
**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ
ПРОГРАММ/MATHEMATICAL MODELING, NUMERICAL METHODS AND PROGRAM COMPLEXES**

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.171.45> EDN: VVXHIZ**ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА ГИРОТРОПНОГО ПРОДОЛЬНО НАМАГНИЧЕННОГО ПРЯМОУГОЛЬНОГО
ВОЛНОВОДА С ТЕПЛОВОЙ ПОТЕРЕЙ**

Научная статья

Ширапов Д.Ш.^{1,*}, Итигилов Г.Б.², Мадыев А.П.³¹ORCID : 0000-0001-8060-1479;^{1, 2, 3} Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления, Улан-Удэ, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (shir48[at]mail.ru)

Предложена: 23.06.2026; Принята: 20.08.2026; Опубликовано: 17.09.2026

Аннотация

Экспериментальные данные показали, что значение тангенса угла диэлектрических потерь в волноводах заполненных ферритом могут принимать существенные значения. Следовательно, в них происходят значительные тепловые потери, влияющие, независимо от направления намагничивания волновода, как на собственные параметры волноводов, так и на характеристики распространяющихся в них электромагнитных волн: критическую частоту, полосу пропускания, фазовую и групповую скорости, волновое сопротивление. В статье с использованием частных уравнений Гельмгольца гибридных электромагнитных волн, учитывающих тепловые потери, и описывающих их распространение в продольно намагниченном гиротропном прямоугольном волноводе решена граничная задача. Результатом решения является дисперсионное уравнение, которое после его решения относительно постоянной распространения позволит провести исследование влияния теплового нагрева, происходящего в волноводе на основных характеристик, распространяющихся в нём электромагнитных волн, включая компоненты электромагнитных полей.

Ключевые слова: уравнение Гельмгольца, продольное намагничивание, гиротропный волновод, электромагнитное поле, тепловые потери, гибридная электромагнитная волна.

**BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A GYROTROPIC, LONGITUDINALLY MAGNETISED RECTANGULAR
WAVEGUIDE WITH THERMAL LOSSES**

Research article

Shirapov D.S.^{1,*}, Itigilov G.B.², Madyev A.P.³¹ORCID : 0000-0001-8060-1479;^{1, 2, 3} East Siberia State University of Technology and Management, Ulan-Ude, Russian Federation

* Corresponding author (shir48[at]mail.ru)

Suggested: 23.06.2026; Accepted: 20.08.2026; Published: 17.09.2026

Abstract

Experimental data have shown that the tangent of the dielectric loss angle in ferrite-filled waveguides can take on significant values. Consequently, significant heat losses occur in them, which, regardless of the direction of the waveguide's magnetisation, affect both the waveguide's intrinsic parameters and the characteristics of the electromagnetic waves propagating within them: the critical frequency, bandwidth, phase and group velocities, and wave impedance. In this article, a boundary value problem is solved using the Helmholtz equations for hybrid electromagnetic waves, which take thermal losses into account and describe their propagation in a longitudinally magnetised gyrotropic rectangular waveguide. The result of this solution is a dispersion equation which, once solved for the propagation constant, will make it possible to study the effect of thermal heating occurring in the waveguide on the main characteristics of the electromagnetic waves propagating within it, including the components of the electromagnetic fields.

Keywords: Helmholtz equation, longitudinal magnetisation, gyrotropic waveguide, electromagnetic field, heat loss, hybrid electromagnetic wave.

Введение

Широкое применение ферритов в сверхвысокочастотной (СВЧ) технике [1], [2], [3], [5], включая волноводы, обусловлено их уникальными свойствами. В ферритовой среде фазовая скорость, поляризация и затухание электромагнитных волн (ЭМВ) определяются напряженностью и направлением намагничивающего магнитного поля. Возможность изменять отмеченные параметры внешнего магнитного поля, как по величине, так и по направлению позволяет эффективно управлять характеристиками ЭМВ.

