщения  $i$ -ым ОА проблемного уровня катастрофы не наступят. Для этого достаточно, чтобы во время обслуживания  $j$ -го сообщения не произошли ни катастрофы, ни отказы. Вероятность этого события равна  $H_{ij}^*(s + \lambda_{OT})$ . Либо во время обслуживания наступила или катастрофа, или отказ. Вероятность этого события:  $1 - H_{ij}^*(s + \lambda_{OT})$ . Причем наступившее событие является отказом, вероятность равна  $\frac{\lambda_{OT}}{\lambda_{OT} + s}$ . Во время восстановления системы после отказа катастрофы не наступали (вероятность –  $F^*(s)$ ) и во время обслуживания  $j$ -го сообщения после восстановления системы катастрофы не наступили (вероятность –  $G_{ij}^*(s)$ ). Моменты  $G_{ij}^{(n)}$  функции распределения  $G_{ij}(t)$  определяются путем дифференцирования по  $s$  выражения:

$$G_{ij}^*(s) = H_{ij}^*(s + \lambda_{OT}) \left[ 1 - \frac{\lambda_{OT}}{s + \lambda_{OT}} \left( 1 - H_{ij}^*(s + \lambda_{OT}) \right) F^*(s) \right]^{-1}$$
(18)

При получении аналитических выражений для  $G_{ij}^{(n)}$  аппроксимируем функцию распределения  $H_{ij}(t)$  гамма-распределением и проведем соответствующие преобразования с выражением (18). Плотность  $h_{ij}(t)$  для гамма-распределения определяется следующим соотношением [27]:

$$h_{ij}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\beta t}, & t \geq 0, \alpha > 0, \beta > 0, \tilde{A}(\alpha) = \int_0^\infty t^{\alpha-1} e^{-t} dt \end{cases}$$
(19)

Параметры  $\alpha$  и  $\beta$  следующим образом связаны с первыми двумя моментами функции распределения  $H_{ij}(t)$ :

$$\alpha = \frac{H_{ij1}^2}{H_{ij2} - H_{ij1}^2}, \quad \beta = \frac{H_{ij1}}{H_{ij2} - H_{ij1}^2},$$
(20)

Отметим, что преобразование Лапласа-Стилтьеса гамма-распределения определяется выражением:

$$\int_0^{\infty} e^{-st} h_{ij}(t) dt = \left( \frac{\beta+s}{\beta} \right)^{-\alpha} \quad (21)$$

Используя аппроксимирующее гамма – распределение  $H^{АП}(t)$  и учитывая (21), получим:

$$H^{*АП}(s + \lambda_{OT}) = \beta^{\alpha} (\beta + \lambda_{OT} + s)^{-\alpha} \quad (22)$$

Используя соотношения (19) и (22), получим следующее выражение для  $G_{ij}^*(s)$  :

$$G_{ij}^*(s) = \frac{\beta^{\alpha} (\beta + \lambda_{OT} + s)^{-\alpha}}{1 - \left( \frac{\lambda_{OT}}{\lambda_{OT} + s} - \lambda_{OT} \beta^{\alpha} (s + \lambda_{OT})^{-1} (\beta + \lambda_{OT} + s)^{-\alpha} F^*(s) \right)} \quad (23)$$

Дифференцируя (23) по  $s$  и произведя соответствующие выкладки, получим следующие соотношения для моментов функции распределения  $G_{ij}(t)$  :

$$G_{ij}^{(1)} = \frac{1 - \left( \frac{\beta}{\beta + \lambda_{OT}} \right)^{\alpha} + \left( 1 - \left( \frac{\beta}{\beta + \lambda_{OT}} \right)^{\alpha} \right) F^{(1)}}{\left( \frac{\beta}{\beta + \lambda_{OT}} \right)^{\alpha}}, \quad (24)$$

