 © Авторы статьи / Authors of the article

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ/MATHEMATICAL MODELING, NUMERICAL METHODS AND PROGRAM COMPLEXES**

**DOI: https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.173.62 EDN: BUSOPW**

# ЭКСПЕРТНО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ЛАТЕНТНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ В ПСИХОФИЗИОЛОГИИ: ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ НЕЧЁТКИХ МНОЖЕСТВ

Научная статья

**Косачев В.Е.[1,] *, Демина П.Н.[2], Орлов А.В.[3], Малюсин Ю.В.[4]**
[1] ORCID : 0000-0001-5465-530X;
[2] ORCID : 0009-0009-6939-7759;
[3] ORCID : 0000-0003-1290-0113;
[4] ORCID : 0009-0004-2285-1364;
[1, 2, 3, 4] Федеральный научно-клинический центр космической медицины и биологии, Москва, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (vekos49[at]yandex.ru)

Предложена: 07.10.2026; Принята: 22.10.2026; Опубликована: 17.11.2026

**Аннотация**

Предложен и теоретически обоснован экспертно-аналитический метод количественной оценки латентных переменных в психофизиологических и медицинских исследованиях. Метод интегрирует экспертное моделирование структуры латентной переменной, нормирование регистрируемых показателей через реперные точки на основе эмпирических процентилей с возможностью их коррекции экспертным путем и преобразование индикаторов в единую шкалу посредством функций принадлежности нечётких множеств. Агрегирование частных оценок осуществляется через среднее геометрическое, реализующее принцип компенсаторной гипердиагностики. Проведено систематическое сравнение предложенного подхода с классическими методами оценки латентных конструктов — IRT, SEM и fuzzy-SEM. Показано, что метод обладает преимуществами при работе с малыми выборками, гетерогенными данными и нелинейными зависимостями. Обсуждаются математические свойства используемых функций принадлежности, их связь с функцией желательности Харрингтона, а также границы применимости метода.

**Ключевые слова:** латентные переменные, нечёткие множества, функция принадлежности, квалиметрия, психофизиология, среднее геометрическое, реперные точки, функция желательности Харрингтона, IRT, SEM.

# AN EXPERT-ANALYTICAL METHOD FOR ASSESSING LATENT VARIABLES IN PSYCHOPHYSIOLOGY: A THEORETICAL FOUNDATION BASED ON FUZZY SET THEORY

Research article

**Kosachev V.E.[1,] *, Demina P.N.[2], Orlov A.V.[3], Malyusin Y.V.[4]**
[1] ORCID : 0000-0001-5465-530X;
[2] ORCID : 0009-0009-6939-7759;
[3] ORCID : 0000-0003-1290-0113;
[4] ORCID : 0009-0004-2285-1364;
[1, 2, 3, 4] Federal Science and Clinical Center for Space Medicine and Biology, Moscow, Russian Federation

* Corresponding author (vekos49[at]yandex.ru)

Suggested: 07.10.2026; Accepted: 22.10.2026; Published: 17.11.2026

**Abstract**

An expert-analytical method for the quantitative assessment of latent variables in psychophysiological and medical research has been suggested and theoretically substantiated. The method integrates expert modelling of the structure of a latent variable, the standardisation of recorded indicators via reference points based on empirical percentiles—with the possibility of expert-based correction—and the transformation of indicators into a unified scale using membership functions of fuzzy sets. The aggregation of individual estimates is carried out using the geometric mean, which implements the principle of compensatory hyperdiagnosis. A systematic comparison of the suggested approach with classical methods for estimating latent constructs, IRT, SEM and fuzzy-SEM, has been conducted. It is shown that the method offers advantages when working with small samples, heterogeneous data and non-linear relationships. The mathematical properties of the membership functions used, their relationship with the Harrington desirability function, and the limits of the method's applicability are discussed.

**Keywords:** latent variables, fuzzy sets, membership function, qualimetry, psychophysiology, geometric mean, reference points, Harrington's desirability function, IRT, SEM.

## Введение

Проблема количественной оценки латентных переменных является одной из центральных в психофизиологии, психодиагностике и медицине труда. Латентные переменные — это теоретические конструкты (работоспособность, функциональное состояние, профессиональная пригодность, уровень тревожности), которые не могут быть измерены напрямую, а проявляются через совокупность регистрируемых индикаторов [1], [2]. Переход от наблюдаемых к

 © Авторы статьи / Authors of the article

латентным переменным требует применения специальных методов вычисления, обеспечивающих валидность и воспроизводимость получаемых оценок.

В современной психометрике доминируют два класса подходов к оценке латентных конструктов: модели теории тестовых заданий (Item Response Theory, IRT) [3] и модели структурных уравнений (SEM) [4]. Оба подхода хорошо формализованы и имеют развитый статистический аппарат. Однако их практическое применение в прикладных психофизиологических исследованиях наталкивается на ряд ограничений: требование больших выборок (n > 200 для SEM, n > 500 для многопараметрических моделей IRT), допущение о нормальности распределений, сложность интерпретации результатов для практиков-неспециалистов в математической статистике [5], [6].