В работе [1] проведено достаточно полное исследование характеристик электромагнитных волн и полей, существующих в нормально намагниченном, полностью заполненным ферритом, прямоугольном волноводе без потерь. В то же время, согласно экспериментальным данным [6], значение тангенса угла диэлектрических потерь для феррошпинелей, широко применяемых в СВЧ-технике, находится в диапазоне $(2,5-25) \cdot 10^{-4}$, что является

существенной величиной. Следовательно, в гиротропных прямоугольных волноводах независимо от направления намагничивания происходят потеря энергии в виде теплового нагрева и в результате в них изменяются диэлектрический и магнитный коэффициенты проницаемости феррита. Это, в свою очередь, влияет как на собственные параметры волноводов, так и на характеристики распространяющихся в них волн: критическую частоту, полосу пропускания, фазовую и групповую скорости, волновое сопротивление. Поэтому необходим как можно полный анализ физических процессов происходящих в гиротропных волноводах. Однако такой анализ возможен при наличии соответствующего дисперсионного уравнения.

Основной целью статьи является определение дисперсионного уравнения продольно намагниченного гиротропного прямоугольного волновода, в котором имеет место тепловые потери, путем решения соответствующей граничной задачи.

Уравнения Гельмгольца гиротропного продольно намагниченного прямоугольного волновода

В декартовой системе координат x, y, z , в которой продольно-регулярная ось волновода совпадает с осью z , уравнения Гельмгольца для гибридных EH - и HE - волн гиротропного продольно намагниченного прямоугольного волновода со сторонами по оси x равной a , по оси y – b и с тепловой потерей имеют вид [7]

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + (\omega^2 \epsilon' \mu_{\perp} - \gamma^2) E_z - j\gamma \kappa \omega \frac{\mu_{\parallel}}{\mu} H_z = 0 \\ \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \left(\omega^2 \epsilon' \mu_{\parallel} - \frac{\mu_{\parallel}}{\mu} \gamma^2 \right) H_z + j\gamma \omega \epsilon' \frac{k}{\mu} E_z = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Ставится задача решения системы дифференциальных уравнений (1) с краевыми условиями на стенках волновода $x \in [0, a], y \in [0, b] \cdot (a > b)$.

$$E_z(x, y)|_{x=0} = 0, E_z(x, y)|_{y=0} = 0. \quad (2)$$

Здесь (E_z, H_z) — продольные компоненты напряженностей электрического и магнитного полей, ϵ_a — абсолютная диэлектрическая проницаемость феррита, ω — циклическая частота монохроматического процесса, $\epsilon' = \epsilon_a - j\frac{\sigma}{\omega}$ — комплексная диэлектрическая проницаемость феррита, σ — удельная электрическая проводимость феррита, γ — постоянная распространения, j — мнимая единица. $\frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \frac{Y\mu_0 M_0 \omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}, \mu_{\perp} = \frac{\mu^2 - k^2}{\mu},$

$k = \mu_0 \frac{\omega Y \mu_0 M_0}{\omega_0^2 - \omega^2}, \mu_0 = 12.56 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{М}}$ — магнитная постоянная, $Y = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$ — гиромагнитное отношение, $\omega_0 = Y\mu_0 H_0$ — угловая частота свободной прецессии магнитного момента, H_0 — напряженность постоянного внешнего магнитного поля, M_0 — намагниченность насыщения феррита. Тензор магнитной

проницаемости феррита при продольном намагничивании $\tilde{\mu} = \begin{bmatrix} \mu & jk & 0 \\ -jk & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\parallel} \end{bmatrix}$, где $k, \mu_{\parallel} \approx \mu_0$ —

компоненты тензора магнитной проницаемости.