$$G_{ij}^{(2)} = \frac{\Gamma(\alpha, \beta, F^{(1)}, F^{(2)}, G_{ij}^{(1)}, \lambda_{OT})}{\beta^{\alpha} (\beta + \lambda_{OT})^{-\alpha}}, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \Gamma(\alpha, \beta, F^{(1)}, F^{(2)}, G_{ij}^{(1)}, \lambda_{OT}) &= 2(1 - \beta^{\alpha} (\beta + \lambda_{OT})^{-\alpha}) G_{ij}^{(1)} F^{(1)} + \\ &+ 2 \frac{G_{ij}^{(1)} + F^{(1)}}{\lambda_{OT}} - 2 \left( \frac{\beta^{\alpha} (\beta + \lambda_{OT})^{-\alpha}}{\lambda_{OT}} + \beta^{\alpha} \alpha (\beta + \lambda_{OT})^{-\alpha-1} \right) (G_{ij}^{(1)} + F^{(1)}) + \\ &+ (1 - \beta^{\alpha} (\beta + \lambda_{OT})^{-\alpha}) F^{(2)} + 2 \frac{1}{\lambda_{OT}} - 2 \left( \frac{\beta^{\alpha} (\beta + \lambda_{OT})^{-\alpha}}{\lambda_{OT}} + \frac{\alpha \beta^{\alpha} (\beta + \lambda_{OT})^{-\alpha-1}}{\lambda_{OT}} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

В предельном случае  $\left( \alpha = 1, \beta = \frac{1}{H_{ij1}} = \mu \right)$  формулы (24), (25) и (26) описывают моменты  $G_{ij}(t)$ , когда  $H_{ij}(t)$  имеет экспоненциальное распределение  $H_{ij}(t) = 1 - e^{-\mu t}$ . После соответствующих преобразований в этом случае получим для моментов  $G_{ij}(t)$  выражения:

$$G_{ij}^{(1)} = \frac{1 + \lambda_{OT} F^{(1)}}{\mu}, G_{ij}^{(2)} = \frac{\lambda_{OT} \mu F^{(2)} + 2(1 - \lambda_{OT} F^{(1)})^2}{\mu^2} \quad (27)$$

Выражения (27) совпадают с известными соотношениями для  $G_{ij}^{(1)}$  и  $G_{ij}^{(2)}$  при  $H_{ij}(t) = 1 - e^{-\mu t}$  [28], что подтверждает справедливость (24) и (25). После корректировки моментов функции распределения времени обработки сообщений с помощью выражений (20), (24), (25) и (26) обслуживающие аппараты проблемного уровня сводятся к эквивалентным надежным. Строго говоря, приведенные выше соотношения позволяют свести ненадежные ОА к эквивалентным ОА, отказывающим в свободном состоянии. Однако из физических соображений очевидно, что при передаче обрабатываемой заявки на следующую фазу обслуживания, ОА, даже если он свободен, находится в работоспособном состоянии. Это связано с тем, что отказы действуют одновременно на все ОА проблемного уровня.

Для учета дополнительного времени ожидания приема заявки на обслуживание в ВК во время восстановления системы после отказа вводится вспомогательная модель корректировки входов модели проблемного уровня. Вспомогательная модель образует верхний системный уровень обработки заявок. Верхний уровень представляется ОА, отказывающим в свободном состоянии с интенсивностью обслуживания поступающих заявок, стремящейся к бесконечности. Моменты функции распределения дополнительного времени ожидания заявки типа  $j$  определяются соотношениями [26]:

$$\begin{aligned} W_j^{(1)} &= \lambda_j^{-1} P'(1) - q_1, \\ W_j^{(2)} &= \lambda_j^{-2} P''(1) - 2W_j^{(1)} q_1 - q_2, \end{aligned} \quad (28)$$

где  $P'(1)$  и  $P''(1)$  – производные по  $z$  производящей функции  $P(z)$  при  $z = 1$ .

$$P(z) = \lim_{n \rightarrow \infty} P_n(z),$$

$$P_n(z) = \sum_{k \geq 0} P_{kn} z^k, |z| \leq 1,$$

где  $P_{kn}$  – вероятность того, что  $n$ -я заявка, покидая систему после окончания обслуживания, оставляет в ней  $k$  заявок.

