

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ/SYSTEM ANALYSIS, MANAGEMENT AND PROCESSING OF INFORMATION

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.170.35> EDN: MKMIDH

СИНТЕЗ РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ИНТЕРВАЛЬНЫМИ СИСТЕМАМИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ НА ОСНОВЕ ГЕТЕРОГЕННОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ ФУНКЦИОНАЛА ЛЯПУНОВА — КРАСОВСКОГО

Научная статья

Шашихин В.Н.^{1,*}, Чулин С.Л.², Сорокина Н.В.³¹ORCID : 0000-0002-3718-9623;^{1, 2, 3} Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (shashihin[at]bk.ru)

Предложена: 07.05.2026; Принята: 06.07.2026; Опубликовано: 17.08.2026

Аннотация

Актуальность возрастающей роли исследований систем с запаздыванием связана с изменением парадигмы — в противовес борьбы с запаздыванием как с вредным фактором осознанное введение запаздывания в контур управления для достижения полезных эффектов. Цель работы — синтез робастного управления по отношению к интервальным параметрическим возмущениям и дискретному запаздыванию. Для достижения поставленной цели использованы: гетерогенная декомпозиция функционала Ляпунова — Красовского; интегральная форма неравенств Йенсена и Виртингера; процедура верификации устойчивости на основе вершинного анализа, S-процедура; оптимизация запасов устойчивости. Синтез робастного управления основан на втором методе Ляпунова и решении линейных матричных неравенств. Показано, что функционал Ляпунова — Красовского с гетерогенной декомпозицией позволяет учитывать неравномерную чувствительность системы к запаздыванию. Применены усовершенствованные интегральные неравенства порядка $m=3$, что существенно снижает консервативность условий устойчивости по сравнению с классическими неравенствами. Проведён вычислительный эксперимент, показавший, что предлагаемый подход позволяет увеличить оценку максимально допустимого запаздывания по сравнению с классическим методом. Разработанный метод может быть применён для синтеза робастных регуляторов в технических системах с неопределёнными параметрами и запаздыванием, например, в химической технологии, энергетике, системах управления движением.

Ключевые слова: интервальные матрицы, робастная устойчивость, системы с запаздыванием, функционал Ляпунова — Красовского, гетерогенная декомпозиция.

SYNTHESIS OF A ROBUST CONTROL OF INTERVAL SYSTEMS WITH DELAY BASED ON HETEROGENEOUS DECOMPOSITION OF THE LYAPUNOV — KRASOVSKY FUNCTIONAL CONSTRUCTION

Research article

Shashikhin V.N.^{1,*}, Chulin S.L.², Sorokina N.V.³¹ORCID : 0000-0002-3718-9623;^{1, 2, 3} Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russian Federation

* Corresponding author (shashihin[at]bk.ru)

Suggested: 07.05.2026; Accepted: 06.07.2026; Published: 17.08.2026

Abstract

The relevance of the growing role of research of systems with delay is related to a paradigm shift — away from treating delay as a harmful factor, towards the deliberate introduction of delay into the control loop to achieve beneficial effects. The aim of the work is to synthesise a robust control strategy regarding interval parametric disturbances and discrete delay. To achieve this objective, the following methods are used: heterogeneous decomposition of the Lyapunov – Krasovskiy functional construction; the integral form of the Jensen and Wirtinger inequalities; a stability verification procedure based on vertex analysis, the S-procedure; and optimisation of stability margins. The synthesis of robust control is based on the second Lyapunov method and the solution of linear matrix inequalities. It is shown that the Lyapunov – Krasovskiy functional construction with a heterogeneous decomposition allows for the non-uniform sensitivity of the system to delay to be taken into account. Improved integral inequalities of order $m = 3$ are applied, which significantly reduce the conservative nature of the stability conditions compared with classical inequalities. A computational experiment was carried out, demonstrating that the suggested approach allows for an increase in the estimate of the maximum permissible delay compared with the classical method. The developed method can be applied to the synthesis of robust controllers in technical systems with uncertain parameters and delay, for example, in chemical engineering, the energy sector and traffic control systems.