Альтернативный подход к оценке латентных переменных был заложен в квалиметрии — науке о количественной оценке качества [7], [8]. Квалиметрический подход предполагает построение иерархической структуры показателей, их нормирование и агрегирование в сводную оценку. Применение этого подхода к психофизиологическим конструктам осуществлялось в отечественных работах начиная с 1980-х годов [9], [10], однако до настоящего времени отсутствует систематическое теоретическое обоснование применяемых процедур с позиций теории нечётких множеств.

Теория нечётких множеств, основы которой заложил Л.А. Заде [11], позволяет формализовать переход от количественных показателей, результатов наблюдения к качественным оценкам через функции принадлежности. В отличие от классической бинарной логики, нечёткие множества допускают промежуточные степени принадлежности элемента к множеству (от 0 до 1), что адекватно отражает «размытую» природу психофизиологических конструктов [12], [13].

**Целью** настоящей работы является теоретическое обоснование экспертно-аналитического метода оценки латентных переменных, интегрирующего квалиметрический подход с аппаратом теории нечётких множеств, и систематическое сравнение предложенного метода с альтернативными подходами (IRT, SEM, fuzzy-SEM).

**Теоретические основы метода**

**2.1. Структура латентной переменной: экспертное моделирование**

Латентная переменная $L$ определяется как теоретический конструкт, проявляющийся через конечное множество регистрируемых индикаторов $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Структурная модель латентной переменной представляет собой ориентированный граф, в котором узлы соответствуют индикаторам, а рёбра — связям между индикаторами и латентной переменной.

Построение структурной модели осуществляется экспертным путём с привлечением специалистов предметной области (3–5 экспертов) и включает: определение перечня информативных тестов и их показателей; установление направленности влияния каждого показателя на латентную переменную (прямая или обратная); при необходимости — верификацию экспертных решений на обучающей выборке методами корреляционного или факторного анализа [14].

*Оценка согласованности экспертных решений.* Каждый из m экспертов (m = 3–5) независимо ранжирует k индикаторов-кандидатов по информативности для латентной переменной L (допускаются связанные ранги) и указывает направленность влияния каждого индикатора. Согласованность ранжировок оценивается коэффициентом конкордации Кендалла $W = 12S / [m^2(k^3 - k) - m \cdot \Sigma T_j]$, где S — сумма квадратов отклонений сумм рангов индикаторов от их среднего, $T_j$ — поправка на связанные ранги у j-го эксперта [26]. Статистическая значимость W проверяется критерием $\chi^2 = m(k - 1)W$ с df = k − 1 (при k > 7) либо по точным таблицам распределения S (при k ≤ 7) [27]. Экспертная структурная модель принимается при W ≥ 0,70 и p < 0,05. При 0,50 ≤ W < 0,70 проводится дополнительный тур согласования по процедуре Дельфи с анонимной обратной связью; при W < 0,50 пересматривается состав индикаторов-кандидатов или группы экспертов.

*Критерии включения индикатора в структурную модель:*

а) медиана экспертной оценки информативности ≥ 4 по 5-балльной шкале при межквартильном размахе ≤ 1;

б) единогласие экспертов в отношении направленности влияния индикатора на L;

в) при наличии обучающей выборки — статистически значимая связь с внешним критерием (|r| ≥ 0,30) либо нагрузка на общий фактор ≥ 0,40 [14].

Критерии исключения:

а) избыточность — |r| > 0,90 с уже включённым индикатором (дублирование фактически удваивает вес соответствующего компонента в среднем геометрическом);

б) противоречивая, по мнению экспертов, направленность влияния;

в) недоступность индикатора для регистрации в типовых условиях применения метода.

В качестве модельного примера в настоящей работе используется латентная переменная «работоспособность человека-оператора», оцениваемая по тесту простой зрительно-моторной реакции (ПЗМР) через три индикатора: среднее время реакции (μ, мс), среднеквадратическое отклонение времени реакций (σ, мс), суммарное число ошибок (ε, шт.). Все три индикатора удовлетворяют критериям включения; парные корреляции между ними в обучающих выборках не превышают 0,6, что исключает избыточность.

**2.2. Реперные точки и нормирование: связь с функцией желательности Харрингтона**

Ключевым этапом метода является преобразование разнородных регистрируемых показателей в сопоставимую шкалу. Для этого используются реперные точки — пороговые значения, разделяющие диапазон показателя на качественно различные интервалы.

Реперные точки определяются на основе эмпирического распределения показателя в обучающей выборке как значения, соответствующие заданным процентилям. Для четырёхуровневой лингвистической шкалы используются три Реперные точки, соответствующие 10-му, 37-му и 67-му процентилям. Эти процентили не случайны: для нормально распределённого показателя они соответствуют значениям, отстоящим от среднего примерно на -1.28σ, -0.33σ и +0.44σ, что позволяет использовать их как эмпирические аналоги статистических границ нормы и патологии.

