
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА, ДИНАМИКА МАШИН/THEORETICAL MECHANICS, MACHINE DYNAMICS

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.170.53> EDN: NOIESY**РАЗРАБОТКА МЕТОДА ОГРАНИЧЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК УПРАВЛЯЕМЫХ МАШИН НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ**

Научная статья

Иов И.А.¹, Кузнецов Н.К.^{2,*}, Каменяр М.Е.³¹ORCID : 0000-0003-3980-0681;²ORCID : 0000-0002-3083-0182;^{1, 2, 3} Иркутский национальный исследовательский технический университет, Иркутск, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (knik[at]listu.edu)

Предложена: 23.05.2026; Принята: 06.07.2026; Опубликовано: 17.08.2026

Аннотация

В работе на примере двухмассовой расчетной схемы, с помощью которой могут быть описаны динамические свойства многих управляемых машин, приводятся результаты исследований по разработке метода ограничения динамических нагрузок исполнительных механизмов на основе концепции обратных задач динамики. Приводятся аналитические зависимости по определению требуемых управляющих воздействий путем решения обратной задачи динамики по заданному неколебательному характеру управляемого движения. Показывается, что найденные воздействия в виде временных зависимостей не будут зависеть от структуры системы управления движением и могут быть использованы для решения задачи структурно-параметрического синтеза системы путем выражения этих воздействий через обобщенные координаты объекта управления и их реализации с помощью различных структур регуляторов по принципу обратной связи. Обсуждаются возможные пути технической реализации предложенных структур регуляторов системы управления движением, определяются их параметры и приводятся результаты численного моделирования эффективности в системе Matlab Simulink для ограничения динамических нагрузок по сравнению с исходной управляемой системой.

Ключевые слова: управляемые машины, динамические нагрузки, двухмассовая расчетная схема, обратная задача динамики, управляющее воздействие.

DEVELOPMENT OF A METHOD FOR LIMITING DYNAMIC LOADS ON CONTROLLED MACHINES BASED ON SOLVING THE INVERSE DYNAMICS PROBLEM

Research article

Iov I.A.¹, Kuznetsov N.K.^{2,*}, Kamenyar M.Y.³¹ORCID : 0000-0003-3980-0681;²ORCID : 0000-0002-3083-0182;^{1, 2, 3} Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russian Federation

* Corresponding author (knik[at]listu.edu)

Suggested: 23.05.2026; Accepted: 06.07.2026; Published: 17.08.2026

Abstract

The work presents the results of research of the development of a method for limiting the dynamic loads on actuators, based on the concept of inverse dynamic problems on the example of a two-mass calculation model, which can be used to describe the dynamic properties of many controlled machines. Analytical relationships are presented for determining the required controlling actions by solving the inverse dynamics problem for a given non-oscillatory nature of the controlled motion. It is shown that the found influences, expressed as time-dependent functions, will not rely on the structure of the motion control system and can be used to solve the problem of structural-parametric synthesis of the system by expressing these influences in terms of the generalised coordinates of the controlled object and implementing them using various controller structures based on the principle of feedback. Possible approaches to the technical implementation of the suggested structures for motion control system regulators are discussed, their parameters are determined, and the results of numerical simulations of performance in the Matlab Simulink environment are presented, demonstrating the reduction in dynamic loads compared with the original controlled system.

Keywords: controlled machines, dynamic loads, two-mass calculation model, inverse dynamics problem, controlling action.

Введение

Актуальной проблемой создания многих современных машин и оборудования с программным управлением, которые могут быть отнесены к классу мехатронных систем, является ограничение уровня колебательных движений исполнительных механизмов, которые снижают быстродействие, точность выполнения движений и надежность работы. Особенно большое значение эта проблема приобретает при создании новых высокопроизводительных машин

технологического и транспортного назначения (промышленных роботов, металлообрабатывающих станков, прокатных станов, строительно-дорожных машин, карьерных и шагающих экскаваторов и др.) [1], [2], [3].

Стремление к повышению производительности, надежности и качества функционирования подобных систем вызывает необходимость учета упругой податливости исполнительных механизмов при создании систем управления движением. В настоящее время для решения задач синтеза управления колебательными движениями управляемых систем применяются различные методы:

- прямые методы синтеза, основанные на использовании принципа максимума [4], [5], [6];
- частотные, связанные с получением и анализом амплитудно- и фазо-частотных характеристик системы управления [7], [8];
- корневые, базирующиеся на выборе параметров характеристического полинома, исходя из его корней и условий устойчивости [9], [10], [11], [12];
- близкие к ним модальные методы, известные как методы размещения полюсов передаточной функции [13], [14];
- методы, связанные с минимизацией интегральных квадратичных оценок упругих отклонений [15], [16];
- методы передаточных функций, в том числе опирающиеся на использование стандартных форм Баттерворта [17], [18];
- методы аналитического конструирования оптимальных регуляторов [19], [20], [21] и т.д.

Как показывает анализ, большинство из приведенных методов синтеза, оказываются либо недостаточно эффективными, в том числе, вследствие увеличения времени выполнения программных движений или несовпадения точек управления с точками наблюдения; либо сложны в реализации из-за трудности выбора эталонных моделей или весовых коэффициентов функционалов качества, отсутствия полной информации о векторе состояния системы, невозможности мгновенных изменений управляющих воздействий, чувствительности к изменениям структуры и параметров объектов управления и нелинейных свойств приводов и регуляторов; либо приводят к нарушению законов программного движения и т.д. В этих работах, как правило, решаются задачи только параметрического синтеза при заданной структуре системы управления, поскольку применяемые критерии эффективности управления не учитывают физическое содержание управляемого процесса.

Для характеристики эффективности и качества системы управления в приведенных методах, в основном, используются косвенные (интегральные и корневые) критерии качества. Основными недостатками применяемых критериев является невозможность одновременного учета всех показателей качества переходных процессов и не столько неоптимальность получаемых при их использовании алгоритмов управления движением, сколько неизвестная степень отличия от оптимальных, что не позволяет производить их сравнительную оценку и обоснованный выбор.