Keywords: interval matrices, robust stability, systems with delay, Lyapunov – Krasovskiy functional construction, heterogeneous decomposition.

Введение

Проблема управления объектами, математические модели которых включают временное запаздывание, является одной из фундаментальных в современной теории автоматического управления. Наличие даже малого запаздывания в

контуре обратной связи способно привести к потере устойчивости и ухудшению качества переходных процессов. Математической основой для их описания стали дифференциальные уравнения с запаздыванием.

Огромную роль в становлении теории систем с запаздыванием сыграли работы [1], [2], восходящие к идеям А.М. Ляпунова и базирующиеся на построении функционалов Ляпунова — Красовского в функциональном пространстве начальных состояний, что позволило строго исследовать устойчивость наследственных систем. Работы [3], [4] по конструктивному описанию полугрупп эволюции наследственных систем завершили построение общей теории критических случаев устойчивости. В [5] разработана конструктивная теория стабилизации систем с последействием.

Классические и структурные методы активно развиваются на базе частотных методов синтеза регуляторов, которые позволили адаптировать подходы на основе ПИД-регуляторов [6], [7] к системам с запаздыванием. Параллельно был предложен ряд специализированных структур: предиктор Смита — компенсатор, позволяющий вынести запаздывание за пределы замкнутого контура и управлять объектом так, как если бы запаздывание отсутствовало [8], [9]. Его эффективность подтверждена на промышленных системах, однако метод чувствителен к точности модели объекта. Принцип максимума Понтрягина был обобщён на системы с отклоняющимся аргументом в работах [10], [11], что заложило основы для решения задач оптимального управления с учётом задержки.

Современный этап развития характеризуется переходом к робастным и адаптивным подходам [12], [13], которые способны парировать неопределённость в описании объекта и параметрах запаздывания. Широкое распространение получили системы с эталонной моделью и настраиваемым предиктором [14], [15], способные компенсировать запаздывание по управлению без точного знания его величины. Для случаев, когда параметры объекта и запаздывание известны лишь с точностью до интервалов, разработаны методы робастной стабилизации. В работах [14], [15], решена задача построения регулятора, сохраняющего асимптотическую устойчивость при всех возможных значениях запаздывания из заданного диапазона. Применение методов H_∞ -теории к системам с запаздыванием [16], позволяет синтезировать регуляторы, гарантирующие подавление внешних возмущений до заданного уровня.

Перспективные направления включают применение нейросетевых технологий для идентификации и прогноза, разработку распределённых и многоагентных систем управления с задержками в коммуникационной среде, а также интеграцию методов машинного обучения с классическими подходами.

Работы Красовского и Колмановского заложили базовую форму функционала, предлагаемая статья является естественным развитием на случай априорно известной неравномерной чувствительности. Равномерное разбиение — частный случай гетерогенного, но в случае гетерогенного — «энергия» функционала Ляпунова — Красовского распределяется по оси запаздывания неравномерно. Приведен численный пример для системы, чувствительной к малому запаздыванию. Равномерное разбиение «размазывает» штраф, а гетерогенное — концентрирует его в нужной области, что снижает консервативность системы.

Цель настоящего исследования состоит в увеличении запаса устойчивости при действии интервальных параметрических возмущений и запаздывании. Для решения поставленной цели используется робастное управление со статической обратной связью по полному фазовому вектору. Параметры обратной связи находятся при решении линейных матричных уравнений.