 © Авторы статьи / Authors of the article

Выбор именно этих процентильных границ не является произвольным — он основан на свойствах экспоненциальной функции желательности Харрингтона [15]. Функция желательности d(y) = exp(−exp(−y)) имеет две характерные точки: точку перегиба при y = 0, d = 1/e ≈ 0,37 (вторая производная $d'' = d \cdot e^{-y} \cdot (e^{-y} - 1)$ обращается в нуль только при y = 0), в которой функция меняет характер кривизны с выпуклой на вогнутую, и уровень d = 1 − 1/e ≈ 0,63. Эти значения совпадают с границами «неудовлетворительно / удовлетворительно» и «удовлетворительно / хорошо» стандартной шкалы Харрингтона (0,20; 0,37; 0,63; 0,80) [15] и определяют границы между «средним» и «выше среднего», «выше среднего» и «высоким» уровнями. В качестве эмпирической границы верхнего уровня принят 67-й процентиль — ближайшее к d = 0,632 значение, традиционно используемое в квалиметрических шкалах [9], [10]; расхождение в 3–4 процентильных пункта лежит внутри интервала выборочной неопределённости реперной точки при n ≤ 200 (см. табл. 4). Нижняя граница (10-й процентиль) соответствует области, в которой функция желательности близка к нулю (d ≈ 0,07–0,10), что маркирует зону неудовлетворительных значений.

$$d(y) = \exp(-\exp(-y)),\ y \in (-\infty, +\infty),\ d \in [0, 1] \quad (1)$$

Таблица 1 - Соответствие значений функции желательности Харрингтона и оценочных уровней четырехбалльной шкалы

DOI: https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.173.62.1

| Уровень | Процентильный интервал | Значение d Харрингтона | Лингвистическая метка ($m_i$) | Балл |
|---|---|---|---|---|
| Низкий | 0,00 – 0,10 | 0,00 – 0,07 | 0,10 | 2 |
| Средний | 0,10 – 0,37 | 0,07 – 0,37 | 0,25 | 3 |
| Выше среднего | 0,37 – 0,67 | 0,37 – 0,63 | 0,50 | 4 |
| Высокий | 0,67 – 1,00 | 0,63 – 1,00 | 0,75 | 5 |

*Примечание: значения d в первом интервале представлены как ориентировочные; точное значение d на границе 10-го процентиля зависит от эмпирического распределения; лингвистические метки $m_i$ являются дискретным аппроксимантом функции d и выбраны для удобства интерпретации на четырёхуровневой шкале*

**2.3. Функции принадлежности: дискретная и непрерывная формы**

В базовом варианте метода используется дискретная (ступенчатая) функция принадлежности, присваивающая каждому лингвистическому интервалу фиксированное значение (0,10; 0,25; 0,50; 0,75). Данные метки не являются точным отображением значений функции Харрингтона, а выступают в качестве дискретного аппроксиманта, обеспечивающего простоту расчётов и однозначность интерпретации. Дискретная форма является некоторым упрощением. Для повышения точности может быть использована непрерывная трапецеидальная или сигмоидальная функция принадлежности. Трапецеидальная функция принадлежности для i-го лингвистического уровня определяется четвёркой параметров (a, b, c, d):

$$\mu_A(x) = \max(0, \min((x - a)/(b - a), 1, (d - x)/(d - c))) \quad (2)$$

Выбор между дискретной и непрерывной формой функции принадлежности определяется точностью, с которой по обучающей выборке объёма n могут быть установлены границы лингвистических интервалов. Дифференциация внутри интервала (непрерывная форма) содержательна лишь тогда, когда неопределённость положения границ существенно меньше ширины самого интервала. Для количественной оценки выполнено Монте-Карло-моделирование: для каждого n ∈ {20, 30, 50, 100, 200} генерировалось 3000 выборок из нормального, логнормального (σ = 0,5) и экспоненциального распределений; по каждой выборке оценивались реперные точки $P_{10}$, $P_{37}$, $P_{67}$, определялись их положение в шкале процентильных рангов истинного распределения и доля лиц в независимой выборке (N = 2000), отнесённых по выборочным реперным точкам к иному лингвистическому уровню, чем по истинным. Результаты (табл. 4) показывают, что при n ≥ 100 полуширина 95%-го интервала выборочной изменчивости нижней реперной точки (≈ 6 процентильных пунктов) становится меньше ширины наиболее узкого лингвистического интервала (10 пунктов), а доля ошибочной классификации снижается до ≈ 10%; в этих условиях переход к непрерывной функции принадлежности оправдан. При n < 50 неопределённость положения реперных точек (≥ 8 пунктов) сопоставима с шириной интервала или превышает её, доля ошибочной классификации составляет 14–22%, и уточнение оценки внутри интервала не превышает ошибки положения его границ: дискретная форма здесь адекватна точности данных и предпочтительна по простоте расчёта, что важно в задачах экспресс-диагностики. Диапазон 50 ≤ n < 100 является переходным: базовой остаётся дискретная форма, непрерывная допустима при подтверждении устойчивости реперных точек бутстреп-процедурой (раздел 4). Указанные пороги являются ориентировочными; при планировании конкретного исследования критерием служит отношение полуширины бутстреп-интервала реперной точки к ширине прилегающего лингвистического интервала, которое для применения непрерывной формы не должно превышать 0,6.