$q_1$  и  $q_2$  – моменты ФР времени обработки заявки в ОА. В установившемся режиме  $P'(1)$  и  $P''(1)$  определяются выражениями:

$$\begin{aligned}
P'(1) &= \frac{\lambda_j^2 q_2}{2(1 - \lambda_j q_1)} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda_j F^{(2)} e(\lambda_j)}{1 - e(\lambda_j) [1 - \lambda_j F^{(1)}]} + \lambda_j q_1, \\
P''(1) &= \frac{\lambda_j^3 q_3}{3(1 - \lambda_j q_1)} + \lambda_j^2 q_2 + \frac{e(\lambda_j)}{3} \cdot \frac{\lambda_j^3 [F^{(3)} + 3q_1 F^{(2)}]}{1 - e(\lambda_j) [1 - \lambda_j F^{(1)}]} + \\
&+ \frac{\lambda_j^2 q_2}{1 - \lambda_j q_1} + \frac{e(\lambda_j)}{2} \cdot \frac{\lambda_j F^{(2)}}{1 - e(\lambda_j) [1 - \lambda_j F^{(1)}]} + \\
&+ \frac{\lambda_j^3 q_1 q_2}{1 - \lambda_j q_1} + \frac{1}{2} \left[ \frac{\lambda_j q_2}{1 - \lambda_j q_1} \right]^2,
\end{aligned} \tag{29}$$

где  $\lambda_j$  – интенсивность поступления в систему заявок  $j$ -го типа;

$e(\lambda_j) = \int_0^\infty e^{-\lambda_j u} \lambda_{OT} e^{-\lambda_{OT} u} du = \frac{\lambda_{OT}}{\lambda_j + \lambda_{OT}}$  – вероятность того, что за одну длительность жизни прибора вызовы не поступят.

Из (28) и (29), учитывая, что  $\left\{ \begin{matrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{matrix} \right\} \rightarrow 0$ , получим следующие выражения для первых двух моментов дополнительного времени ожидания:

$$\begin{aligned}
W_j^{(1)} &= \frac{\lambda_j e(\lambda_j)}{1 - e(\lambda_j) + \lambda_j e(\lambda_j) F^{(1)}} \cdot \frac{F^{(2)}}{2}, \\
W_j^{(2)} &= \frac{\lambda_j e(\lambda_j)}{1 - e(\lambda_j) + \lambda_j e(\lambda_j) F^{(1)}} \cdot \frac{F^{(3)}}{3}.
\end{aligned} \tag{30}$$

Для каждого ОА необходимо выбрать соответствующее аппроксимирующее распределение. Отметим, что если коэффициент вариации ФР  $H_{ij}(t)$ , моменты которой определяются с помощью модели структурного уровня, как правило, меньше единицы  $C = \left[ \frac{H_{ij2} - H_{ij1}^2}{H_{ij1}^2} \right]^{\frac{1}{2}} < 1$ , то коэффициент вариации ФР  $G_{ij}(t)$ , как правило, больше единицы. Кроме того, повторение обработки заявки обрабатывающей программой после восстановления системы, если произошел отказ, может приводить к тому, что плотность распределения  $G'_{ij}(t)$  не является унимодальной функцией и может иметь несколько экстремумов. Поэтому аппроксимация  $G_{ij}(t)$  двухпараметрическим распределением, например, гамма-распределением, может приводить иногда к значительным погрешностям при определении дисперсии времени обработки заявок в ВК и вероятности обработки запросов в заданные директивные сроки.

Как показано в работах [13], [29], любое распределение можно сколь угодно точно аппроксимировать гиперэрланговским распределением. Учитывая, что при целочисленных значениях параметра  $\alpha$  (выражения (21) и (22)), гамма-распределение совпадает с распределением Эрланга  $E_\alpha$  и, кроме того, гамма-распределение в отличие от распределения Эрланга может иметь коэффициент вариации  $C > 1$ , будем аппроксимировать  $G_{ij}(t)$  смесью гамма-распределений. Параметры аппроксимирующего распределения выберем, рассматривая механизм обработки заявки ОА с учетом возникающих отказов.

Вначале, используя соотношение (20) по моментам  $H_{ij1}$  и  $H_{ij2}$ , определенным с помощью модели структурного уровня, выберем параметры гамма-распределения, с помощью которого аппроксимируется функция распределения  $H_{ij}(t)$ .