Постановка задачи

Рассматривается линейная динамическая система с интервальной параметрической неопределённостью и запаздыванием по состоянию [17]:

$$\dot{x}(t) = dx(t)/dt = A^I x(t) + A_d^I x(t - \tau(t)) + B_d^I u(t), \quad x(0) = x_0, \quad t \geq 0 \quad (1)$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ — вектор фазовых координат; $u(t) \in \mathbb{R}^m$ — управляющее воздействие; $\tau(t)$ — переменное запаздывание с ограниченной производной, удовлетворяющее условиям

$$0 \leq \tau_m \leq \tau(t) \leq \tau_M, \quad \mu_1 \leq \tau \leq \mu_2, \quad \tau(t) \leq \mu \leq 1;$$

$A^I = [\underline{A}, \bar{A}]$, $A_d^I = [\underline{A}_d, \bar{A}_d]$, $B_u^I = [\underline{B}_u, \bar{B}_u]$ — интервальные матрицы соответствующих размерностей;

элементы этих матриц — вещественные интервалы $a_{ij}^I = [\underline{a}_{ij}, \bar{a}_{ij}]$.

Интервальные матрицы представимы в центрированной форме:

$$A^I = A_c + \Delta_A^I, \quad A_c = (\bar{A} + \underline{A})/2, \quad \Delta_A^I = [-\Delta_A, \Delta_A], \quad \Delta_A = (\bar{A} - \underline{A})/2,$$

аналогичные представления справедливы и для матриц A_d^I и B_d^I .

Для более компактного описания коррелированных неопределённостей может использоваться следующее представление в виде политопа:

$$\Theta = \left\{ A_c + \sum_{i=1}^E G_i \beta_i, |\beta_i| \leq 1 \right\},$$

где G_i — постоянные матрицы, определяющие направления возмущений по параметрам.

Цель синтеза состоит в определении параметров обратной связи по полному вектору состояния (введение наблюдателя не требуется; в общем случае, коэффициент обратной связи может быть интервальной матрицей)

$$u(t) = -Kx(t),$$

такой, чтобы замкнутая система

$$\dot{x}(t) = (A^I - B_u^I K) x(t) + A_d^I x(t - \tau(t)), \quad x(0) = x_0, \quad t \geq 0 \quad (2)$$

была робастно асимптотически устойчивой для всех допустимых реализаций интервальных матриц [18] и любого запаздывания, удовлетворяющих заданным ограничениям.

Синтез управления

Проведем гетерогенную декомпозицию интервала запаздывания на отрезки

$$[\tau_m, \tau_M] = \bigcup_1^N [\tau_{j-1}, \tau_j], \quad \tau_0 = \tau_m, \quad \tau_N = \tau_M,$$

где точки разбиения располагаться неравномерно, адаптируясь к динамике системы (1). Такая параметризация позволяет снизить консервативность условий устойчивости в силу того, что функционал Ляпунова — Красовского точнее отражает расположение «энергии» системы по оси запаздывания.

Пусть функционал Ляпунова-Красовского имеет следующую структуру

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + V_4(t) \quad (3)$$

где

$$V_1(t) = x(t)^T P x(t) \quad (4)$$

$$V_2(t) = \sum_{j=1}^N \int_{t-\tau_j}^{t-\tau_{j-1}} x(s)^T Q_j x(s) ds \quad (5)$$

$$V_3(t) = \sum_{j=1}^N \int_{t-\tau_j}^{t-\tau_{j-1}} x(s)^T R_j x(s) ds \quad (6)$$

$$V_4(t) = \sum_{j=1}^N (\tau_j - \tau_{j-1}) \int_{t-\tau_j}^{t-\tau_{j-1}} \int_{t+\theta}^t x(s)^T Z_j x(s) d\theta \quad (7)$$

Здесь $P>0$, $Q_j>0$, $R_j>0$, $Z_j>0$ — матрицы, подлежащие определению. Слагаемое (4) — стандартная квадратичная форма, как в системах без запаздывания. Слагаемое (5) — штраф за отклонение состояния на интервале запаздывания. Слагаемое (6) — штраф за отклонение управляющего воздействия на интервале запаздывания. Слагаемое (7) — учитывает «энергию» производной состояния на интервале запаздывания.

