

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ/MECHANICS OF FLUIDS, GAS AND PLASMA

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.172.50> EDN: YZWCAZ

УЛУЧШЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Научная статья

Лемешко Р.А.^{1,*}, Костин Г.А.²¹ ORCID : 0000-0003-3552-507X;² ORCID : 0000-0001-5300-0352;^{1,2} Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации имени Главного маршала авиации А.А. Новикова, Санкт-Петербург, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (romanlemeshcko[at]mail.ru)

Предложена: 05.05.2026; Принята: 02.10.2026; Опубликовано: 16.10.2026

Аннотация

В статье проводится анализ применения методов машинного обучения для повышения вычислительной эффективности задач вычислительной гидродинамики (CFD). Рассмотрены ключевые направления интеграции машинного обучения в моделирование течений: суррогатное моделирование, разработка условий притока для турбулентности, оптимизация аэродинамических форм и неразрушающее зондирование полей течения. Особое внимание уделено физически информированным нейронным сетям (PINN — Physics-Informed Neural Network) и гибридным архитектурам, позволяющим соблюдать законы сохранения. Показано, что, несмотря на значительное сокращение времени расчетов, применение «чистых» моделей машинного обучения сталкивается с проблемами сходимости при наличии высокочастотных особенностей и трудностями обеспечения физической согласованности (несжимаемость, сохранение импульса). Сформулированы рекомендации по балансировке градиентов и выбору архитектур для решения жестких задач оптимизации. Работа представляет интерес для разработчиков CFD-кодов и специалистов в области аэродинамики и гидродинамики.

Ключевые слова: машинное обучение, гидродинамика, поток, турбулентность, жидкость, стенка, аэродинамика.**IMPROVING CALCULATED PERFORMANCE WHEN SOLVING COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS PROBLEMS USING MACHINE LEARNING METHODS**

Research article

Lemeshko R.A.^{1,*}, Kostin G.A.²¹ ORCID : 0000-0003-3552-507X;² ORCID : 0000-0001-5300-0352;^{1,2} Saint-Petersburg State University of Civil Aviation named after Chief Marshal of Aviation A.A. Novikov, Saint-Petersburg, Russian Federation

* Corresponding author (romanlemeshcko[at]mail.ru)

Suggested: 05.05.2026; Accepted: 02.10.2026; Published: 16.10.2026

Abstract

The article analyses the application of machine learning methods to improve the calculation efficiency of computational fluid dynamics (CFD) problems. Key areas for integrating machine learning into flow modelling are examined: surrogate modelling, the development of inflow conditions for turbulence, the optimisation of aerodynamic shapes, and non-destructive probing of flow fields. Particular attention is paid to physics-informed neural networks (PINN) and hybrid architectures that comply with conservation laws. It is shown that, despite a significant reduction in computation time, the use of 'pure' machine learning models encounters convergence problems in the presence of high-frequency features and difficulties in ensuring physical consistency (incompressibility, momentum conservation). Recommendations are formulated regarding gradient balancing and the selection of architectures for solving stiff optimisation problems. The work is of interest to developers of CFD codes and specialists in the fields of aerodynamics and hydrodynamics.

Keywords: machine learning, hydrodynamics, flow, turbulence, fluid, wall, aerodynamics.**Введение**

Механика жидкости традиционно имеет дело с огромными объемами данных, полученных в результате экспериментов, полевых измерений и крупномасштабного численного моделирования. Однако мультифизика, задействованная в анализе «жидкость-структура», создает проблемы со временем и вычислительной эффективностью, которые возникают при использовании подходов к проектированию, основанных на традиционном численном моделировании. Такие подходы обычно дискретизируют управляющие уравнения во времени и пространстве, решают их с помощью итерационных численных схем, а время вычислений растет экспоненциально с увеличением плотности сетки. В данном случае значительные перспективы открывают методы машинного обучения, которые позволяют значительно сократить время вычислений. В связи с этим в статье рассмотрены перспективные сферы приложения машинного обучения в задачах вычислительной гидродинамики, их возможности и существующие ограничения.

Моделирование сложных физических систем, которые описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, занимает центральное место в инженерных и физических науках, учитывая их широкий спектр применений: начиная от погоды и климата, инженерного проектирования транспортных средств или двигателей и до лесных пожаров, а также физики плазмы. Хрестоматийным примером является турбулентный поток жидкости, лежащий в основе моделирования погоды, климата и аэродинамики [1]. Механика жидкостей является очень важной областью как с точки зрения фундаментальной науки, так и для многих инженерных приложений. Основной целью вычислительной гидродинамики является получение результатов моделирования в различных условиях работы, что позволяет сократить необходимость проведения дорогостоящих экспериментов в реальных условиях и ускорить процессы инженерного проектирования и управления.

Поскольку вычислительные мощности постоянно растут, вычислительная гидродинамика становится более доступной и широко используемой. Ученые анализируют все более сложные системы с большей точностью, улучшая понимание передовых физических явлений. В то же время существует множество аспектов, в которых методы вычислительной гидродинамики могут быть улучшены, включая моделирование турбулентности, мультифизические задачи и численные методы [2]. Основной проблемой является время вычислений, необходимое для решения крупномасштабных реальных задач.