В этих условиях эффективным инструментом синтеза управления движением управляемых систем с учетом упругости звеньев может оказаться использование концепции обратных задач динамики [22], [23], [24], которая, с одной стороны, позволяет воспользоваться не косвенными, а прямыми критериями эффективности, например, в виде заданной кривой переходного процесса, которая учитывает многие показатели качества движения, такие как минимальное время регулирования, критическое затухание, максимальная степень устойчивости или характеристики идеального фильтра. С другой стороны, поскольку получаемые в замкнутой форме потребные управляющие воздействия не будут зависеть от структуры регулятора, данный подход позволяет решать задачи структурно-параметрического синтеза системы управления движением путем выражения полученных временных зависимостей через фазовые координаты объекта управления [25].

В настоящей статье, на примере двухмассовой расчетной схемы, с помощью которой могут быть описаны динамические свойства многих управляемых машин, приводятся результаты исследований по разработке метода ограничения динамических нагрузок исполнительных механизмов на основе концепции обратных задач динамики.

Объект и методы исследования

В качестве объекта исследования выберем двухмассовую расчетную схему, показанную на рис. 1. На этой схеме приняты следующие обозначения:

Converter — преобразователь сигнала управления;

M — электродвигатель постоянного тока;

J_1 — приведенный момент инерции ротора двигателя и передаточного механизма;

J_2 — приведенный момент инерции исполнительного механизма;

φ_1 и φ_2 — обобщенные координаты приведенных масс;

c_{12} и b_{12} — коэффициенты жесткости и демпфирования упругого элемента;

M_{dv} — движущий момент, развиваемый приводом;

M_C — момент, создаваемой нагрузкой.

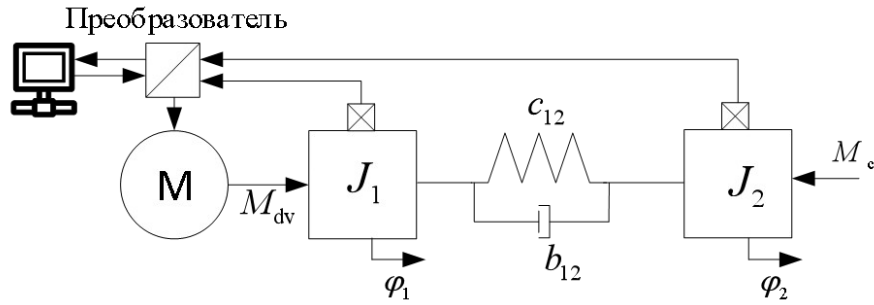


Рисунок 1 - Расчетная схема
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.170.53.1>

Полагая приведенные массы сосредоточенными, а коэффициенты жесткости и демпфирования постоянными, получим дифференциальные уравнения движения механической системы в операторной форме:

$$J_1 \varphi_1 s^2 + c_{12} \Delta \varphi_{12} + b_{12} \Delta \varphi_{12} s = M_{dv}; \quad (1)$$

$$J_2 \varphi_2 s^2 - c_{12} \Delta \varphi_{12} - b_{12} \Delta \varphi_{12} s = -M_c. \quad (2)$$

где $\Delta \varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$ $s = \frac{d}{dt}$ — упругое отклонение;

$s = \frac{d}{dt}$ — оператор Лапласа.

Динамические свойства электропривода учтем с помощью апериодического звена с единичным коэффициентом усиления:

$$(T_d s + 1) M_{dv} = U_{зад}, \quad (3)$$

где $U_{зад}$ — напряжение;

T_d — постоянная времени привода.

Найдем движущий момент привода, который обеспечит неколебательный характер управляемого движения, задав упругое отклонение в виде:

$$\Delta \varphi_{12} = M_0 \left(1 - \frac{1}{2} e^{\lambda_1 t} - \frac{1}{2} e^{\lambda_2 t} \right), \quad (4)$$

где M_0 — некоторая постоянная, такая, что в период времени $0 < t < t_1$ $M_0 = const$, а при $t > t_1$ $M_0 = 0$;

t_1 — время переходного процесса;

$\lambda_1 = 1/T_{m1}$, $\lambda_2 = 1/T_{m2}$ — корни уравнения, такие что $\text{Re } \lambda_{1,2} < 0$; $T_{m1,2}$ — постоянная времени переходного процесса.

Разрешая уравнения (1–3) относительно $\Delta \varphi_{12}$ и подставляя в них выражение (4) и его вторую производную, получим зависимость для нахождения управляющего момента:

$$J_1 K_1 C_1 e^{\lambda_1 t} + J_1 K_2 C_1 e^{\lambda_2 t} + 2 M_0 \omega_{12}^2 = U_{зад} + \frac{M_c}{J_2} (T_d p + 1) \quad (5)$$

В этом выражении приняты следующие обозначения:

$$K_1 = -[T_d \lambda_1^3 + (1 + T_d b_{12} J_{12}) \lambda_1^2 + (b_{12} J_{12} + \omega_{12}^2 T_d) \lambda_1 + \omega_{12}^2]; K_2 = -[T_d \lambda_2^3 + (1 + T_d b_{12} J_{12}) \lambda_2^2 + (b_{12} J_{12} + \omega_{12}^2 T_d) \lambda_2 + \omega_{12}^2],$$

где $\omega_{12} = \sqrt{\frac{c_{12}(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}$ — частота свободных колебаний системы;

$J_{12} = \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}$ — коэффициент соотношения приведенных масс.

Полученный закон изменения движущего момента (5), обеспечивающие желаемый характер изменения упругого отклонения (4), являющийся функцией времени, дает возможность сформировать различные структуры регуляторов двигателей для управления движением колебательной системы на основе принципа обратной связи.