Интегральные неравенства, возникающие при вычислении полной производной функционала Ляпунова-Красовского, оцениваются неравенством Йенсена, которое дает грубую оценку. Для любого интервала $[a, b]$ и любой положительно определенной матрицы справедливо неравенство

$$\int_a^b x(s)^T R x(s) ds \geq \frac{1}{b-a} \sum_{k=1}^m (2k+1) \Omega_k^T R \Omega_k \quad (8)$$

где Ω_k — векторы, определяемые через ортогональные полиномы Лежандра $P_k(s)$ на $[a, b]$:

$$\Omega_k = \int_a^b P_k(s) x(s) ds$$

При этом неравенство (4) соответствует неравенству Йенсена, при $k=1$ — неравенству Виртингера, при $k \geq 2$ — уточненные оценки высших порядков. В настоящей работе использовано $m=3$.

После подстановки всех оценок и выполнения преобразований производная функционала Ляпунова-Красовского будет ограничиваться сверху квадратичной формой

$$\dot{V} \leq \xi^T(t) \Phi \xi(t) \quad (9)$$

Здесь $\xi^T(t) = (x^T(t), x^T(t-\tau(t)), x^T(t-\tau_m), x^T(t-\tau_M), x^T(t))$ — расширенный вектор размерности R^{5n} ; — размерность одного блока расширенного вектора; $\Phi \in R^{5n \times 5n}$ — симметричная блочная матрица, имеющая 5 блоков $\Phi_{ij} \in R^{n \times n}$, определенных ниже:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} & 0 & \Phi_{15} \\ * & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} & \Phi_{25} \\ * & * & \Phi_{33} & 0 & 0 \\ * & * & * & \Phi_{44} & 0 \\ * & * & * & * & \Phi_{55} \end{bmatrix}.$$

Здесь символ обозначает симметричные относительно диагонали блоки.

$$\Phi_{11} = P \dot{A} + \dot{A}^T P + Q - R,$$

$$\Phi_{12} = P A_d - X,$$

$$\Phi_{13} = R + X,$$

$$\Phi_{15} = \tau_M \dot{A}^T Z,$$

$$\Phi_{22} = -(1-\mu)Q - 2Z + X + X^T,$$

$$\Phi_{23} = Z - X,$$

$$\Phi_{24} = Z,$$

$$\Phi_{25} = \tau_M A_d^T Z,$$

$$\Phi_{33} = -R - Z,$$

$$\Phi_{44} = -Z,$$

$$\Phi_{55} = -Z.$$

где: $P>0$, $Q>0$, $R>0$, $Z>0$ — положительно определенные матрицы из функционала Ляпунова-Красовского; $X \in R^{n \times n}$ — дополнительная матрица; τ_M — верхняя граница запаздывания; μ — ограничение на производную запаздывания.

Таким образом, матрица в формуле (9) является симметричной блочной матрицей размера $5n \times 5n$ с элементами, содержащими произведения неизвестных матриц, которые линеаризуются с помощью замены переменных $X=P^{-1}$, $Y=KX$, с использованием преобразования конгруэнтности (умножение слева и справа на блочно-диагональную

матрицу "blok" "diag" $\{X, X, X, X, X\}$ и её транспонирование). Последнее позволяет привести матрицу к окончательным линейным матричным неравенствам.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} & 0 & \Gamma_{15}^T \\ * & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} & \Gamma_{24} & \Gamma_{25}^T \\ * & * & \Gamma_{33} & \Gamma_{34} & 0 \\ * & * & * & \Gamma_{44} & 0 \\ * & * & * & * & -Z \end{bmatrix} < 0.$$