Задача Дирихле

Для решения задачи Дирихле (1) и (2) преобразуем уравнения системы (1), применяя метод укорочения дифференциальных уравнений [8], [9]. Для этого умножим второе уравнение системы (1) на $j\Lambda$ и сложим с первым уравнением. Тогда получим

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 (E_z + j\Lambda H_z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (E_z + j\Lambda H_z)}{\partial y^2} + \left(\omega^2 \epsilon' \mu_0 - \frac{\mu_0}{\mu} \gamma^2 \right) j\Lambda H_z + \\ & + (\omega^2 \epsilon' \mu_{\perp} - \gamma^2) E_z - \Lambda \gamma \omega \epsilon' \frac{k}{\mu} E_z - j\gamma \omega \mu_0 \frac{k}{\mu} H_z = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

После введения обозначения

$$E_z(x, y) + j\Lambda H_z(x, y) = \Psi(x, y) \quad (4)$$

и подстановки (4) в (3) получим

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \left(\omega^2 \epsilon' \mu_{\perp} - \gamma^2 - \Lambda \gamma \omega \epsilon' \frac{k}{\mu} \right) \Psi = \\ & = \left[-\Lambda^2 \gamma \omega \epsilon' \frac{k}{\mu} - \Lambda \left(\omega^2 \epsilon' \mu_0 - \frac{\mu_0}{\mu} \gamma^2 - \omega^2 \epsilon' \mu_{\perp} + \gamma^2 \right) + \gamma \omega \mu_0 \frac{k}{\mu} \right] j H_z. \end{aligned} \quad (5)$$

В правой части (5), в квадратных скобках, имеется квадратное уравнение относительно Λ

$$\Lambda^2 \gamma \omega \epsilon' \frac{k}{\mu} + \Lambda \left(k_z^2 - \frac{\mu_0}{\mu} \gamma^2 - \omega^2 \epsilon' \mu_{\perp} + \gamma^2 \right) - \gamma \omega \mu_0 \frac{k}{\mu} = 0, \quad (6)$$

где $k_z^2 = \omega^2 \epsilon' \mu_0$.

После обозначения корней уравнения (6) через $\Lambda_{1,2}$ уравнение (5) примет вид

$$\frac{\partial^2 \Psi_{1,2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_{1,2}}{\partial y^2} + \left(\omega^2 \varepsilon' \mu_{\perp} - \gamma^2 - \Lambda_{1,2} \gamma \omega \varepsilon' \frac{k}{\mu} \right) \Psi_{1,2} = 0 \quad (7)$$

Для корней $\Lambda_{1,2}$ выражение (4) запишется в виде

$$\begin{cases} E_Z + j\Lambda_1 H_Z = \Psi_1(x, y), \\ E_Z + j\Lambda_2 H_Z = \Psi_2(x, y). \end{cases} \quad (8)$$

Из (8) получим

$$E_Z = \frac{\Psi_1 \Lambda_2 - \Psi_2 \Lambda_1}{\Lambda_2 - \Lambda_1}, \quad (9)$$

$$H_Z = j \frac{\Psi_1 - \Psi_2}{\Lambda_2 - \Lambda_1} \quad (10)$$

Далее уравнение (7) запишем отдельно для переменных Ψ_1 и Ψ_2

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial y^2} + \left(\omega^2 \varepsilon' \mu_{\perp} - \gamma^2 - \Lambda_1 \gamma \omega \varepsilon' \frac{k}{\mu} \right) \Psi_1 = 0 \\ \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial y^2} + \left(\omega^2 \varepsilon' \mu_{\perp} - \gamma^2 - \Lambda_2 \gamma \omega \varepsilon' \frac{k}{\mu} \right) \Psi_2 = 0 \end{cases} \quad (11)$$

Введем обозначения

$$q_1^2 = k_{\perp}^2 - \gamma^2 - \Lambda_1 \gamma \omega \varepsilon' \frac{k}{\mu}, \quad (12)$$

$$q_2^2 = k_{\perp}^2 - \gamma^2 - \Lambda_2 \gamma \omega \varepsilon' \frac{k}{\mu}, \quad (13)$$

где $k_{\perp}^2 = \omega^2 \varepsilon' \mu_{\perp}$.