 © Авторы статьи / Authors of the article

Таблица 2 - Устойчивость процентильных реперных точек в зависимости от объёма обучающей выборки: полуширина 95%-го интервала выборочной изменчивости реперной точки, процентильные пункты, и доля ошибочной классификации

DOI: https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.173.62.2

| n | $P_{10}$ | $P_{37}$ | $P_{67}$ | Доля ошибочной классификации, % |
|---|---|---|---|---|
| 20 | 13,7 | 19,7 | 19,0 | 22,1 |
| 30 | 11,4 | 16,7 | 15,9 | 18,2 |
| 50 | 8,3 | 13,0 | 12,3 | 14,1 |
| 100 | 6,1 | 9,2 | 9,3 | 10,2 |
| 200 | 4,2 | 6,6 | 6,3 | 7,0 |

*Примечание: Монте-Карло, 3000 репликаций; приведены результаты для нормального распределения; для логнормального и экспоненциального распределений различия по всем показателям не превышают 0,5 пункта (ранговая инвариантность процентильных оценок)*

**2.4. Обоснование выбора способа агрегирования**

Обобщённый показатель латентной переменной рассчитывается как среднее геометрическое частных оценок $\mu_i = \mu A(x_i) \in (0, 1]$, i = 1, …, n:

$$Ia = \left(\prod_{i=1}^{n} \mu_i\right)^{1/n} \quad (3)$$

Выбор среднего геометрического в качестве оператора агрегирования обусловлен следующими математическими и содержательными соображениями:

*Свойство асимметричной компенсации.* Среднее геометрическое является частным случаем степенного среднего $M_p$ при $p \to 0$. При p = 1 (среднее арифметическое) полная компенсация низкого показателя высоким возможна; при $p \to -\infty$ (минимум) компенсация невозможна. Среднее геометрическое обеспечивает промежуточный режим: асимметричную компенсацию, при которой низкий показатель «тянет вниз» общую оценку существенно сильнее, чем высокий — «вверх». Это реализует принцип гипердиагностики: если хотя бы один частный показатель снижен, обобщённая оценка снижается непропорционально сильно [16].

*Инвариантность к масштабу.* Среднее геометрическое инвариантно относительно мультипликативных преобразований шкалы, что существенно при работе с безразмерными оценками функции принадлежности.

*Корректность при ограниченном диапазоне.* Необходимо отметить, что все частные оценки, как и обобщенная оценка (среднее геометрическое) находятся в одинаковом интервале значений (0, 1], что обеспечивает их идентичность и интерпретацию.

Таблица 3 - Сравнение операторов агрегирования для задачи оценки латентных переменных

DOI: https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.173.62.3

| Оператор (модель агрегирования) | Формула | Чувствительность к низким значениям | Особенность применения |
|---|---|---|---|
| Среднее арифметическое (аддитивная модель) | $\Sigma xi/n$ | Низкая | Аддитивная модель предполагает компенсацию (низкое качество по одному параметру можно компенсировать высоким качеством по другому параметру) |
| Среднее геометрическое (мультипликативная модель) | $(\prod x_i)^{1/n}$ | Высокая | Мультипликативная модель предполагает асимметричную компенсацию (реализует принцип гипердиагностики: низкий показатель сильнее тянет оценку вниз, чем высокий — вверх) |
| OWA (Ordered Weighted Averaging) или оператор | $\Sigma wi \cdot x\sigma(i)$ | Настраиваемая | Модель позволяет за счет «весовых |

 © Авторы статьи / Authors of the article

| Оператор (модель агрегирования) | Формула | Чувствительность к низким значениям | Особенность применения |
|---|---|---|---|
| Ягера | | | коэффициентов» сделать упор на лучшие результаты (увеличение веса лучшего показателя) или на худшие результаты (увеличение веса худшего показателя) |

Дополнительным аргументом в пользу среднего геометрического является его использование в квалиметрии [7] и в индексных методах (например, Индекс человеческого развития ООН рассчитывается как среднее геометрическое трёх компонент).

**Сравнительный анализ с альтернативными подходами оценки латентных переменных**

Сравнительный анализ показывает, что IRT (Item Response Theory) наиболее часто применяется для создания, анализа и оценки эффективности тестов и опросников; SEM (Structural Equation Modeling) — метод моделирования структурными уравнениями, который объединяет факторный анализ и множественную регрессию; Fuzzy-SEM (Fuzzy Structural Equation Modeling) — гибридный метод статистического анализа, объединяющий моделирование структурными уравнениями (SEM) и теорию нечетких множеств (Fuzzy Set Theory).