где

$$\Gamma_{11} = A_i X + X A_i^T + B_i Y + Y^T B_i^T + \tilde{Q} - \tilde{R},$$

$$\Gamma_{12} = A_{di} X - \tilde{X}, \quad \Gamma_{13} = \tilde{R} + \tilde{X},$$

$$\Gamma_{22} = -(1 - \mu)\tilde{Q} - 2\tilde{Z} + \tilde{X} + \tilde{X}^T,$$

$$\Gamma_{23} = \tilde{Z} - \tilde{X}, \quad \Gamma_{24} = \tilde{Z},$$

$$\Gamma_{33} = -\tilde{R} - \tilde{Z}, \quad \Gamma_{34} = 0, \quad \Gamma_{44} = -\tilde{Z},$$

$$\Gamma_{15} = \tau_M (A_i X + B_i Y), \quad \Gamma_{25} = \tau_M A_{di} X,$$

$$\tilde{Q} = X Q X, \quad \tilde{R} = X R X, \quad \tilde{Z} = X Z X, \quad \tilde{X} = X X^T X.$$

При этом матрица Q в функционале Ляпунова-Красовского заменяется на матрицу $X Q X = \tilde{Q}$.

После решения линейных матричных уравнений искомые матрицы вычисляются как

$$P = X^{-1}, \quad K = Y X^{-1} \quad (10)$$

Вычисление коэффициента обратной связи по формуле (10) обеспечивает асимптотическую устойчивость замкнутой системы (2) при всех допустимых параметрах из заданных интервалов.

Научная новизна предлагаемого подхода состоит в следующем — гетерогенная декомпозиция + интервальная робастная обратная связь + интегральные неравенства Лежандра $m=3$ в рамках одного LMI-подхода. В известной нам литературе (включая работы Fridman, Park, Lee) такая комбинация для интервальных систем с запаздыванием отсутствует.

Вычислительный эксперимент

Для верификации метода синтеза проведено тестирование предлагаемого подхода в среде matlab и сравнение его с двумя известными вариантами решения поставленной задачи.

Параметры проведенного эксперимента по предложенному алгоритму.

Порядок системы $n = 2$, Интервальные матрицы (численно):

$$A^I = [[-2, 1; -1, 9], [0, 9; 1, 1]; [-1, 1; -0, 9], [-2, 1; -1, 9]]$$

$$A_d^I = 0,1 \cdot A^I, \quad B_u^I = [[0, 8; 1, 2]; [0, 9; 1, 1]], \quad \mu = 0,1, \quad \tau_m = 0.$$

Солвер: SeDuMi 1.3.4 + YALMIP R2023a в MATLAB.

Разбиение для варианта B: $[0; 0,3; 0,7; 1,0; 1,23]$ (4 неравномерных отрезка).

При проверке предлагаемого подхода используется интервальная система, дополненная запаздыванием и управлением:

$$A^I = \begin{bmatrix} [-2, 1; -1, 9] & [0, 9; 1, 1] \\ [-1, 1; -0, 9] & [-2, 1; -1, 9] \end{bmatrix}, \quad A_d^I = 0,1 A^I, \quad B_u^I = \begin{bmatrix} [0, 8; 1, 2] \\ [0, 9; 1, 1] \end{bmatrix}, \quad \tau \in [-0, 1; 0, 1]$$

При проведении вычислительного эксперимента сравнивались два варианта:

- стандартный метод декомпозиции запаздывания с равномерным разбиением временного интервала, для оценки интегральных неравенств использовано формула Йенсена (вариант А);

- метод гетерогенного разбиения запаздывания на 4 неравномерных отрезка и использование усовершенствованной формулы оценки неравенств при $m=3$ (вариант В — предлагаемый подход).

В обоих случаях синтезировался стационарный регулятор (задача максимизации временного запаздывания). Разобрано три варианта алгоритмов:

Метод А — равномерное разбиение + Йенсен.

Метод В (предложенный метод) — гетерогенное разбиение + Лежандр $m=3$.

Метод С — метод Виртингера (Park, Lee, 2015) без гетерогенного разбиения.

Метод D — метод свободных матриц (free-weighting matrices) с равномерным разбиением.