Вероятность того, что во время обработки  $j$ -ой заявки  $i$ -ым ОА проблемного уровня не произойдет отказ равна:

$$P_0 = \int_0^\infty e^{-\lambda_{OT} u} dH_{ij}^{\Delta\Pi}(u) = \left( \frac{\beta + \lambda_{OT}}{\beta} \right)^{-\alpha} \tag{31}$$

Зная значение  $P_0$ , легко определить вероятность того, что во время обработки заявки произойдет ровно  $n$  отказов:

$$P_n = (1 - P_0)^n \cdot P_0 \tag{32}$$

В работе [30] получены выражения для преобразований Лапласа-Стильтьеса условной функции распределения времени наработки на отказ  $U^*(s | u_1 \leq b)$  ( $u_1$  – время наработки на отказ,  $b$  – время обработки заявки) и условной функции распределения времени обработки заявки  $B^*(s | b \leq u_1)$ . Воспользовавшись этими результатами получим:

$$U^*(s | u_1 \leq b) = \frac{\lambda_{OT}}{1 - P_0} \cdot \frac{1 - H_{ij}^{\Delta\Pi}(s + \lambda_{OT})}{s + \lambda_{OT}}, \tag{33}$$

$$U^*(s | u_1 \leq b) = \frac{\lambda_{OT}}{1 - P_0} \cdot \frac{1 - \beta^\alpha (\beta + s + \lambda_{OT})^{-\alpha}}{s + \lambda_{OT}}, \tag{34}$$

$$B^*(s | b \leq u_1) = \frac{1}{P_0} \cdot H_{ij}^{*\text{АП}}(s + \lambda_{OT}) \quad (35)$$

$$B^*(s | b \leq u_1) = \frac{1}{P_0} \cdot \frac{\beta^\alpha}{(\beta + \lambda_{OT} + s)^\alpha} \quad (36)$$

Преобразование Лапласа-Стильтьеса условной функции распределения времени обработки заявки  $B^*(s | n)$  при условии, что произошло  $n$  отказов определяется выражением:

$$B^*(s | n) = [U^*(s | u_1 \leq b)]^n \cdot [F^*(s)]^n \cdot B^*(s | b \leq u_1), n = 1, 2, \dots \quad (37)$$

Аппроксимирующее распределение для  $G_{ij}(t)$  имеет вид:

$$G_{ij}^{\text{АП}}(t) = P_0 H_{ij}^{\text{АП}}(t) + (1 - P_0) P_0 B^{\text{АП}}(t | 1) + P_u B^{uc}(t), \quad (38)$$

где  $B^{\text{АП}}(t | 1)$  – гамма-распределение, аппроксимирующее условную ФР  $B(t | 1)$ .

Моменты  $B(t | 1)$  определяются путем дифференцирования (37) по  $s$  с использованием соотношений (34) и (36). Параметры аппроксимирующего распределения  $H_{ij}^{\text{АП}}(t)$  определяются из выражений (22).

Параметр  $P_u$  определяется из условий нормировки:

$$P_0 + (1 - P_0) P_0 + P_u = 1 \quad (39)$$

$B^{uc}(t)$  – гамма распределение, параметры которого определяются из условий равенства первых двух моментов  $G_{ij}(t)$  соответствующим моментам результирующего аппроксимирующего распределения (38). Отметим, что если точность аппроксимации недостаточна, в результирующее распределение следует добавить член  $P_2 \cdot B^{\text{АП}}(t | 2)$  и т.д.

### Заключение

Разработаны принципы функциональной и структурной декомпозиции формализованных моделей МВК и проведена декомпозиция многоуровневых формализованных моделей на совокупность элементарных базисных моделей, описывающих различные ресурсы МВК.

Получены аналитические соотношения для параметрической настройки элементарных моделей, учитывающие механизм влияния на процесс обработки различных типов отказов.

Впервые с системных позиций рассмотрен подход по использованию моделей, характеризующих отказы, совместно с сетевыми многоуровневыми аналитическими и аналитико-имитационными моделями оценки вероятностно-временных характеристик МВК с учетом различных типов программных и аппаратных отказов.

Рассмотренные выше модели явились основой для разработки системы автоматизации проектирования МВК информационно-аналитических центров на базе многоуровневых аналитических и аналитико-имитационных моделей [18], [19], [20], предназначенных для многовариантного анализа проектных решений при выборе рациональных режимов работы аппаратных и программных ресурсов вычислительной системы.

### Благодарности

Автор выражает благодарность Тимошкину М.С., магистранту РТУ МИРЭА, за редактирование текста статьи.

### Конфликт интересов

Не указан.