Тогда с учетом выражений (12) и (13) уравнения (11) запишутся

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial y^2} + q_1^2 \Psi_1 = 0 \\ \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial y^2} + q_2^2 \Psi_2 = 0 \end{cases} \quad (14)$$

Дифференциальные уравнения (14) решаются методом разделения переменных [10], представив решения в виде

$$\Psi_1(x, y) = \Psi_{x1}(x) \Psi_{y1}(y), \quad \Psi_2(x, y) = \Psi_{x2}(x) \Psi_{y2}(y). \quad (15)$$

Подставив формулы (15) в систему уравнений (14), получим

$$\begin{cases} \Psi_{y1} \frac{d^2 \Psi_{x1}}{dx^2} + \Psi_{x1} \frac{d^2 \Psi_{y1}}{dy^2} + q_1^2 \Psi_{x1} \Psi_{y1} = 0 \\ \Psi_{y2} \frac{d^2 \Psi_{x2}}{dx^2} + \Psi_{x2} \frac{d^2 \Psi_{y2}}{dy^2} + q_2^2 \Psi_{x2} \Psi_{y2} = 0 \end{cases} \quad (16)$$

Разделим первое уравнение в (16) на $\Psi_{x1} \Psi_{y1}$, второе уравнение — на $\Psi_{x2} \Psi_{y2}$. Тогда получим

$$\begin{cases} \frac{1}{\Psi_{x1}} \frac{d^2 \Psi_{x1}}{dx^2} + \frac{1}{\Psi_{y1}} \frac{d^2 \Psi_{y1}}{dy^2} = -q_1^2 \\ \frac{1}{\Psi_{x2}} \frac{d^2 \Psi_{x2}}{dx^2} + \frac{1}{\Psi_{y2}} \frac{d^2 \Psi_{y2}}{dy^2} = -q_2^2 \end{cases} \quad (17)$$

В уравнениях системы (17) левые части состоят из суммы двух функций, каждая из которых зависит только от одной переменной. Первая является функцией переменной x , а вторая — переменной y . В правые части уравнений (17) не зависят как от x , так и y .

В системе (17) введем следующие обозначения

$$\frac{1}{\Psi_{x1}} \frac{d^2 \Psi_{x1}}{dx^2} = -a_x^2, \dots, \frac{1}{\Psi_{y1}} \frac{d^2 \Psi_{y1}}{dy^2} = -a_y^2, \quad (18)$$

$$\frac{1}{\Psi_{x2}} \frac{d^2 \Psi_{x2}}{dx^2} = -b_x^2, \dots, \frac{1}{\Psi_{y2}} \frac{d^2 \Psi_{y2}}{dy^2} = -b_y^2, \quad (19)$$

где a_x, a_y, b_x, b_y — некоторые постоянные.

Тогда из выражений (18) получим следующие дифференциальные уравнения

$$\frac{d^2 \Psi_{x1}}{dx^2} + a_x^2 \Psi_{x1} = 0 \quad (20)$$

$$\frac{d^2\Psi_{y1}}{dy^2} + a_y^2\Psi_{y1} = 0 \quad (21)$$

Общие решения уравнений (20) и (21), соответственно, будут иметь вид [5]

$$\Psi_{x1}(x) = C_1 \cos(a_x x) + C_2 \sin(a_x x), \quad (22)$$

$$\Psi_{y1}(y) = C_3 \cos(a_y y) + C_4 \sin(a_y y), \quad (23)$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 — произвольные постоянные.