Таблица 4 - Систематическое сравнение экспертно-аналитического метода с методами IRT, SEM и fuzzy-SEM

DOI: https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.173.62.4

| Критерий | IRT | SEM | Fuzzy-SEM | Предлагаемый метод |
|---|---|---|---|---|
| Минимальный размер выборки | 200–500 | 200+ | 50–100 | 10–30* |
| Тип данных | Дихотомические / порядковые | Непрерывные | Нечёткие | Любые |
| Допущение нормальности | Частичное | Да | Нет | Нет** |
| Роль эксперта | Минимальная | Умеренная | Умеренная | Ведущая |
| Интерпретируемость | Средняя | Сложная | Средняя | Высокая |
| Учёт нелинейности | Ограниченно | Ограниченно | Да | Да |
| Лингвистическая интерпретация | Нет | Нет | Да | Да |
| Возможные программы обработки | Mplus, R (ltm, mirt) | Mplus, AMOS, R (lavaan) | MATLAB (Fuzzy Logic Toolbox), R (lavaan + процедуры фаззификации) | Excel, R, Python (легко реализуем в виде скрипта или пакета) |

*Примечание: *для расчёта реперных точек; с ростом n устойчивость оценок возрастает; при n <30 рекомендуется бутстреп-оценка доверительных интервалов для процентилей; ** валидность процентильных реперных точек не зависит от формы распределения; выборочная устойчивость реперных точек в исходных единицах измерения при малых n зависит от плотности распределения в окрестности квантиля (см. раздел 4)*

Предлагаемый метод не претендует на замену IRT или SEM в задачах, для которых они предназначены (масштабное тестирование, конфирматорные модели, подтверждающие гипотезу о взаимосвязях между латентными и наблюдаемыми переменными). Его ниша — прикладные психологические, психофизиологические, медицинские исследования с ограниченными выборками, гетерогенными показателями и потребностью в интерпретируемых результатах.

**Ограничения применения**

Метод имеет ряд ограничений, которые необходимо учитывать при его применении.

*Зависимость от качества экспертных решений.* Первый этап (построение структурной модели) целиком зависит от знаний и опыта экспертов. Ошибки в определении структуры латентной переменной (включение нерелевантных индикаторов, пропуск значимых) непосредственно влияют на валидность результата. Для минимизации этого риска рекомендуется привлечение нескольких экспертов с оценкой согласованности их решений.

 © Авторы статьи / Authors of the article

*Устойчивость реперных точек.* При малых обучающих выборках (n <30) процентильные оценки реперных точек имеют широкие доверительные интервалы. Для оценки устойчивости рекомендуется бутстреп-процедура (B ≥ 1000 репликаций) с построением 95%-х доверительных интервалов для каждой реперной точки. Дополнительно рекомендуется проводить анализ чувствительности — расчёт итогового индекса при смещении реперных точек на ±1 процентиль. Если оценка меняется кардинально (более чем на 0,1 в абсолютном выражении), результаты считаются нестабильными, и требуется увеличение выборки.

*Зависимость устойчивости реперных точек от формы распределения.* Процентильная оценка реперных точек не требует допущения нормальности: положение реперных точек в шкале процентильных рангов и доля ошибочной классификации инвариантны к монотонным преобразованиям показателя и, следовательно, к форме его распределения (табл. 4). Однако стандартная ошибка выборочного квантиля в исходных единицах измерения $SE(\hat{x}_p) \approx \sqrt{[p(1-p)/n]} / f(x_p)$ обратно пропорциональна плотности распределения f в точке квантиля. Для асимметричных распределений, типичных для психофизиологических показателей (время реакции описывается экс-гауссовым распределением с тяжёлым правым хвостом [29]), реперные точки, лежащие в области хвоста, оцениваются менее точно: в модельном примере (экс-гауссово распределение времени реакции, μ = 250, σ = 25, τ = 80 мс) при n = 30 полуширина 95%-го интервала составляет ≈ 21 мс для 10-го и ≈ 39 мс для 67-го процентиля. Отсюда два практических следствия:

1) при экспертной коррекции реперных точек в исходных единицах необходимо учитывать их неодинаковую точность;

2) при n < 50 для асимметричных индикаторов целесообразно использовать сглаженную оценку квантилей Харрелла–Дэвиса [28], обладающую меньшей дисперсией, чем выборочная порядковая статистика, в сочетании с бутстреп-оценкой доверительных интервалов.

*Дискретность шкалы.* Четырёхуровневая дискретная функция принадлежности может быть недостаточна для ситуаций, когда значение слабо изменяется и может оставаться в пределах одного интервала. Этот эффект критичен при мониторинге динамических процессов, когда изменения показателя происходят внутри одного лингвистического интервала.

*Равновесность частных показателей.* В базовом варианте метода все частные показатели вносят одинаковый вклад в обобщённую оценку. При наличии содержательных оснований для дифференциации вклада показателей возможна модификация формулы (3) с использованием взвешенного среднего геометрического частных оценок $\mu_i$:

$$\text{Iaw} = \prod_{i=1}^{n} \mu_i^{w_i}, \quad \text{где } \Sigma w_i = 1 \qquad (4)$$

Для эмпирического обоснования весов $w_i$ может быть использован корреляционный анализ частных показателей с внешним критерием (например, с интегральным показателем успешности профессиональной деятельности). Весовой коэффициент для i-го показателя может быть рассчитан как нормированная величина его корреляции с внешним критерием: $w_i = |r_i| / \Sigma|r_j|$. Это позволяет адаптировать метод к специфике конкретной прикладной задачи.