### Рецензия

Шамшина И.Г., ДВФУ, Владивосток, Российская Федерация

### Acknowledgement

The author expresses their gratitude to M.S. Timoshkin, a master's student of RTU MIREA, for editing the text of the article.

### Conflict of Interest

None declared.

### Review

Shamshina I.G., FEFU, Vladivostok, Russian Federation

### Список литературы / References

1. Звонарева Г.А. Использование имитационного моделирования для оценки временных характеристик распределенной вычислительной системы. / Г.А. Звонарева, Д.С. Бузунов // Открытое образование. — 2022. — 26(5). — с. 32-39.
2. Бродский Ю.И. Распределенное имитационное моделирование сложных систем / Ю.И. Бродский — М.: Выч. центр им. А.А. Дородницына РАН, 2010. — 156 с.
3. Бусленко В.Н. Автоматизация имитационного моделирования сложных систем / В.Н. Бусленко — М.: Наука, 1977. — 239 с.
4. Бусленко Н.П. Сложные системы и имитационные модели. / Н.П. Бусленко // Кибернетика. — 1976. — 6. — с. 50-59.
5. Лифшиц А.Л. Статистическое моделирование систем массового обслуживания / А.Л. Лифшиц, Э.А. Мальц — М.: Сов. радио, 1978. — 248 с.
6. Викторова В.С. Модели и методы расчета надежности технических систем / В.С. Викторова, А.С. Степанянц — М.: URSS, 2016. — 256 с.
7. Акимова Г.П. Моделирование надежности распределенных вычислительных систем. / Г.П. Акимова, А.В. Соловьев, И.А. Тарханов // ИТиВС. — 2019. — 3. — с. 70-86. — DOI: 10.14357/20718632190307

8. Павский В.А. Математическая модель для расчета показателей надежности масштабируемых вычислительных систем с учетом времени переключения. / В.А. Павский, К.В. Павский // Известия ЮФУ. Технические науки. — 2020. — 2(212). — с. 134-145. — DOI: 10/18522/2311-3103-2020-2-134-145
9. Waseem A. A Survey on Reliability in Distributed Systems. / A. Waseem, Y.W. Wu // Journal of Computer and System Sciences. — 2013. — 79.8. — p. 1243-1255.
10. Саати Т.Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения / Т.Л. Саати — М.: ЛИБРОКОМ, 2010. — 520 с.
11. Авен О.И. Математические модели сложных вычислительных систем. / О.И. Авен, Я.А. Коган // Автоматика и телемеханика. — 1971. — 1. — с. 109-127.
12. Артамонов Г.Т. Аналитические вероятностные модели функционирования ЭВМ / Г.Т. Артамонов, О.М. Брехов — М.: Энергия, 1978. — 368 с.
13. Бронштейн О.И. Модели приоритетного обслуживания в информационно-вычислительных системах / О.И. Бронштейн, И.М. Духовный — М.: Наука, 1976. — 220 с.
14. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями / Л. Клейнрок — М.: Мир, 1979. — 600 с.
15. Липаев В.В. Эффективность методов организации вычислительного процесса в АСУ / В.В. Липаев, С.Ф. Яшков — М.: Статистика, 1975. — 256 с.
16. Иваничкина Л.В. Модель надежности распределенной системы хранения данных в условиях явных и скрытых дисковых сбоев. / Л.В. Иваничкина, А.Л. Непорада // Труды Института системного программирования РАН. — 2015. — 27(6). — с. 253-274.
17. Леонтьев А.С. Исследование погрешности многоуровневых аналитических и аналитико-имитационных моделей оценки вероятностно-временных характеристик многомашинных вычислительных комплексов с учетом надежности. / А.С. Леонтьев, М.С. Тимошкин // Наукосфера. — 2023. — 3 (1). — с. 143-156. — DOI: 10.5281/zenodo.7736570
18. Леонтьев А.С. Многоуровневые иерархические модели обработки информации в вычислительных системах с учетом надежности / А.С. Леонтьев, В.К. Пряхин // Алгоритмы и структуры специализир. вычисл. систем. Тула. — 1981. — с. 51-57.
19. Леонтьев А.С. Аналитические методы расчета вероятностно-временных характеристик информационных процессов в вычислительных системах на базе многоуровневых вложенных сетевых моделей с ненадежными элементами / А.С. Леонтьев // Теоретические вопросы вычислительной техники и программного обеспечения: Межвузовский сборник научных трудов. — 2006. — с. 50-56.
20. Леонтьев А.С. Многоуровневые аналитические модели исследования процессов решения задач при искажении входной информации. / А.С. Леонтьев, М.С. Тимошкин // Форум молодых ученых. — 2022. — 9(73). — с. 43-50. — DOI: 10/46566/2500-4050\_2022\_73\_43
21. Леонтьев А.С. Математические модели оценки показателей надежности для исследования вероятностно-временных характеристик многомашинных комплексов с учетом отказов. / А.С. Леонтьев, М.С. Тимошкин // Международный научно-исследовательский журнал. — 2023. — 1(127). — DOI: 10.23670/IRJ.2023.127.27
22. Леонтьев А.С. Аналитические и аналитико-имитационные методы оценки влияния отказов на временные характеристики вычислительных систем коллективного пользования / А.С. Леонтьев // Алгоритмы и структуры специализированных вычислительных систем. — Тула, 1985. — с. 57-68.
23. Гнеденко Б.В. Введение в теорию массового обслуживания / Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко — М.: Наука, 1987. — 336 с.
24. Майерс Г. Надёжность программного обеспечения / Г. Майерс — М.: Мир, 1980. — 360 с.
25. Липаев В.В. Надёжность программного обеспечения АСУ / В.В. Липаев — М.: Энергоиздат, 1981. — 240 с.
26. Климов Г.П. Стохастические системы обслуживания / Г.П. Климов — М.: Наука, 1966. — 244 с.
27. Коваленко И.Н. Анализ редких событий при оценке эффективности и надёжности систем / И.Н. Коваленко — М.: Сов. радио, 1980. — 208 с.
28. Вентцель Е.С. Исследование операций / Е.С. Вентцель — М.: Сов. радио, 1972. — 552 с.
29. Кёниг Д. Методы теории массового обслуживания / Д. Кёниг, Д. Штоян — М.: Радио и связь, 1981. — 128 с.
30. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель — М.: Наука, 1964. — 576 с.