2.1. Управление по упругой деформации и ее производной

Сформируем структуру и параметры регулятора для реализации заданного закона (4) на основе обратных связей по упругой деформации $\Delta \varphi_{12}$ и ее производной $\Delta \varphi_{12} s$. Для этого, используя выражение (4), составим систему уравнений для нахождения упругой деформации и ее производной:

$$M_0 e^{\lambda_1 t} = \frac{\Delta \varphi_{12} s - \lambda_2 \Delta \varphi_{12} + 2 M_0 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}; \quad (6)$$

$$M_0 e^{\lambda_2 t} = \frac{-\Delta \varphi_{12} s + \lambda_1 \Delta \varphi_{12} - 2 M_0 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (7)$$

Подставляя (6) и (7) в (5), после ряда преобразований, получим закон управления на основе принципа обратной связи по упругой деформации и ее производной:

$$U_{\text{зад}} = K_A \Delta \varphi_{12} + K_V \Delta \dot{\varphi}_{12} s + M, \quad (8)$$

где $K_A = \frac{J_1(K_1 \lambda_2 - K_2 \lambda_1)}{\lambda_2 - \lambda_1}$ и $K_V = \frac{J_1(K_2 - K_1)}{\lambda_2 - \lambda_1}$ — коэффициенты усиления обратных связей по упругой деформации и ее производной; $M = 2M_0 J_1 \left[\frac{(K_1 \lambda_2 - K_2 \lambda_1)}{\lambda_2 - \lambda_1} + \omega_{12}^2 \right]$.

Расчет корней λ_1 и λ_2 выполним на основе характеристического уравнения, полученного из уравнений (1), (2), (3) и (8):

$$D(p) = -J_1 J_2 T_d s^3 - [J_1 J_2 + b_{12}(J_1 + J_2) T_d] s^2 - [c_{12}(J_1 + J_2) T_d + b_{12}(J_1 + J_2) - J_2 K_V] p + [-J_2 K_A + c_{12}(J_1 + J_2)]$$

В соответствии с критерием Гурвица, достаточными условиями устойчивости системы являются выражения:

$$K_V < \frac{b_{12}(J_1 + J_2)}{J_2} + \frac{c_{12} T_d (J_1 + J_2)}{J_2}, \quad K_A < \frac{c_{12}(J_1 + J_2)}{J_2},$$

из которых следует, что коэффициенты K_A и K_V могут быть как положительными, так и отрицательными.

Поскольку положительные обратные связи снижают запас устойчивости, выдвинем условие отрицательности коэффициентов путем выбора корней уравнения (4). С этой целью получим характеристическое уравнение двухмассовой системы на основании выражений (1) и (2): $\Delta \varphi_{12} s^2 + 2\xi \omega_{12} s \Delta \varphi_{12} + \omega_{12}^2 \Delta \varphi_{12} = 0$.

Приняв в этом уравнении значение коэффициента затухания колебаний равным $\xi = 1.05$, найдем значения корней:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-2\xi \omega_{12} \pm \sqrt{(2\xi \omega_{12})^2 - 4\omega_{12}^2}}{2},$$

которые должны обеспечить устойчивые переходные процессы при различных видах обратных связей.

Постоянная времени привода T_d также может влиять на знак коэффициента K_V . Используя выражение (8), определим взаимосвязь постоянной времени привода с корнями уравнения (4), при которой обеспечивается отрицательное значение этого коэффициента:

$$T_d < \frac{b_{12} J_{12} (\lambda_2 - \lambda_1) + \lambda_2^2 - \lambda_1^2}{\lambda_1 (\lambda_1^2 + b_{12} J_{12} \lambda_1 + \omega_{12}^2) - \lambda_2 (\lambda_2^2 + b_{12} J_{12} \lambda_2 + \omega_{12}^2)}. \quad (9)$$

Из выражения (9) видно, что максимальное значение постоянной времени привода определяется параметрами системы и корнями уравнения (4).

Структурная схема системы управления на основе обратных связей по упругой деформации и ее производной, согласно выражения (8), показана на рис. 2 (канал 1). Для технической реализации предлагаемого вида обратных связей можно использовать тензометрический датчик упругой деформации, а сигнал скорости ее изменения получать программным способом.

Управление по скорости и ускорению привода

Определим параметры регулятора для реализации желаемого движения на основе обратных связей по скорости и ускорению привода движения. С этой целью найдем зависимость, связывающую скорость и ускорение привода с управляющим моментом (5). Объединяя уравнение (1) с выражениями (3) и (5) при условии, что $M_c = 0$, будем иметь

$$J_1 T_d \varphi_1 s^3 + J_1 \varphi_1 s^2 = U_{\text{зад}} - c_{12} T_d \Delta \varphi_{12} s - c_{12} \Delta \varphi_{12} - b_{12} T_d \Delta \varphi_{12} s^2 - b_{12} \Delta \varphi_{12} s$$

Подставляя в последнее уравнение выражение (4) и его производные и группируя коэффициенты при экспоненциальных функциях, получим неоднородное дифференциальное уравнение третьего порядка

$$T_d \varphi_1 s^3 + \varphi_1 s^2 = B_1 M_0 e^{\lambda_1 t} + B_2 M_0 e^{\lambda_2 t} + 2M_0 \omega_{02}^2, \quad (10)$$

В выражении (10) использованы следующие обозначения:

$$B_1 = \frac{K_1 J_1 - c_{12} T_d \lambda_1 - c_{12} - b_{12} T_d \lambda_1^2 - b_{12} \lambda_1}{J_1};$$

$$B_2 = \frac{K_2 J_1 - c_{12} T_d \lambda_2 - c_{12} - b_{12} T_d \lambda_2^2 - b_{12} \lambda_2}{J_1}; \quad \omega_{02}^2 = \frac{c_{12}}{J_2}.$$

Решение (10) будем искать в виде

$$\varphi_1 s = A_1 M_0 e^{\lambda_1 t} + A_2 M_0 e^{\lambda_2 t} + M' t, \quad (11)$$

дифференцируя уравнение (11) трижды и подставляя в (10), после группировки при экспоненциальных функциях, получим равенство

$$\begin{aligned} & [A_1 (T_d \lambda_1^2 + \lambda_1) - B_1] M_0 e^{\lambda_1 t} + [A_2 (T_d \lambda_2^2 + \lambda_2) - B_2] M_0 e^{\lambda_2 t} \\ & + [M' - 2\omega_{02}^2 M_0] = 0 \end{aligned}$$

Приравнявая нулю выражения в квадратных скобках, найдем неизвестные сомножители: $A_1 = B_1 / (T_d \lambda_1^2 + \lambda_1)$; $A_2 = B_2 / (T_d \lambda_2^2 + \lambda_1)$ и $M' = 2\omega_{02}^2 M_0$.