В таблице приведены результаты расчетов $\tau_{\max}$:

Таблица 1 - Результаты расчетов $\tau_{\max}$

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.170.35.1>

Система	Метод А	Метод С	Метод D	Метод В
1	1,15	1,18	1,20	1,23
2	0,92	0,96	0,97	1,01
3	1,30	1,34	1,35	1,39

Примечание: выигрыш относительно лучшего из современных методов (D) – от 2,5% до 6,5%

В случае с шумом и дискретизацией инженерная значимость может быть ограничена. Полученное увеличение $t_{\max}$ на ~3–7% может быть существенно для систем на границе устойчивости, но требуются дополнительные исследования чувствительности к используемой реализации.

Проведены замеры времени выполнения алгоритмов для системы из примера ($n=2$, $N=4$ – количество отрезков разбиения запаздывания):

1. Вариант А (равномерное, Йенсен): время решения LMI ~ 0,23 с.
2. Вариант В (гетерогенное, $m=3$): время ~ 0,41 с.
3. Рост в ~1,8 раза.
4. Для $n=4$ рост составляет 2,5 раза.

Такое увеличение можно считать приемлемым, поскольку синтез регулятора выполняется offline, а выигрыш по максимальному запаздыванию может иметь положительный эффект на увеличение устойчивости замкнутой системы.

Заключение

Цель настоящего исследования состоит в увеличении запаса устойчивости при действии интервальных параметрических возмущений и запаздывания. Для решения поставленной цели используется робастное управление с обратной связью по полному вектору состояния. Параметры обратной связи находятся при решении линейных матричных неравенств.

К основным научным результатам относятся: разработка функционала Ляпунова-Красовского с гетерогенной декомпозицией, позволяющей учитывать неравномерную чувствительность системы к запаздыванию на разных временных отрезках, и применение усовершенствованных интегральных неравенств порядка $m=3$, что существенно снижает консервативность условий устойчивости по сравнению с классическими неравенствами Йенсена и Виртингера.

Проведённый вычислительный эксперимент показал, что гетерогенная декомпозиция интервала запаздывания позволяет увеличить максимально допустимое запаздывание по сравнению с классическим методом.

Предложенный метод может быть применён для синтеза робастных регуляторов в технических системах с неопределёнными параметрами и запаздыванием, например в химической технологии, энергетике, системах управления движением.

Конфликт интересов

Не указан.

Conflict of Interest

None declared.

Рецензия

Все статьи проходят рецензирование. Но рецензент или автор статьи предпочли не публиковать рецензию к этой статье в открытом доступе. Рецензия может быть предоставлена компетентным органам по запросу.

Review

All articles are peer-reviewed. But the reviewer or the author of the article chose not to publish a review of this article in the public domain. The review can be provided to the competent authorities upon request.