### **Список литературы на английском языке / References in English**

1. Zvonareva G.A. Ispol'zovanie imitacionnogo modelirovaniya dlya ocenki vremenny'x karakteristik raspredelennoj vy'chislitel'noj sistemy' [Using Simulation Modeling to Estimate Time Characteristics of a Distributed Computing System]. / G.A. Zvonareva, D.S. Buzunov // Otkry'toe obrazovanie [Open Education]. — 2022. — 26(5). — p. 32-39. [in Russian]
2. Brodskij Yu.I. Raspredelennoe imitacionnoe modelirovanie slozhny'x sistem [Distributed Simulation of Complex Systems] / Yu.I. Brodskij — М.: Vy'ch. centr im. A.A. Dorodnicyn'a RAN, 2010. — 156 p. [in Russian]
3. Buslenko V.N. Avtomatizaciya imitacionnogo modelirovaniya slozhny'x sistem [Automation of Simulation Modeling of Complex Systems] / V.N. Buslenko — М.: Nauka, 1977. — 239 p. [in Russian]
4. Buslenko N.P. Slozhny'e sistemy' i imitacionny'e modeli [Complex Systems and Simulation Models]. / N.P. Buslenko // Kibernetika [Cybernetics]. — 1976. — 6. — p. 50-59. [in Russian]
5. Lifshicz A.L. Statisticheskoe modelirovanie sistem massovogo obsluzhivaniya [Statistical Modeling of Queuing Systems] / A.L. Lifshicz, E'.A. Mal'cz — М.: Sov. radio, 1978. — 248 p. [in Russian]
6. Viktorova V.S. Modeli i metody' rascheta nadezhnosti texnicheskix sistem [Models and Methods for Calculating the Reliability of Technical Systems] / V.S. Viktorova, A.S. Stepanyancz — М.: URSS, 2016. — 256 p. [in Russian]
7. Akimova G.P. Modelirovanie nadezhnosti raspredelenny'x vy'chislitel'ny'x sistem [Modeling the Reliability of Distributed Computing Systems]. / G.P. Akimova, A.V. Solov'ev, I.A. Tarxanov // ITiVS [IT&VS]. — 2019. — 3. — p. 70-86. — DOI: 10.14357/20718632190307 [in Russian]