**Заключение**

1. Предложен и теоретически обоснован экспертно-аналитический метод оценки латентных переменных, интегрирующий квалиметрический подход с аппаратом теории нечётких множеств. Метод развивает идеи, заложенные в квалиметрии [7], [8] и в работах по оценке функционального состояния операторов [9], [10], обеспечивая им строгое математическое обоснование через связь с функцией желательности Харрингтона.

2. Показана математическая обоснованность выбора реперных точек (10-й, 37-й и 67-й процентили), определяемая свойствами экспоненциальной функции желательности. Обоснован выбор среднего геометрического как оператора агрегирования, реализующего принцип компенсаторной гипердиагностики.

3. Проведено систематическое сравнение метода с IRT, SEM и fuzzy-SEM. Установлено, что метод обладает преимуществами при работе с малыми выборками (n <50), гетерогенными данными и в ситуациях, требующих понятной для практиков интерпретации результатов.

4. Определены границы применимости метода и сформулированы рекомендации по повышению устойчивости результатов (бутстреп-оценка реперных точек, переход к непрерывным функциям принадлежности при n ≥ 100, обоснованный результатами моделирования устойчивости реперных точек, табл. 4).

5 Метод рекомендуется к дальнейшей верификации и валидации с использованием психологических аппаратно-программных комплексов, например аппаратно-программным комплексом «Психофизиолог-НМ» и «ЭГОСКОП» (ООО НПКФ «Медиком МТД»), и дальнейшему практическому внедрению.

 © Авторы статьи / Authors of the article

**Финансирование**

Работа выполнена в рамках государственного задания ФГБУ «ФНКЦ КМиБ» ФМБА России.

**Благодарности**

Авторы благодарят специалистов ООО НПКФ «Медиком МТД» за предоставление технической документации комплекса «Психофизиолог-НМ» и «ЭГОСКОП».

**Конфликт интересов**

Не указан.

**Рецензия**

Все статьи проходят рецензирование. Но рецензент или автор статьи предпочли не публиковать рецензию к этой статье в открытом доступе. Рецензия может быть предоставлена компетентным органам по запросу.

**Funding**

The work was carried out as part of a state assignment for the FSBI "Federal Scientific and Clinical Centre for Space Medicine and Biology" Federal Medical and Biological Agency of Russia.

**Acknowledgement**

The authors express their gratitude to the specialists at SPCF "Medicom MTD" Ltd for providing the technical documentation for the "Psychophysiologist-NM" and "EGOSCOPE" systems.

**Conflict of Interest**

None declared.

**Review**

All articles are peer-reviewed. But the reviewer or the author of the article chose not to publish a review of this article in the public domain. The review can be provided to the competent authorities upon request.