Используя выражение (11), составим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \varphi_1 s^2 = \lambda_1 A_1 M_0 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 A_2 M_0 e^{\lambda_2 t} + M' \\ \varphi_1 s = A_1 M_0 e^{\lambda_1 t} + A_2 M_0 e^{\lambda_2 t} + M'_t \end{cases}.$$

Выразим из полученных уравнений временные функции через скорость и ускорение привода движения

$$M_0 e^{\lambda_1 t} = \frac{-\lambda_2 \varphi_1 s + \varphi_1 s^2 + \lambda_2 M'_t - M'}{A_1(\lambda_1 - \lambda_2)}; \quad (12)$$

$$M_0 e^{\lambda_2 t} = \frac{\lambda_1 \varphi_1 s - \varphi_1 s^2 - \lambda_1 M'_t + M'}{A_2(\lambda_1 - \lambda_2)}. \quad (13)$$

Подставляя зависимости (12) и (13) в (5), найдем выражение, определяющее управляющее воздействие на основе обратных связей по скорости и ускорению привода движения

$$U_{zad} = K_C \varphi_1 s^2 + K_{V1} \varphi_1 s + M_1 t + M'_1, \quad (14)$$

где $K_{V1} = \frac{(K_2 A_1 \lambda_1 - K_1 A_2 \lambda_2) J_1}{A_1 A_2 (\lambda_1 - \lambda_2)}$ и $K_C = \frac{(K_1 A_2 - K_2 A_1) J_1}{A_1 A_2 (\lambda_1 - \lambda_2)}$ коэффициенты усиления обратных связей по скорости и ускорению движения привода;

$$M'_1 = \frac{(K_2 A_1 - K_1 A_2) J_1 M'}{A_1 A_2 (\lambda_1 - \lambda_2)} + 2 M_0 J_1 \omega_{12}^2 \text{ и } M_1 = \frac{(K_1 A_2 \lambda_2 - K_2 A_1 \lambda_1) J_1 M'}{A_1 A_2 (\lambda_1 - \lambda_2)}.$$

Структурная схема системы управления на основе обратных связей по скорости и ускорению привода движения, согласно выражения (14), приведена на рис. 2 (канал 2). Необходимо отметить, что значения коэффициентов K_C и K_{V1} зависят от постоянной времени привода T_d . Исходя из условий устойчивости коэффициент усиления K_{V1} всегда должен быть отрицательным, тогда как коэффициент K_C может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Для реализации предлагаемых обратных связей можно использовать штатный датчик скорости движения привода, а сигнал ускорения получать программными средствами.

Управление на основе обратных связей по упругой деформации и скорости движения привода

Найдем параметры регулятора на основе обратных связей по упругой деформации и скорости движения привода. С этой целью, используя выражения (4) и (11), составим систему уравнений для нахождения упругой деформации и скорости движения привода

$$M_0 e^{\lambda_1 t} = \frac{-A_2 \Delta \varphi_{12} - \varphi_1 s + 2 M_0 A_2 + M'_t}{A_2 - A_1}; \quad (15)$$

$$M_0 e^{\lambda_2 t} = \frac{A_1 \Delta \varphi_{12} + \varphi_1 s - 2 M_0 A_1 - M'_t}{A_2 - A_1}. \quad (16)$$

Подставляя выражения (15) и (16) в (5), получим выражение, определяющее управляющее воздействие на основе обратных связей по упругой деформации и скорости движения привода

$$U_{zad} = K_{V2} \varphi_1 s + K_A \Delta \varphi_{12} + M_2 t + M'_2, \quad (17)$$

где $K_{A1} = \frac{J_1 (K_2 A_1 - K_1 A_2)}{A_2 - A_1}$ и $K_{V2} = \frac{J_1 (K_2 - K_1)}{A_2 - A_1}$ коэффициенты усиления обратных связей по упругой деформации и скорости движения привода;

$$M_2 = \frac{J_1 M' (K_1 - K_2)}{A_2 - A_1} \text{ и } M'_2 = 2 J_1 M_0 \left[\frac{(K_1 A_2 - K_2 A_1)}{A_2 - A_1} + \omega_{12}^2 \right].$$

Структурная схема системы управления на основе обратных связей по упругой деформации и скорости движения привода, согласно выражения (17), показана на рис. 2 (канал 3).

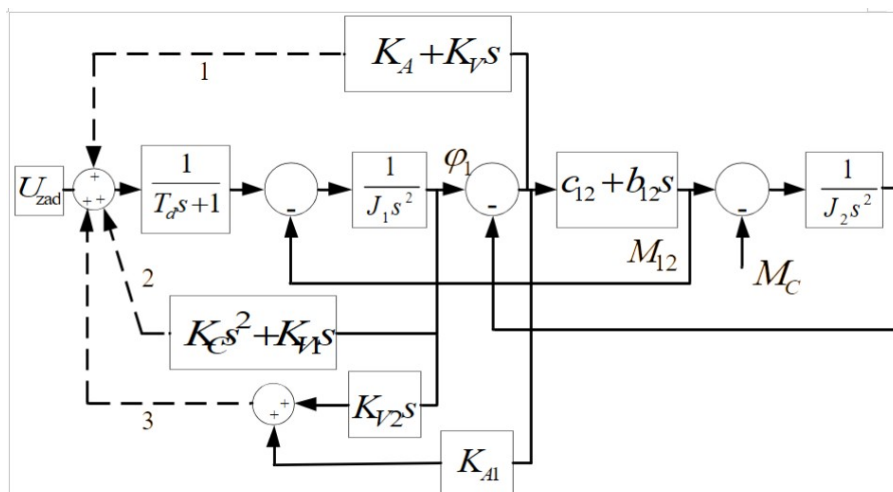


Рисунок 2 - Структурная схема системы управления с обратными связями

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.170.53.2>

Очевидным условием устойчивости полученной системы является отрицательность коэффициента K_{V2} , величина которого зависит от корней уравнения (4) и постоянной времени T_d . Для реализации обратных связей может быть использован тензометрический датчик упругой деформации и штатный датчик скорости движения привода.