8. Pavskij V.A. Matematicheskaya model' dlya rascheta pokazatelej nadezhnosti masshtabiruemyx vy'chislitel'ny'x sistem s uchetom vremeni pereklyucheniya [Mathematical Model for Calculating the Reliability Indicators of Scalable Computing Systems, Taking into Account the Switching Time]. / V.A. Pavskij, K.V. Pavskij // Izvestiya YuFU. Texnicheskie nauki [Proceedings SFedU. Technical Sciences]. — 2020. — 2(212). — p. 134-145. — DOI: 10/18522/2311-3103-2020-2-134-145 [in Russian]
9. Waseem A. A Survey on Reliability in Distributed Systems. / A. Waseem, Y.W. Wu // Journal of Computer and System Sciences. — 2013. — 79.8. — p. 1243-1255.
10. Saati T.L. E'lementy' teorii massovogo obsluzhivaniya i ee prilozheniya [Elements of Queuing Theory and Its Applications] / T.L. Saati — M.: LIBROKOM, 2010. — 520 p. [in Russian]
11. Aven O.I. Matematicheskie modeli slozhny'x vy'chislitel'ny'x sistem [Mathematical Models of Complex Computing Systems]. / O.I. Aven, Ya.A. Kogan // Avtomatika i telexanika [Automation and Telemechanics]. — 1971. — 1. — p. 109-127. [in Russian]
12. Artamonov G.T. Analiticheskie veroyatnostny'e modeli funkcionirovaniya E'VM [Analytical Probabilistic Models of Computer Operation] / G.T. Artamonov, O.M. Brexov — M.: E'nergiya, 1978. — 368 p. [in Russian]
13. Bronshtejn O.I. Modeli prioritetnogo obsluzhivaniya v informacionno-vy'chislitel'ny'x sistemax [Models of Priority Service in Information and Computing Systems] / O.I. Bronshtejn, I.M. Duxovny'j — M.: Nauka, 1976. — 220 p. [in Russian]
14. Klejnrok L. Vy'chislitel'ny'e sistemy' s ocheredyami [Computing Systems with Queues] / L. Klejnrok — M.: Mir, 1979. — 600 p. [in Russian]
15. Lipaev V.V. E'ffektivnost' metodov organizacii vy'chislitel'nogo processa v ASU [Efficiency of Methods for Organizing the Computing Process in ACS] / V.V. Lipaev, S.F. Yashkov — M.: Statistika, 1975. — 256 p. [in Russian]
16. Ivanichkina L.V. Model' nadezhnosti raspredelennoj sistemy' xraneniya danny'x v usloviyax yavny'x i skryty'x diskovy'x sboev [Reliability Model of a Distributed Storage System in Conditions of Explicit and Hidden Disk Failures]. / L.V. Ivanichkina, A.L. Neporada // Trudy' Instituta sistemnogo programmirovaniya RAN [Proceedings of the Institute for System Programming of the Russian Academy of Sciences]. — 2015. — 27(6). — p. 253-274. [in Russian]
17. Leont'ev A.S. Issledovanie pogreshnosti mnogourovnevny'x analiticheskix i analitiko-imitacionny'x modelej ocenki veroyatnostno-vremenny'x karakteristik mnogomashinny'x vy'chislitel'ny'x kompleksov s uchetom nadezhnosti [Research of the Error of Multilevel Analytical and Analytic-simulation Models for Evaluation of the Probabilistic-time Characteristics of Multi-machine Computing Complexes with Reliability Included]. / A.S. Leont'ev, M.S. Timoshkin // Naukosfera [Naukosfera]. — 2023. — 3 (1). — p. 143-156. — DOI: 10.5281/zenodo.7736570 [in Russian]
18. Leontev A.S. Mnogourovnevie ierarkhicheskie modeli obrabotki informatsii v vichislitel'ny'x sistemakh s uchetom nadezhnosti [Multilevel Hierarchical Models of Information Processing in Computing Systems Taking into Account Reliability] / A.S. Leontev, V.K. Pryakhin // Algoritmi i strukturi spetsializir. vichisl. sistem. Tula [Algorithms and Structures of Specialization. Comput. systems. Tula]. — 1981. — p. 51-57. [in Russian]