Для нетривиальных общих решения (22), (23) и из (9), (15), а также краевых условий (2) при $x = 0$ и $y = 0$ постоянные $C_1 = C_3 = 0$, а при $x = a$ и $y = b$ имеем

$$\sin(a_x a) = 0, \sin(a_y b) = 0. \quad (24)$$

Откуда получаем

$$a_x = \frac{m\pi}{a}, a_y = \frac{n\pi}{b}, (m, n = 1, 2, 3, \dots) \quad (25)$$

Тогда общие решения (22) и (23) примут вид

$$\Psi_{x1}(x) = C_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right), \Psi_{y1}(y) = C_4 \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right), (m, n = 1, 2, 3, \dots). \quad (26)$$

Таким образом, согласно выражению (15) и с учетом (26) получим

$$\Psi_1(x, y) = A_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right), m, n = 1, 2, 3, \dots \quad (27)$$

где $A_0 = C_2 C_4$.

Из выражений (19) получим дифференциальные уравнения

$$\frac{d^2\Psi_{x2}}{dx^2} + b_x^2\Psi_{x2} = 0 \quad (28)$$

$$\frac{d^2\Psi_{y2}}{dy^2} + b_y^2\Psi_{y2} = 0 \quad (29)$$

Общие решения уравнений (28) и (29), соответственно, имеют вид

$$\Psi_{x2}(x) = C_5 \cos(b_x x) + C_6 \sin(b_x x), \quad (30)$$

$$\Psi_{y2}(y) = C_7 \cos(b_y y) + C_8 \sin(b_y y), \quad (31)$$

где C_5, C_6, C_7, C_8 — произвольные постоянные.

Для нетривиальных общих решения (30), (31) и из (9), (15), а также краевых условий (2) постоянные $C_5 = C_7 = 0$, и

$$b_x = \frac{m\pi}{a}, b_y = \frac{n\pi}{b}, (m, n = 1, 2, 3, \dots). \quad (32)$$

Следовательно, общие решения (30), (31) будут следующими

$$\Psi_{x2}(x) = C_6 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right), \Psi_{y2}(y) = C_8 \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right), (m, n = 1, 2, 3, \dots). \quad (33)$$

Тогда, согласно выражению (15) и с учетом (33), получим

$$\Psi_2(x, y) = B_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right), (m, n = 1, 2, 3, \dots). \quad (34)$$

где $B_0 = C_6 C_8$.

Из формулы (9) с учетом (27) и (34) получим

$$\begin{aligned} E_Z &= \frac{\Psi_1 \Lambda_2 - \Psi_2 \Lambda_1}{\Lambda_2 - \Lambda_1} = \frac{1}{\Lambda_2 - \Lambda_1} \left[\Lambda_2 A_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) - \Lambda_1 B_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \right] = \\ &= \frac{\Lambda_2 A_0 - \Lambda_1 B_0}{\Lambda_2 - \Lambda_1} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right). \end{aligned}$$

При амплитудном коэффициенте $E_0 = A_0 = B_0$ продольная компонента электрического поля будет

$$E_z = E_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right). \quad (35)$$

Из формулы (10) с учетом (27) и (34) получим

$$\begin{aligned} H_Z &= j \frac{\Psi_1 - \Psi_2}{\Lambda_2 - \Lambda_1} = \frac{j}{\Lambda_2 - \Lambda_1} \left[A_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) - B_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \right] = \\ &= \frac{j(A_0 - B_0)}{\Lambda_2 - \Lambda_1} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right). \end{aligned}$$

При амплитудном коэффициенте $H_0 = A_0 - B_0$ продольная компонента магнитного поля будет

$$H_z = \frac{jH_0}{\Lambda_2 - \Lambda_1} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right). \quad (36)$$

Дисперсионное уравнение

Из первого выражения (17) и (18), также из (12) и (25) следует

$$k_{\perp}^2 - \gamma^2 - \Lambda_1 \gamma \omega \varepsilon' \frac{k}{\mu} = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2. \quad (37)$$

Аналогично, из второго выражения (17) и (19), также из (13) и (32) следует

$$k_{\perp}^2 - \gamma^2 - \Lambda_2 \gamma \omega \varepsilon' \frac{k}{\mu} = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2, (m, n = 1, 2, 3, \dots). \quad (38)$$

Таким образом, имеем два варианта дисперсионных уравнений для продольно намагниченного гиротропного прямоугольного волновода с тепловой потерей (37) и (38).