Выводы и обсуждение

Для проверки эффективности предложенных структур регуляторов было проведено численное моделирование уравнений движения (1)–(3) с управляющими воздействиями, определяемыми выражениями (8), (14) и (17). Поскольку в реальной системе управления наличие главных обратных связей по скорости позволяет компенсировать влияние постоянных и переменных составляющих в (8), (14) и (17), исследования выполнялись для следующего режима движения: $0 < t < 0,5$ сек, $M_0 = 0,009$ рад; $0,5 < t < 1,0$ сек, $M_0 = 0$ рад; $1,0 < t < 1,5$ сек, $M_0 = -0,009$ рад. Моделирование проводилось с помощью расчетного модуля *Matlab Simulink* при следующих параметрах двухмассовой системы: $J_1 = 4$ кг*м², $J_2 = 4$ кг*м², $c_{12} = 3000$ Н*м/рад, $b_{12} = 15$ Н м*с/рад. Расчетные значения корней уравнения (4) составили $\lambda_1 = -28,29$ и $\lambda_2 = -53$, время переходного процесса $t = 6 \dots 8 T_{m1} = 8 * 0,035 = 0,82$ с, а максимальная величина постоянной времени привода — $T_d < 0,0123$ с. Учитывая возможности современных преобразователей частоты с обратными связями по скорости, принимаем $T_d = 0,01$ с.

Для принятых значений параметров системы были определены коэффициенты усиления: $K_A = 4428$ В/рад, $K_V = -55,2$ В*с/рад — для обратных связей по упругой деформации и ее производной; $K_C = -0,054$ В*с²/рад, $K_{V1} = -118,86$ В*с/рад — для обратных связей по скорости и ускорению привода движения; $K_{V2} = -10,4$ В*с/рад, $K_{A1} = 351$ В/рад — для обратных связей по упругой деформации и скорости движения привода. Величина напряжения управления определялась по $U_{zad} = J_1 \omega_{12}^2 M_0$ и составила $U_{zad} = 54$, при принятой упругой деформации $M_0 = 0,009$ рад, что соответствует ускорению второй массы, равному $d\omega_2/dt = 6,75$ рад/сек².

Проведенное моделирование показало высокую эффективность использования предложенных обратных связей для снижения колебательных движений в двухмассовой мехатронной системе. Эти связи позволяют снизить амплитуды упругих колебаний и сократить длительность переходных процессов в системе.

В качестве иллюстрации, на рис. 3 и 4 приведены осциллограммы изменений упругого момента M_{12} , ускорения привода $d\omega_2/dt$ и скорости его движения ω_2 . На этих рис. кривые 1 соответствуют исходной системе; 2 — управлению на основе обратных связей по упругой деформации и ее производной; 3 — управлению на основе обратных связей по скорости и ускорению привода движения; 4 — управлению на основе обратных связей по упругой деформации и скорости движения привода.

Как следует из рис. 3, использование обратных связей по упругой деформации и ее производной в режиме пуска позволило получить неколебательный переходный процесс аperiodического вида (кривая 2) с длительностью $t_p = 0,28$ с, что в два раза меньше, чем в исходной системе (кривая 1), в которой перерегулирование в режиме пуска составляло $\sigma = 71\%$, а логарифмический декремент колебаний $\delta = 0,198$. Для обратных связей по скорости и ускорению привода движения (кривая 3) и обратных связей по упругой деформации и скорости движения привода (кривая 4) характерно незначительное перерегулирование при пуске $\sigma = 5\%$, а переходные процессы приближаются к аperiodическому виду продолжительностью $t_p = 0,2$ сек. Следует отметить, что в режиме пуска управление по скорости и ускорению привода движения позволяет получить более высокое быстродействие системы, по сравнению с управлением по упругому отклонению и ее производной. Характеристики качества переходных процессов остаются неизменными и в режиме торможения привода.

Из осциллограмм изменения скоростей движения привода ω_2 (см. рис. 4) следует, что применение предложенных обратных связей позволяет исключить колебательные составляющие и приблизить кривые скорости движения привода к аperiodическому виду по сравнению с исходной системой как в режиме пуска, так и торможения.

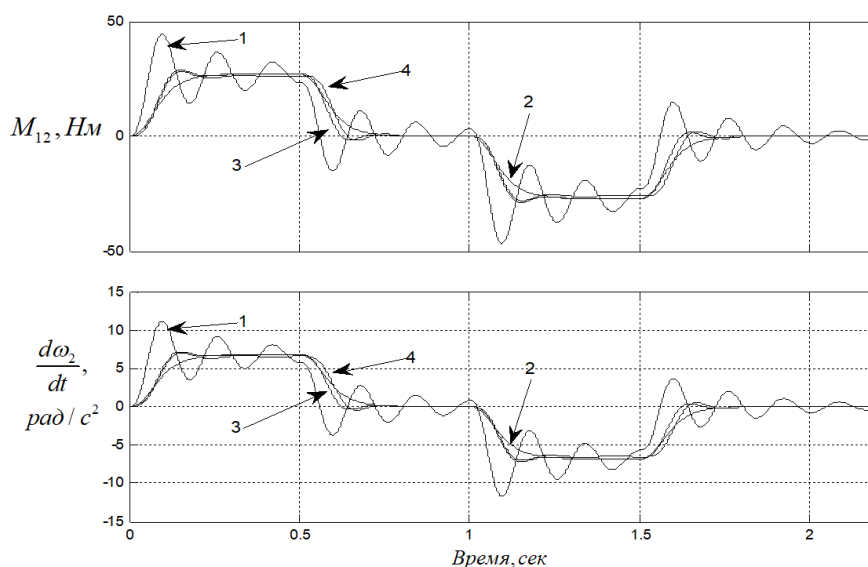


Рисунок 3 - Осциллограммы упругого момента и ускорения привода движения
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.170.53.3>