19. Leontev A.S. Analiticheskie metodi rascheta veroyatnostno-vremennix kharakteristik informatsionnix protsessov v vichislitel'ny'x sistemakh na baze mnogourovnevny'x vlozhenny'x setevix modelej s nenadezhnymi elementami [Analytical Methods for Calculating the Probabilistic-temporal Characteristics of Information Processes in Computing Systems Based on Multi-level Nested Network Models with Unreliable Elements] / A.S. Leontev // Teoreticheskie voprosi vichislitel'noi tekhniki i programmno obespecheniya: Mezhdunarodny' sbornik nauchny'x trudov [Theoretical Issues of Computer Technology and Software: Interuniversity collection of scientific papers]. — 2006. — p. 50-56. [in Russian]
20. Leont'ev A.S. Mnogourovnevny'e analiticheskie modeli issledovaniya processov resheniya zadach pri iskazhenii vxodnoj informacii [Multilevel Analytical Models for Investigation of the Processes of Solving Problems with Input Information Distortion]. / A.S. Leont'ev, M.S. Timoshkin // Forum molody'x ucheny'x [Forum of Young Scientists]. — 2022. — 9(73). — p. 43-50. — DOI: 10/46566/2500-4050\_2022\_73\_43 [in Russian]
21. Leont'ev A.S. Matematicheskie modeli ocenki pokazatelej nadezhnosti dlya issledovaniya veroyatnostno-vremenny'x karakteristik mnogomashinny'x kompleksov s uchetom otkazov [Mathematical Models for Evaluating Reliability Indicators to Study the Probabilistic and Temporal Characteristics of Multi-machine Complexes with Regard to Failures]. / A.S. Leont'ev, M.S. Timoshkin // Mezhdunarodny'j nauchno-issledovatel'skij zhurnal [International Research Journal]. — 2023. — 1(127). — DOI: 10.23670/IRJ.2023.127.27 [in Russian]
22. Leontev A.S. Analiticheskie i analitiko-imitatsionnye metodi otsenki vliyaniya otkazov na vremennye kharakteristiki vichislitel'ny'x sistem kollektivnogo polzovaniya [Analytical and Analytical-simulation Methods for Assessing the Impact of Failures on the Temporal Characteristics of Computing Systems for Collective Use] / A.S. Leontev // Algoritmi i strukturi spetsializirovanny'x vichislitel'ny'x sistem [Algorithms and Structures of Specialized Computing Systems]. — Tula, 1985. — p. 57-68. [in Russian]
23. Gnedenko B.V. Vvedenie v teoriyu massovogo obsluzhivaniya [Introduction to Queuing Theory] / B.V. Gnedenko, I.N. Kovalenko — M.: Nauka, 1987. — 336 p. [in Russian]
24. Majers G. Nadyozhnost' programmno obespecheniya [Software Reliability] / G. Majers — M.: Mir, 1980. — 360 p. [in Russian]
25. Lipaev V.V. Nadyozhnost' programmno obespecheniya ASU [Reliability of ACS Software] / V.V. Lipaev — M.: E'nergoizdat, 1981. — 240 p. [in Russian]
26. Klimov G.P. Stokhasticheskie sistemy' obsluzhivaniya [Stochastic Queuing Systems] / G.P. Klimov — M.: Nauka, 1966. — 244 p. [in Russian]
27. Kovalenko I.N. Analiz redkix sobytij pri ocenke e'ffektivnosti i nadyozhnosti sistem [Analysis of Rare Events in Evaluating the Efficiency and Reliability of Systems] / I.N. Kovalenko — M.: Sov. radio, 1980. — 208 p. [in Russian]
28. Ventcel' E.S. Issledovanie operacij [Operations Research] / E.S. Ventcel' — M.: Sov. radio, 1972. — 552 p. [in Russian]
29. Kyonig D. Metody' teorii massovogo obsluzhivaniya [Queuing Theory Methods] / D. Kyonig, D. Shtoyan — M.: Radio i svyaz', 1981. — 128 p. [in Russian]

30. Ventcel' E.S. Teoriya veroyatnostej [Probability Theory] / E.S. Ventcel' — M.: Nauka, 1964. — 576 p. [in Russian]