Корни уравнения (6), которые входят в (37), (38) определяются по формулам

$$\Lambda_1 = \frac{-\left(k_z^2 - \frac{\mu_0}{\mu} \gamma^2 - k_{\perp}^2 + \gamma^2\right) + \sqrt{\left(k_z^2 - \frac{\mu_0}{\mu} \gamma^2 - k_{\perp}^2 + \gamma^2\right)^2 + 4\omega^2 \gamma^2 \varepsilon' \mu_0 \frac{k^2}{\mu^2}}}{2\gamma \omega \varepsilon' \frac{k}{\mu}}, \quad (39)$$

$$\Lambda_2 = \frac{-\left(k_z^2 - \frac{\mu_0}{\mu} \gamma^2 - k_{\perp}^2 + \gamma^2\right) - \sqrt{\left(k_z^2 - \frac{\mu_0}{\mu} \gamma^2 - k_{\perp}^2 + \gamma^2\right)^2 + 4\omega^2 \gamma^2 \varepsilon' \mu_0 \frac{k^2}{\mu^2}}}{2\gamma \omega \varepsilon' \frac{k}{\mu}}. \quad (40)$$

Подставим (39) в (37) получим первый вариант дисперсионного уравнения

$$\begin{aligned} k_{\perp}^2 - \gamma^2 + k_z^2 - \frac{\mu_0}{\mu} \gamma + \sqrt{\left(k_z^2 - \frac{\mu_0}{\mu} \gamma - k_{\perp}^2 + \gamma^2\right)^2 + 4\omega^2 \gamma^2 \varepsilon' \mu_0 \frac{k^2}{\mu^2}} = \\ = 2 \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (41)$$

Проведем тестирование уравнения (41) путем сведения его к изотропному случаю, когда компонента тензора магнитной проницаемости $k = 0$ и $\mu = \mu_0$. Тогда (41) примет вид

$$k_z^2 - \gamma = \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right]. \quad (42)$$

Откуда при $k_z^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 = \beta^2$ (где β — коэффициент фазы в вакууме) получим уравнение $\gamma = \beta^2 - \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right]$; которое не совпадает с дисперсионным уравнением полого прямоугольного волновода [11]. Следовательно, выражение (41) не является дисперсионным уравнением продольно намагниченного гиротропного прямоугольного волновода с тепловой потерей.

Далее, подставляя (40) в (38) получим

$$\begin{aligned} k_{\perp}^2 - \gamma^2 + k_z^2 - \frac{\mu_0}{\mu} \gamma - \sqrt{\left(k_z^2 - \frac{\mu_0}{\mu} \gamma - k_{\perp}^2 + \gamma^2\right)^2 + 4\omega^2 \gamma^2 \varepsilon' \mu_0 \frac{k^2}{\mu^2}} = \\ = 2 \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (43)$$

Проведем аналогичное тестирование уравнения (43) путем сведения его к изотропному случаю. Тогда (43) примет вид

$$k_{\perp}^2 - \gamma^2 = \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right]. \quad (44)$$

Из (44) при $k_{\perp}^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 = \beta^2$, окончательно, получим уравнение

$$\gamma = \sqrt{\beta^2 - \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right]}, \quad (45)$$

которое совпадает с дисперсионным уравнением полого прямоугольного волновода [11].

Следовательно, дисперсионным уравнением продольно намагниченного гиротропного прямоугольного волновода с тепловой потерей является формула (43).

Заключение

Для исследования влияния на характеристики (критическая частота, полоса пропускания, фазовая и групповая скорости, волновое сопротивление), распространяющихся в продольно намагниченном гиротропном прямоугольном волноводе электромагнитных волн, теплового нагрева волновода решена граничная задача. В результате получены дисперсионное уравнение, формулы вычисления продольных компонент напряженностей электрического и магнитного полей.