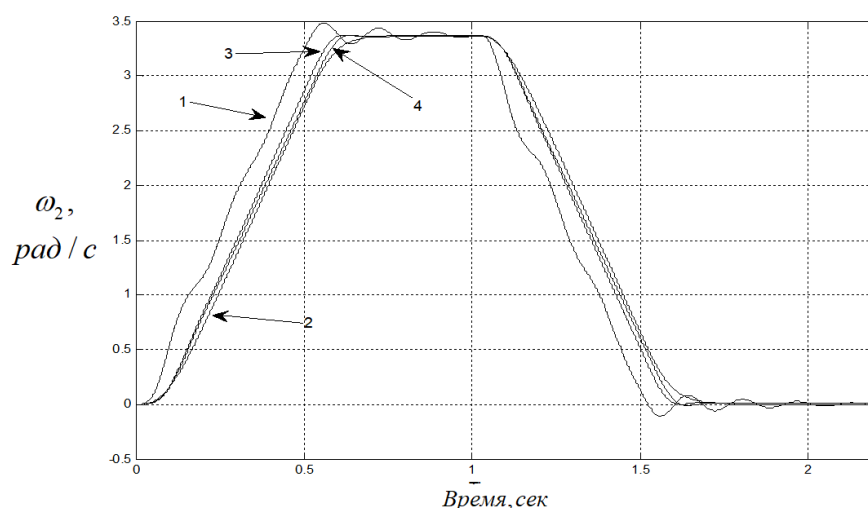


Рисунок 4 - Осциллограммы скорости движения привода
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.170.53.4>

Необходимо также отметить практическое совпадение осциллограмм изменения упругого момента и ускорения привода движения (см. рис. 3) при управлении как по скорости и ускорению привода движения (кривая 3), так и по упругой деформации и скорости движения привода (кривая 4), что свидетельствует о возможности выбора наиболее рациональных структур регуляторов в зависимости от особенностей применения управляемых систем.

Заключение

Выполненные исследования показали возможность использования концепции обратных задач динамики для разработки метода ограничения динамических нагрузок исполнительных механизмов управляемых машин. Получены аналитические зависимости по определению требуемых управляющих воздействий путем решения обратной задачи динамики по заданному неколебательному характеру управляемого движения. Показано, что найденные воздействия могут быть использованы для решения задачи структурно-параметрического синтеза системы управления движением путем их выражения через обобщенные координаты объекта управления и реализации с помощью различных структур регуляторов по принципу обратной связи. Рассмотрены возможные пути технической реализации синтезированных структур регуляторов системы управления движением и определены их параметры. Численным моделированием динамических процессов в двухмассовой системе в Matlab Simulink подтверждена эффективность использования предложенных структур системы управления для ограничения динамических нагрузок по сравнению с исходной управляемой системой. Применение этих структур системы управления позволило снизить амплитуды упругих колебаний и динамические нагрузки по сравнению с исходной системой.

**Конфликт интересов**

Не указан.

Рецензия

Фазылзянов Р.Р., Научно-производственное объединение
«Государственный институт прикладной оптики», Казань
Российская Федерация
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.170.53.5>

Conflict of Interest

None declared.

Review

Fazilzyanov R.R., Scientific and Production Association
«State Institute of Applied Optics», Kazan Russian Federation
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.170.53.5>