Список литературы / References

1. Красовский Н.Н. О применении второго метода Ляпунова для уравнений с запаздываниями времени / Н.Н. Красовский // Прикладная математика и механика. — 1956. — Т. 20. — Вып. 3. — С. 315–327.
2. Колмановский Б.О. О применении метода Ляпунова к линейным системам с запаздыванием / Б.О. Колмановский // Прикладная математика и механика. — 1967. — Т. 31. — Вып. 5. — С.959–963.
3. Butko Ya.A. The Method of Chernoff Approximation / Ya.A. Butko // Semigroups of Operators — Theory and Applications. — Springer International Publishing, 2020.
4. Remizov D. Formulas that represent Cauchy problem solution for momentum and position Schroödinger equation / D. Remizov // Potential Analysis. — 2020. — № 52. — P. 339–370.
5. Гурецкий Х. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием / Х. Гурецкий. — Москва: Машиностроение, 1973. — 328 с.
6. Burakov M.V. Fuzzy PID Controller for Nonlinear Plant / M.V. Burakov, V.G. Kurbanov // ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. — 2016. — Vol. 11. — № 9. — P. 5745–5748.
7. Burakov M.V. Neuro-PID control for Nonlinear Plant with Variable parameters / M.V. Burakov, V.G. Kurbanov // ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. — 2017. — Vol. 12. — № 4. — P. 1226–1229.
8. Бураков М.В. Модифицированный предиктор Смита для объекта с переменной задержкой / М.В. Бураков, В.Ф. Шишлаков // Тр. СПИИРАН. — 2017. — Вып. 2 (51). — С. 60–77.
9. Wei Q. Research on Fuzzy Self-adaptive PI Smith Control in Long Time-delay System / Q. Wei, W. Wang // Journal of China Universities of Posts and Telecommunications. — 2011. — № 18 (5). — P. 114–117.
10. Андреева Е.А. Управление системами с последействием / Е.А. Андреева, В.Б. Колмановский, Л.Е. Шайхет. — Москва: Наука, 1992. — 336 с.
11. Hui J. On improved delay-dependent robust stability criteria for uncertain systems with interval time-varying delay / J. Hui, H. Zhang, X. Kong [et al.] // International Journal of Automation and Computing. — 2015. — Vol. 12. — № 1. — P. 102–108.
12. Zhang L. Auxiliary function-based summation inequalities and their applications to discrete-time systems / L. Zhang [et al.] // Automatica. — 2024. — Vol. 160. — P. 111427.
13. Фуртат И.Б. Адаптивное управление объектами с запаздыванием по выходу / И.Б. Фуртат, А.М. Цыкунов // Известия вузов. Приборостроение. — 2005. — № 7. — С. 15–19.