Выводы:

1. Для продольно намагниченного гиротропного волновода получено дисперсионное уравнение (43), учитывающее потери энергии в виде тепла.
2. Для продольно намагниченного гиротропного волновода получена формула продольной компоненты напряженности электрического поля (35).
3. Для продольно намагниченного гиротропного волновода получена формула продольной компоненты напряженностей магнитного поля (36).

Последующее решение дисперсионного уравнения (43), относительно постоянной распространения, позволит исследовать влияние теплового нагрева, происходящего в продольно намагниченном гиротропном прямоугольном волноводе на основные характеристики, распространяющихся в нём электромагнитных волн, включая компоненты электромагнитных полей.

Конфликт интересов

Не указан.

Рецензия

Все статьи проходят рецензирование. Но рецензент или автор статьи предпочли не публиковать рецензию к этой статье в открытом доступе. Рецензия может быть предоставлена компетентным органам по запросу.

Conflict of Interest

None declared.

Review

All articles are peer-reviewed. But the reviewer or the author of the article chose not to publish a review of this article in the public domain. The review can be provided to the competent authorities upon request.

Список литературы / References

1. Микаэлян А.Л. Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах / А.Л. Микаэлян. — Ленинград: Госэнергоиздат, 1963. — 664 с.
2. Лакс Б. Сверхвысокочастотные ферриты и ферриманетики / Б. Лакс, К. Баттон. — Москва: Мир, 1965. — 676 с.
3. Капустин С.А. Комплексные волны круглого экранированного волновода с аксиальным продольно-намагниченным ферритовым стержнем / С.А. Капустин, А.В. Назаров, С.Б. Раевский // Антенны. — 2020. — № 1. — С. 34–40. — DOI: 10.18127/j03209601-202001-05.
4. Артёмов М.Л. Направление совершенствования характеристик перспективных антенных систем / М.Л. Артёмов, О.В. Афанасьев, М.П. Сличенко // Радиотехника. — 2023. — Т. 86, № 5. — С. 184–198. — DOI: 10.18127/j00338486-202305-19.
5. Гуськов А.Б. Быстродействующие ферритовые фазовращатели типа Реджиа-Спенсера для современных ФАР / А.Б. Гуськов, Н.В. Михайлов, А.Е. Страшинова [и др.] // Антенны. — 2021. — № 5. — С. 27–36.
6. Устинов А. Ферритовые материалы для устройств СВЧ-электроники. Основные критерии выбора / А. Устинов, В. Кочемасов, Е. Хасьянова // СВЧ-электроника. — 2015. — № 8. — С. 86–92.
7. Итигилов Г.Б. Обобщенные, общие и частные уравнения Гельмгольца гиротропных волноводов с учетом тепловых потерь / Г.Б. Итигилов, Д.Ш. Ширапов, В.А. Кравченко // Радиотехника. — 2023. — Т. 78, № 12. — С. 137–148. — DOI: 10.18127/j00338486-202312-15.
8. Сул Г. Вопросы волноводного распространения электромагнитных волн в гиротропных средах / Г. Сул, Л. Уокер; пер. с англ. Л.Г. Ломизе, Я.А. Моносова, В.Е. Костылевой. — Москва: Иностранная литература, 1955. — 192 с.
9. Назаров А.В. Электромагнитные волны в структурах, содержащих продольно намагниченные ферритовые слои / А.В. Назаров, С.Б. Раевский // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. — 2007. — Т. 10, № 1. — С. 76–82.
10. Очан Ю.С. Методы математической физики / Ю.С. Очан. — Москва: Ленанд, 2021. — 384 с.
11. Баскаков С.И. Электродинамика и распространение радиоволн / С.И. Баскаков. — Москва: Либроком, 2025. — 416 с.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Mikajeljan A.L. Teorija i primenenie ferritov na sverhvysokih chastotah [Theory and application of ferrites at ultrahigh frequencies] / A.L. Mikajeljan. — Leningrad: Gosjenergoizdat, 1963. — 664 p. [in Russian]
2. Laks B. Sverhvysokochastotnye ferrity i ferrimagnetiki [Microwave ferrites and ferrimagnetics] / B. Laks, K. Batton. — Moscow: Mir, 1965. — 676 p. [in Russian]
3. Kapustin S.A. Kompleksnye volny kruglogo jekranirovannogo volnovoda s aksial'nym prodol'no-namagnichennym ferritovym sterzhnem [Complex waves of a circular shielded waveguide with an axial longitudinally magnetized ferrite rod] / S.A. Kapustin, A.V. Nazarov, S.B. Raevskij // Antenny [Antennas]. — 2020. — № 1. — P. 34–40. — DOI: 10.18127/j03209601-202001-05. [in Russian]