Список литературы / References

1. Коловский М.З. Динамика машин : монография / М.З. Коловский. — Ленинград: Машиностроение. Ленингр. отделение, 1989. — 263 с.
2. Степанов А.Г. Динамика машин : монография / А.Г. Степанов, М.В. Корняков. — 2-е изд. — Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2014. — 412 с.
3. Alekseev V.V. Analysis of the dynamic performance of a variable-frequency induction motor drive using various control structures and algorithms / V.V. Alekseev, A.P. Emel'yanov, A.E. Kozyaruk // Russian Electrical Engineering. — 2016. — Vol. 87. — № 4. — P. 181–188. — DOI: 10.3103/S1068371216040027.
4. Черноусько Ф.Л. Управление колебаниями / Ф.Л. Черноусько, Л.Д. Акуленко, Б.Н. Соколов. — Москва: Наука, 1980. — 384 с.
5. Biswas S. Dynamic Modeling and Optimal Control of Flexible Robotic Manipulators / S. Biswas, R. Klafter // Proc. IEEE Int. Conf. Rob. and Autom. — Philadelphia, PA, 1988. — Vol. 1. — P. 152–158.
6. Feliu V. Modeling and Control of Single-Link Flexible Arms with Lumped Masses / V. Feliu, K. Rattan, H. Brown // Journal of Dynamic System, Measurement and Control. — 1992. — Vol. 114. — P. 59–69. — DOI: 10.1115/1.2896508.
7. Feliu V. A New Approach to Control Single-Link Flexible Arms. Part II: Control of the Tip Position in the Presence of Joint Friction : Technical Report : CMU-RI-TR-89-14 / V. Feliu, K. Rattan, H. Brown ; Robotics Institute Carnegie Mellon University. — 1989. — 69 p.
8. Задорожний Н.А. Исследование динамических свойств двухмассовой электромеханической системы по амплитудно-частотным характеристикам / Н.А. Задорожний, Д.С. Пономарёв // Електротехнічні та комп'ютерні системи. — 2011. — Вип. 3. — С. 105–109.
9. Голубенцев А.Н. К вопросу о расчете оптимальных по затуханию систем / А.Н. Голубенцев, А.М. Дроговоз, П.И. Лиховид // Динамика и прочность машин : респ. межвед. науч.-техн. сб. — Харьков, 1971. — Вып. 14. — С. 19–26.
10. Дроговоз А.М. О синтезе колебательных процессов в механических системах по степени устойчивости / А.М. Дроговоз, П.И. Лиховид // Асимптотические методы в нелинейной механике. — Киев: Наукова думка, 1974.
11. Сабинин Ю.А. Демпфирование механических колебаний звена манипулятора / Ю.А. Сабинин, М.И. Яковлева // Электромеханическое обеспечение автоматических комплексов : сб. научн. тр. / Новосиб. электротехн. ин-т. — Новосибирск, 1978. — С. 81–89.
12. Дорф Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп ; пер. с англ. — Москва: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. — 832 с.
13. Бургин Б.Ш. Анализ и синтез двухмассовых электромеханических систем / Б.Ш. Бургин. — Новосибирск, 1992. — 199 с.
14. Григорьев В.В. Синтез систем автоматического управления методом модального управления / В.В. Григорьев, Н.В. Журавлёва, Г.В. Лукьянова [и др.]. — Санкт-Петербург: СПбГУ ИТМО, 2007. — 108 с.
15. Лурье З.Я. Динамика оптимальной электромеханической системы с упругой связью в режиме позиционирования / З.Я. Лурье // Машиноведение. — 1977. — № 2. — С. 11–17.
16. Романова И.К. Об одном подходе к определению весовых коэффициентов метода пространства состояний / И.К. Романова // Наука и образование : научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. — 2015. — № 4. — С. 105–129. — DOI: 10.7463/0415.0763768.
17. Соколов Н.И. Аналитический метод синтеза линеаризованных систем автоматического регулирования / Н.И. Соколов. — Москва: Машиностроение, 1966. — 328 с.
18. Ключев В.И. Ограничение динамических нагрузок электропривода / В.И. Ключев. — Москва: Энергия, 1971. — 320 с.
19. Летов А.М. Некоторые нерешенные задачи теории автоматического управления / А.М. Летов // Дифференциальные уравнения. — 1970. — Т. 6. — № 4. — С. 592–615.
20. Красовский А.А. Аналитическое конструирование контуров управления летательными аппаратами / А.А. Красовский. — Москва: Машиностроение, 1969. — 240 с.
21. Колесников А.А. Проблемы теории аналитического конструирования нелинейных регуляторов и синергетический подход / А.А. Колесников // Синергетика и проблемы теории управления / под ред. А.А. Колесникова. — Москва: Физматлит, 2004. — С. 35–129.
22. Петров Б.Н. Построение алгоритмов управления как обратная задача динамики / Б.Н. Петров, П.Д. Крутько, Е.П. Попов // Доклады АН СССР. — 1979. — Т. 247. — № 5. — С. 1078–1081.
23. Галиулин А.С. Обратные задачи динамики / А.С. Галиулин. — Москва: Наука, 1981. — 114 с.
24. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем : Линейные модели / П.Д. Крутько. — Москва: Наука, 1987. — 304 с.