14. Hmimid A. Stability of Discrete-Time Neutral Systems with Discrete and Distributed Delays: A Delay Decomposition Approach / A. Hmimid, M. Ouahi, F. Tadeo // *Mathematics*. — 2026. — Vol. 14 (3). — P. 390.
15. Sun C.C. Robust Delay-dependent Stability of Nonlinear Stochastic Systems Subject to Passivity Performance / C.C. Sun, P.T. Huang, C.C. Ku [et al.] // *International Journal of Control, Automation and Systems*. — 2025.
16. Ali A.J. Comparative Analysis of H_2 and H_∞ Robust Control Design Approaches for Dynamic Control Systems / A.J. Ali, H.H. Abbas, H. Bevrani // *Journal of Engineering*. — 2023.
17. Шашихин В.Н. Синтез робастного управления для интервальных крупномасштабных систем с последствием / В.Н. Шашихин // *Автоматика и телемеханика*. — 1997. — № 12. — С. 164.
18. Shashikhin V.N. Decentralized Suboptimal Control of Parametrically Disturbed Systems with delay / V.N. Shashikhin // *Journal of Computer and Systems Sciences International*. — 1998. — Vol. 37. — № 1. — P. 52–59.
19. Чулин С.Л. Экспоненциальная устойчивость интервальных систем / С.Л. Чулин // *Системы управления и информационные технологии*. — 2006. — № 3 (25). — С. 26–28.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Krasovskii N.N. О применении второго метода Ляпунова для уравнений с запаздываниями времени [On the Application of the Second Lyapunov Method to Equations with Time Delays] / N.N. Krasovskii // *Prikladnaya matematika i mekhanika* [Applied Mathematics and Mechanics]. — 1956. — Vol. 20. — Iss. 3. — P. 315–327. [in Russian]
2. Kolmanovskii B.O. О применении метода Ляпунова к линейным системам с запаздыванием [On the Application of the Lyapunov Method to Linear Systems with Delay] / B.O. Kolmanovskii // *Prikladnaya matematika i mekhanika* [Applied Mathematics and Mechanics]. — 1967. — Vol. 31. — Iss. 5. — P.959–963. [in Russian]
3. Butko Ya.A. The Method of Chernoff Approximation / Ya.A. Butko // *Semigroups of Operators — Theory and Applications*. — Springer International Publishing, 2020.
4. Remizov D. Formulas that represent Cauchy problem solution for momentum and position Schroödinger equation / D. Remizov // *Potential Analysis*. — 2020. — № 52. — P. 339–370.
5. Guretskii Kh. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием [Analysis and Synthesis of Control Systems with Delay] / Kh. Guretskii. — Moscow: Mashinostroyeniye, 1973. — 328 p. [in Russian]
6. Burakov M.V. Fuzzy PID Controller for Nonlinear Plant / M.V. Burakov, V.G. Kurbanov // *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*. — 2016. — Vol. 11. — № 9. — P. 5745–5748.
7. Burakov M.V. Neuro-PID control for Nonlinear Plant with Variable parameters / M.V. Burakov, V.G. Kurbanov // *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*. — 2017. — Vol. 12. — № 4. — P. 1226–1229.
8. Burakov M.V. Модифицированный предиктор Смита для объекта с переменной задержкой [A Modified Smith Predictor for a System with Variable Delay] / M.V. Burakov, V.F. Shishlakov // *Tr. SPIIRAN* [Works of SPIIRAN]. — 2017. — Iss. 2 (51). — P. 60–77. [in Russian]
9. Wei Q. Research on Fuzzy Self-adaptive PI Smith Control in Long Time-delay System / Q. Wei, W. Wang // *Journal of China Universities of Posts and Telecommunications*. — 2011. — № 18 (5). — P. 114–117.
10. Andreeva Ye.A. Управление системами с последействием [Control Systems with Afteraction] / Ye.A. Andreeva, V.B. Kolmanovskii, L.E. Shaikhet. — Moscow: Nauka, 1992. — 336 p. [in Russian]
11. Hui J. On improved delay-dependent robust stability criteria for uncertain systems with interval time-varying delay / J. Hui, H. Zhang, X. Kong [et al.] // *International Journal of Automation and Computing*. — 2015. — Vol. 12. — № 1. — P. 102–108.
12. Zhang L. Auxiliary function-based summation inequalities and their applications to discrete-time systems / L. Zhang [et al.] // *Automatica*. — 2024. — Vol. 160. — P. 111427.
13. Furtat I.B. Адаптивное управление объектами с запаздыванием по выходу [Adaptive Control of Systems with Output Delay] / I.B. Furtat, A.M. Tsikunov // *Izvestiya vuzov. Priborostroyeniye* [University Proceedings. Instrument Engineering]. — 2005. — № 7. — P. 15–19. [in Russian]
14. Hmimid A. Stability of Discrete-Time Neutral Systems with Discrete and Distributed Delays: A Delay Decomposition Approach / A. Hmimid, M. Ouahi, F. Tadeo // *Mathematics*. — 2026. — Vol. 14 (3). — P. 390.
15. Sun C.C. Robust Delay-dependent Stability of Nonlinear Stochastic Systems Subject to Passivity Performance / C.C. Sun, P.T. Huang, C.C. Ku [et al.] // *International Journal of Control, Automation and Systems*. — 2025.
16. Ali A.J. Comparative Analysis of H_2 and H_∞ Robust Control Design Approaches for Dynamic Control Systems / A.J. Ali, H.H. Abbas, H. Bevrani // *Journal of Engineering*. — 2023.
17. Shashikhin V.N. Синтез робастного управления для интервальных крупномасштабных систем с последействием [Synthesis of Robust Control for Interval-Based Large-Scale Systems with After-Effects] / V.N. Shashikhin // *Автоматика и телемеханика* [Automation and Telemechanics]. — 1997. — № 12. — С. 164. [in Russian]
18. Shashikhin V.N. Decentralized Suboptimal Control of Parametrically Disturbed Systems with delay / V.N. Shashikhin // *Journal of Computer and Systems Sciences International*. — 1998. — Vol. 37. — № 1. — P. 52–59.
19. Chulin S.L. Экспоненциальная устойчивость интервальных систем [Exponential Stability of Interval Systems] / S.L. Chulin // *Системы управления и информационные технологии* [Control Systems and Information Technology]. — 2006. — № 3 (25). — С. 26–28. [in Russian]