4. Artjomov M.L. Napravlenie sovershenstvovaniya karakteristik perspektivnyh antennoy sistem [Direction for improving the characteristics of advanced antenna systems] / M.L. Artjomov, O.V. Afanas'ev, M.P. Slichenko // Radiotekhnika [Radio Engineering]. — 2023. — Vol. 86, № 5. — P. 184–198. — DOI: 10.18127/j00338486-202305-19. [in Russian]
5. Gus'kov A.B. Bystrye fazovye shifery dlya sovremennykh FAR [High-speed Reggia-Spencer type ferrite phase shifters for modern phased antenna arrays] / A.B. Gus'kov, N.V. Mihajlov, A.E. Strashinova [et al.] // Antenny [Antennas]. — 2021. — № 5. — P. 27–36. [in Russian]
6. Ustinov A. Ferritovye materialy dlya ustroystv SVCh-jelektroniki. Osnovnye kriterii vybora [Ferrite materials for microwave electronics devices. Basic selection criteria] / A. Ustinov, V. Kochemasov, E. Has'janova // SVCh-jelektronika [Microwave Electronics]. — 2015. — № 8. — P. 86–92. [in Russian]
7. Itgilov G.B. Obobshchennyye, obshhie i chastnye uravneniya Gel'mgol'tsa girotropnykh volnovodov s uchetom teplovykh poter' [Generalized, general and particular Helmholtz equations of gyrotropic waveguides taking into account thermal losses] / G.B. Itgilov, D.Sh. Shirapov, V.A. Kravchenko // Radiotekhnika [Radio Engineering]. — 2023. — Vol. 78, № 12. — P. 137–148. — DOI: 10.18127/j00338486-202312-15. [in Russian]
8. Sul G. Voprosy volnovodnogo rasprostraneniya elektromagnitnykh voln v girotropnykh sredakh [Problems of waveguide propagation of electromagnetic waves in gyrotropic media] / G. Sul, L. Walker ; trans. from English by L.G. Lomize, Ja.A. Monosov, V.E. Kostyleva. — Moscow: Foreign Literature, 1955. — 192 p. [in Russian]
9. Nazarov A.V. Jelektromagnitnye volny v strukturah, soderzhashhih prodol'no namagnichennyye ferritovye sloi [Electromagnetic waves in structures containing longitudinally magnetized ferrite layers] / A.V. Nazarov, S.B. Raevskij // Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskie sistemy [Physics of Wave Processes and Radio Engineering Systems]. — 2007. — Vol. 10, № 1. — P. 76–82. [in Russian]
10. Ochan Ju.S. Metody matematicheskoy fiziki [Methods of mathematical physics] / Ju.S. Ochan. — Moscow: Lenand, 2021. — 384 p. [in Russian]
11. Baskakov S.I. Jelektrodinamika i rasprostraneniye radiovoln [Electrodynamics and radio wave propagation] / S.I. Baskakov. — Moscow: Librokom, 2025. — 416 p. [in Russian]