**Список литературы / References**

1. Bollen K.A. Structural Equations with Latent Variables / K.A. Bollen. — New York: Wiley, 1989. — 514 p.
2. Borsboom D. The concept of validity / D. Borsboom, G.J. Mellenbergh, J. van Heerden // Psychological Review. — 2004. — Vol. 111. — № 4. — P. 1061–1071. — DOI: 10.1037/0033-295X.111.4.1061.
3. Embretson S.E. Item Response Theory for Psychologists / S.E. Embretson, S.P. Reise. — Mahwah: Erlbaum, 2000. — 371 p.
4. Kline R.B. Principles and Practice of Structural Equation Modeling / R.B. Kline. — New York: Guilford Press, 2016. — 534 p.
5. Hu L. Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis / L. Hu, P.M. Bentler // Structural Equation Modeling. — 1999. — Vol. 6. — № 1. — P. 1–55.
6. Wolf E.J. Sample size requirements for structural equation models / E.J. Wolf [et al.] // Educational and Psychological Measurement. — 2013. — Vol. 73. — № 6. — P. 913–934.
7. Азгальдов Г.Г. О квалиметрии / Г.Г. Азгальдов, Э.П. Райхман. — Москва: Изд-во стандартов, 1973. — 172 с.
8. Андрианов Ю.М. Квалиметрические аспекты управления качеством новой техники / Ю.М. Андрианов, М.В. Лопатин. — Ленинград: ЛГУ, 1983. — 288 с.
9. Завальнюк В.П. Динамика функциональных состояний операторов в процессе РНД / В.П. Завальнюк, Е.Г. Сингатулин, В.Е. Косачев // Методика и аппаратура психофизиологического эксперимента. — Москва: Наука, 1984. — С. 62–63.
10. Косачев В.Е. Квалиметрические аспекты оценки профессиональной пригодности как системного качества профессионала / В.Е. Косачев // Профессиональная пригодность: субъектно-деятельностный подход / Под ред. В.А. Бодрова. — Москва: Институт психологии РАН, 2004. — С. 342–363.
11. Zadeh L.A. Fuzzy sets / L.A. Zadeh // Information and Control. 1965. — Vol. 8. — № 3. — P. 338–353. — DOI: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X.
12. Орлов А.И. Системная нечёткая интервальная математика / А.И. Орлов, Е.В. Луценко // Научный журнал КубГАУ. — 2013. — № 07 (091). — С. 255–301.
13. Карпов Е.Б. Теория нечётких множеств и её применение в психологии / Е.Б. Карпов, Е.Н. Микульская, Е.А. Карпова // Интеллектуальные ресурсы — региональному развитию. — Ростов-на-Дону, 2018. — Т. 4. — № 1. — С. 248–253.
14. Стивенс С.С. Математика, измерение и психофизика / С.С. Стивенс // Экспериментальная психология. — Москва, 1960. — Т. 1.
15. Harrington E.C. Jr. The desirability function / E.C. Harrington Jr. // Industrial Quality Control. — 1965. — Vol. 21. — P. 494–498.
16. Yager R.R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decisionmaking / R.R. Yager // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. — 1988. — Vol. 18. — № 1. — P. 183–190.
17. Dubois D. Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications / D. Dubois, H. Prade. — New York: Academic Press, 1980. — 393 p.
18. Mendel J.M. Type-2 fuzzy sets and systems: an overview / J.M. Mendel // IEEE Computational Intelligence Magazine. — 2007. — Vol. 2. — № 1. — P. 20–29.
19. Gil M.A. Overview on the development of fuzzy random variables / M.A. Gil [et al.] // Fuzzy Sets and Systems. — 2006. — Vol. 157. — № 19. — P. 2546–2557.
20. Бодров В.А. Психология профессиональной пригодности / В.А. Бодров. — Москва: ПЕР СЭ, 2001. — 511 с.
21. Леонова А.Б. Психологические технологии управления состоянием человека / А.Б. Леонова, А.С. Кузнецова. — Москва: Смысл, 2009. — 311 с.
22. Rasch G. Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests / G. Rasch. — Chicago: University of Chicago Press, 1980.

 © Авторы статьи / Authors of the article

23. Kahraman C. Fuzzy multicriteria decision-making: a literature review / C. Kahraman [et al.] // International Journal of Computational Intelligence Systems. — 2015. — Vol. 8. — № 4. — P. 637–666.

24. Mamdani E.H. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller / E.H. Mamdani, S. Assilian // International Journal of Man-Machine Studies. — 1975. — Vol. 7. — № 1. — P. 1–13.

25. United Nations Development Programme. Human Development Report 2020. — New York: UNDP, 2020.

26. Kendall M.G. The problem of m rankings / M.G. Kendall, B. Babington Smith // Annals of Mathematical Statistics. — 1939. — Vol. 10. — № 3. — P. 275–287. — DOI: 10.1214/aoms/1177732186.

27. Siegel S. Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences / S. Siegel, N.J. Castellan. — New York: McGraw-Hill, 1988. — 399 p.

28. Harrell F.E. A new distribution-free quantile estimator / F.E. Harrell, C.E. Davis // Biometrika. — 1982. — Vol. 69. — № 3. — P. 635–640. — DOI: 10.1093/biomet/69.3.635.

29. Ratcliff R. Group reaction time distributions and an analysis of distribution statistics / R. Ratcliff // Psychological Bulletin. — 1979. — Vol. 86. — № 3. — P. 446–461. — DOI: 10.1037/0033-2909.86.3.446.

## Список литературы на английском языке / References in English

1. Bollen K.A. Structural Equations with Latent Variables / K.A. Bollen. — New York: Wiley, 1989. — 514 p.

2. Borsboom D. The concept of validity / D. Borsboom, G.J. Mellenbergh, J. van Heerden // Psychological Review. — 2004. — Vol. 111. — № 4. — P. 1061–1071. — DOI: 10.1037/0033-295X.111.4.1061.

3. Embretson S.E. Item Response Theory for Psychologists / S.E. Embretson, S.P. Reise. — Mahwah: Erlbaum, 2000. — 371 p.

4. Kline R.B. Principles and Practice of Structural Equation Modeling / R.B. Kline. — New York: Guilford Press, 2016. — 534 p.

5. Hu L. Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis / L. Hu, P.M. Bentler // Structural Equation Modeling. — 1999. — Vol. 6. — № 1. — P. 1–55.

6. Wolf E.J. Sample size requirements for structural equation models / E.J. Wolf [et al.] // Educational and Psychological Measurement. — 2013. — Vol. 73. — № 6. — P. 913–934.