25. Kuznetsov N.K. Synthesis of controlling the movement of digging mechanisms of excavators on the basis of inverse dynamic problems / N.K. Kuznetsov, I.A. Iov, A.A. Iov // Proceedings of the 4th International Conference on Industrial Engineering ICIE 2018 : Lecture notes in mechanical engineering. — Springer International Publishing, 2019. — P. 205–213. — DOI: 10.1007/978-3-319-95630-5_22.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Kolovskij M.Z. Dinamika mashin [Dynamics of machines] : monograph / M.Z. Kolovskij. — Leningrad: Mashinostroenie. Leningrad Branch, 1989. — 263 p. [in Russian]
2. Stepanov A.G. Dinamika mashin [Dynamics of machines] : monograph / A.G. Stepanov, M.V. Kornjakov. — 2nd ed. — Irkutsk: IrGTU, 2014. — 412 p. [in Russian]
3. Alekseev V.V. Analysis of the dynamic performance of a variable-frequency induction motor drive using various control structures and algorithms / V.V. Alekseev, A.P. Emel'yanov, A.E. Kozyaruk // Russian Electrical Engineering. — 2016. — Vol. 87. — № 4. — P. 181–188. — DOI: 10.3103/S1068371216040027.
4. Chernous'ko F.L. Upravlenie kolebanijami [Vibration control] / F.L. Chernous'ko, L.D. Akulenko, B.N. Sokolov. — Moscow: Nauka, 1980. — 384 p. [in Russian]
5. Biswas S. Dynamic Modeling and Optimal Control of Flexible Robotic Manipulators / S. Biswas, R. Klafter // Proc. IEEE Int. Conf. Rob. and Autom. — Philadelphia, PA, 1988. — Vol. 1. — P. 152–158.
6. Feliu V. Modeling and Control of Single-Link Flexible Arms with Lumped Masses / V. Feliu, K. Rattan, H. Brown // Journal of Dynamic System, Measurement and Control. — 1992. — Vol. 114. — P. 59–69. — DOI: 10.1115/1.2896508.
7. Feliu V. A New Approach to Control Single-Link Flexible Arms. Part II: Control of the Tip Position in the Presence of Joint Friction : Technical Report : CMU-RI-TR-89-14 / V. Feliu, K. Rattan, H. Brown ; Robotics Institute Carnegie Mellon University. — 1989. — 69 p.
8. Zadorozhnyj N.A. Issledovanie dinamicheskikh svojstv dvuhmassovoj jelektromehaničeskoj sistemy po amplitudno-chastotnym harakteristikam [Study of the dynamic properties of a two-mass electromechanical system by amplitude-frequency characteristics] / N.A. Zadorozhnyj, D.S. Ponomarev // Elektrotekhnichni ta komp'juterni sistemi [Electrotechnical and Computer Systems]. — 2011. — Iss. 3. — P. 105–109. [in Russian]
9. Golubencev A.N. K voprosu o rasčete optimal'nyh po zatushaniju sistem [On the calculation of systems optimal for damping] / A.N. Golubencev, A.M. Drogovoz, P.I. Lihovid // Dinamika i prochnost' mashin : resp. mezhved. nauch.-tehn. sb. [Dynamics and Strength of Machines : republican interdepartmental scientific and technical collection]. — Har'kov, 1971. — Iss. 14. — P. 19–26. [in Russian]
10. Drogovoz A.M. O sinteze kolebatel'nyh processov v mehanicheskikh sistemah po stepeni ustojčivosti [On the synthesis of oscillatory processes in mechanical systems by degree of stability] / A.M. Drogovoz, P.I. Lihovid // Asimptoticheskie metody v nelinejnoj mehanike [Asymptotic Methods in Nonlinear Mechanics]. — Kiev: Naukova dumka, 1974. [in Russian]
11. Sabinin Ju.A. Dempfirovanie mehanicheskikh kolebanij zvena manipuljatora [Damping of mechanical oscillations of a manipulator link] / Ju.A. Sabinin, M.I. Jakovleva // Jelektromehaničeskoe obespečenie avtomatičeskikh kompleksov : sb. nauchn. tr. [Electromechanical Support of Automatic Complexes : collection of scientific works] / Novosibirsk Institute of Electrical Engineering. — Novosibirsk, 1978. — P. 81–89. [in Russian]
12. Dorf R. Sovremennye sistemy upravlenija [Modern Control Systems] / R. Dorf, R. Bishop ; trans. from English. — Moscow: Laboratorija Bazovyh Znanij, 2002. — 832 p. [in Russian]
13. Burgin B.Sh. Analiz i sintez dvuhmassovyh jelektromehaničeskikh sistem [Analysis and synthesis of two-mass electromechanical systems] / B.Sh. Burgin. — Novosibirsk, 1992. — 199 p. [in Russian]
14. Grigor'ev V.V. Sintez sistem avtomatičeskogo upravlenija metodom modal'nogo upravlenija [Synthesis of automatic control systems by the method of modal control] / V.V. Grigor'ev, N.V. Zhuravljova, G.V. Luk'janova [et al.]. — Saint Petersburg: SPbGU ITMO, 2007. — 108 p. [in Russian]
15. Lur'e Z.Ja. Dinamika optimal'noj jelektromehaničeskoj sistemy s uprugoj svjaz'ju v rezhime pozicionirovanija [Dynamics of an optimal electromechanical system with an elastic coupling in positioning mode] / Z.Ja. Lur'e // Mashinovedenie [Machine Science]. — 1977. — № 2. — P. 11–17. [in Russian]
16. Romanova I.K. Ob odnom podhode k opredeleniju vesovyh koeficientov metoda prostranstva sostojanij [On one approach to determining the weighting coefficients of the state space method] / I.K. Romanova // Nauka i obrazovanie : nauchnoe izdanie MGTU im. N.Je. Bauman [Science and Education : scientific publication of Bauman MSTU]. — 2015. — № 4. — P. 105–129. — DOI: 10.7463/0415.0763768. [in Russian]
17. Sokolov N.I. Analitičeskij metod sinteza linearizovannyh sistem avtomatičeskogo regulirovanija [Analytical method for synthesis of linearized automatic control systems] / N.I. Sokolov. — Moscow: Mashinostroenie, 1966. — 328 p. [in Russian]
18. Ključev V.I. Ogranichenie dinamicheskikh nagruzok jelektroprivoda [Limitation of dynamic loads of electric drive] / V.I. Ključev. — Moscow: Energy, 1971. — 320 p. [in Russian]
19. Letov A.M. Nekotorye nereshennye zadachi teorii avtomatičeskogo upravlenija [Some unsolved problems of automatic control theory] / A.M. Letov // Differencial'nye uravnenija [Differential Equations]. — 1970. — Vol. 6. — № 4. — P. 592–615. [in Russian]
20. Krasovskij A.A. Analitičeskoe konstruirovanie konturov upravlenija letatel'nyimi apparatami [Analytical design of aircraft control loops] / A.A. Krasovskij. — Moscow: Mashinostroenie, 1969. — 240 p. [in Russian]
21. Kolesnikov A.A. Problemy teorii analitičeskogo konstruirovaniya nelinejnyh reguljatorov i sinergetičeskij podhod [Problems of the theory of analytical design of nonlinear controllers and the synergetic approach] / A.A. Kolesnikov //



Sinergetika i problemi teorii upravlenija [Synergetics and Problems of Control Theory] / ed. by A.A. Kolesnikov. — Moscow: Fizmatlit, 2004. — P. 35–129. [in Russian]

22. Petrov B.N. Postroenie algoritmov upravlenija kak obratnaja zadacha dinamiki [Construction of control algorithms as an inverse problem of dynamics] / B.N. Petrov, P.D. Krut'ko, E.P. Popov // Doklady AN SSSR [Reports of the Academy of Sciences of the USSR]. — 1979. — Vol. 247. — № 5. — P. 1078–1081. [in Russian]

23. Galiulin A.S. Obratnye zadachi dinamiki [Inverse problems of dynamics] / A.S. Galiulin. — Moscow: Nauka, 1981. — 114 p. [in Russian]

24. Krut'ko P.D. Obratnye zadachi dinamiki upravljaemyh sistem : Linejnye modeli [Inverse problems of dynamics of controlled systems : Linear models] / P.D. Krut'ko. — Moscow: Nauka, 1987. — 304 p. [in Russian]

25. Kuznetsov N.K. Synthesis of controlling the movement of digging mechanisms of excavators on the basis of inverse dynamic problems / N.K. Kuznetsov, I.A. Iov, A.A. Iov // Proceedings of the 4th International Conference on Industrial Engineering ICIE 2018 : Lecture notes in mechanical engineering. — Springer International Publishing, 2019. — P. 205–213. — DOI: 10.1007/978-3-319-95630-5_22.