7. Azgaldov G.G. O kvalimetrii [On qualimetry] / G.G. Azgaldov, E.P. Raikhman. — Moscow: Standards Publishing House, 1973. — 172 p. [in Russian]

8. Andrianov Yu.M. Kvalimetricheskie aspekti upravleniya kachestvom novoi tekhniki [Qualimetric aspects of quality management for new equipment] / Yu.M. Andrianov, M.V. Lopatin. — Leningrad: LSU, 1983. — 288 p. [in Russian]

9. Zavalnyuk V.P. Dinamika funktsionalnikh sostoyanii operatorov v protsesse RND [Changes in operators' functional states during RND] / V.P. Zavalnyuk, Ye.G. Singatulin, V.E. Kosachev // Metodika i apparatura psikhofiziologicheskogo eksperimenta [Methods and Equipment for Psychophysiological Experiments]. — Moscow: Nauka, 1984. — P. 62–63. [in Russian]

10. Kosachev V.E. Kvalimetricheskie aspekti otsenki professionalnoi prigodnosti kak sistemnogo kachestva professionala [Qualimetric aspects of assessing professional aptitude as a systemic quality of a professional] / V.E. Kosachev // Professionalnaya prigodnost: subektno-deyatelnostnii podkhod [Professional Aptitude: A subject-activity approach] / Edited by V.A. Bodrov. — Moscow: Institute of Psychology, Russian Academy of Sciences, 2004. — P. 342–363. [in Russian]

11. Zadeh L.A. Fuzzy sets / L.A. Zadeh // Information and Control. 1965. — Vol. 8. — № 3. — P. 338–353. — DOI: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X.

12. Orlov A.I. Sistemnaya nechyotkaya intervalnaya matematika [Systemic fuzzy interval mathematics] / A.I. Orlov, Ye.V. Lutsenko // Nauchnii zhurnal KubGAU [Scientific Journal of Kuban State Agrarian University]. — 2013. — № 07 (091). — P. 255–301. [in Russian]

13. Karpov Ye.B. Teoriya nechyotkikh mnozhestv i yeyo primenenie v psikhologii [The theory of fuzzy sets and its application in psychology] / Ye.B. Karpov, Ye.N. Mikulskaya, Ye.A. Karpova // Intellektualnie resursi — regionalnomu razvitiyu [Intellectual Resources — Regional Development]. — Rostov-on-Don, 2018. — Vol. 4. — № 1. — P. 248–253. [in Russian]

14. Stivens S.S. Matematika, izmerenie i psikhofizika [Mathematics, Measurement and Psychophysics] / S.S. Stivens // Eksperimentalnaya psikhologiya [Experimental Psychology]. — Moscow, 1960. — Vol. 1. [in Russian]

15. Harrington E.C. Jr. The desirability function / E.C. Harrington Jr. // Industrial Quality Control. — 1965. — Vol. 21. — P. 494–498.

16. Yager R.R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decisionmaking / R.R. Yager // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. — 1988. — Vol. 18. — № 1. — P. 183–190.

17. Dubois D. Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications / D. Dubois, H. Prade. — New York: Academic Press, 1980. — 393 p.

18. Mendel J.M. Type-2 fuzzy sets and systems: an overview / J.M. Mendel // IEEE Computational Intelligence Magazine. — 2007. — Vol. 2. — № 1. — P. 20–29.

19. Gil M.A. Overview on the development of fuzzy random variables / M.A. Gil [et al.] // Fuzzy Sets and Systems. — 2006. — Vol. 157. — № 19. — P. 2546–2557.

20. Bodrov V.A. Psikhologiya professionalnoi prigodnosti [The Psychology of Occupational Suitability] / V.A. Bodrov. — Moscow: PER SE, 2001. — 511 p. [in Russian]

21. Leonova A.B. Psikhologicheskie tekhnologii upravleniya sostoyaniem cheloveka [Psychological techniques for managing a person's state of mind] / A.B. Leonova, A.S. Kuznetsova. — Moscow: Smisl, 2009. — 311 p. [in Russian]

 © Авторы статьи / Authors of the article

22. Rasch G. Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests / G. Rasch. — Chicago: University of Chicago Press, 1980.

23. Kahraman C. Fuzzy multicriteria decision-making: a literature review / C. Kahraman [et al.] // International Journal of Computational Intelligence Systems. — 2015. — Vol. 8. — № 4. — P. 637–666.

24. Mamdani E.H. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller / E.H. Mamdani, S. Assilian // International Journal of Man-Machine Studies. — 1975. — Vol. 7. — № 1. — P. 1–13.

25. United Nations Development Programme. Human Development Report 2020. — New York: UNDP, 2020.

26. Kendall M.G. The problem of m rankings / M.G. Kendall, B. Babington Smith // Annals of Mathematical Statistics. — 1939. — Vol. 10. — № 3. — P. 275–287. — DOI: 10.1214/aoms/1177732186.

27. Siegel S. Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences / S. Siegel, N.J. Castellan. — New York: McGraw-Hill, 1988. — 399 p.

28. Harrell F.E. A new distribution-free quantile estimator / F.E. Harrell, C.E. Davis // Biometrika. — 1982. — Vol. 69. — № 3. — P. 635–640. — DOI: 10.1093/biomet/69.3.635.

29. Ratcliff R. Group reaction time distributions and an analysis of distribution statistics / R. Ratcliff // Psychological Bulletin. — 1979. — Vol. 86. — № 3. — P. 446–461. — DOI: 10.1037/0033-2909.86.3.446.