Несмотря на прямую связь между уравнениями движения и основными законами физики, невозможно провести прямое численное моделирование в масштабе, необходимом для решения этих важных задач. Данная фундаментальная проблема сдерживает прогресс в научных вычислениях на протяжении десятилетий и обусловлена тем, что для точного моделирования необходимо разрешить мельчайшие пространственно-временные масштабы. Отдельный акцент необходимо сделать на высокой стоимости вычислений из-за жестких ограничений на пространственное или временное разрешение, а также трудности с отражением субмасштабной динамики.

Одним из перспективных подходов к решению обозначенных задач является интеграция вычислительной гидродинамики с методами машинного обучения (ML), которая открывает широкие перспективы на пути улучшения моделирования технических и природных систем, включая возможности увеличения скорости высокоточных симуляций, разработку моделей турбулентности с различными уровнями приближения и создание моделей пониженного порядка, выходящих за рамки того, что можно достичь с помощью классических подходов.

Таким образом, рассматриваемая проблематика является актуальной, теоретически и практически значимой, что и послужило основанием для выбора темы данной статьи.

Перспективы использования суррогатных моделей на основе ML, которые находят свое применение в вычислительной гидродинамике, дополняя решатели потоков, тем самым заменяя или улучшая вычислительные задачи, рассматривают в своих трудах [3], [4], [5].

Возможности нейронных сетей и генетических алгоритмов для улучшения результатов конечно-разностных схем пятого порядка в контексте моделирования захвата ударной волны детально изучают [6], [7], [8].

Тестирование потенциала глубокого обучения для моделирования известной схемы дискретизации с конечным объемом, применяемой в моделировании жидкостей, проводят [9], [10].

Несмотря на существующие публикации и имеющиеся на сегодняшний день наработки, объединение физических численных моделей с ML связано еще со множеством проблем, которые необходимо преодолеть. Исследовательский вопрос о том, как ML может ускорить моделирование вычислительной гидродинамики, сохраняя при этом надежность результатов, все еще открыт. Отдельного внимания заслуживают нерешенные вопросы обобщения суррогатных моделей для учета различных геометрий. Также в более детальной проработке нуждается алгоритм использования «чистого» ML, поскольку он не включает в себя базовую физику, а значит не может обеспечить жесткие ограничения, такие как сохранение импульса и несжимаемость.

В условиях экспоненциального роста количества разрозненных исследований и отсутствия единой методологической базы, подготовка систематизирующего аналитического обзора практики применения нейросетевых технологий и интеллектуальных алгоритмов в сфере численного моделирования течений, по мнению автора, приобретает особую научную актуальность. Обобщение накопившегося эмпирического и теоретического материала необходимо для преодоления фрагментарности имеющихся научных трудов и имеющихся достижений, проведения сравнительного анализа существующих подходов и выявления ключевых технологических барьеров, препятствующих их внедрению в реальные инженерные задачи.

В связи с этим цель настоящей обзорной работы заключается в систематизации и критическом анализе современных подходов к интеграции инструментов искусственного интеллекта в задачи CFD-моделирования, а также в определении их ключевых возможностей, ограничений и перспективных направлений дальнейшего развития.

Основные результаты

Применение методов ML для целей вычислительной гидромеханики растет экспоненциально в течение последнего десятилетия, о чем свидетельствует увеличение количества обзорных статей, а также организация симпозиумов и специальных сессий на конференциях по механике жидкости и ML. Несмотря на это, ML для гидродинамики все еще находится в зачаточном состоянии, а достигнутые до сих пор обнадеживающие результаты, как правило, ограниченные академическими задачами, которые характеризуются простыми геометриями и физикой течения, далеко не всегда являются удовлетворительными с точки зрения применения ML-методов для решения реалистичных задач. С другой стороны, понимание тонкостей, точное моделирование и надежное предсказание сложных потоков остается серьезной проблемой как для фундаментальной, так и для прикладной гидродинамики. Разработка нового поколения методов и моделей с использованием ML для имитации и моделирования различных видов потоков является ключевым фактором, способствующим улучшению прогностических возможностей и влияющим на разработку более эффективных и экологически чистых жидкостных систем.

На сегодняшний день исследовательский интерес в области применимости ML к вычислительной гидромеханике охватывает следующие сферы:

1. Модели, управляемые данными/дополняемые данными, для различных физических явлений в гидродинамике, например, моделирование турбулентности.
2. ML-моделирование с пониженным порядком или суррогатное моделирование потоков, обнаружение признаков, обработка сигналов.
3. Управление и оптимизация потоков на основе ML.
4. Реконструкция полей течения с суперразрешением.
5. Количественная оценка неопределенностей моделей.

На рис. 1 в обобщённом виде представлены ключевые сферы приложения ML в вычислительной гидромеханике.

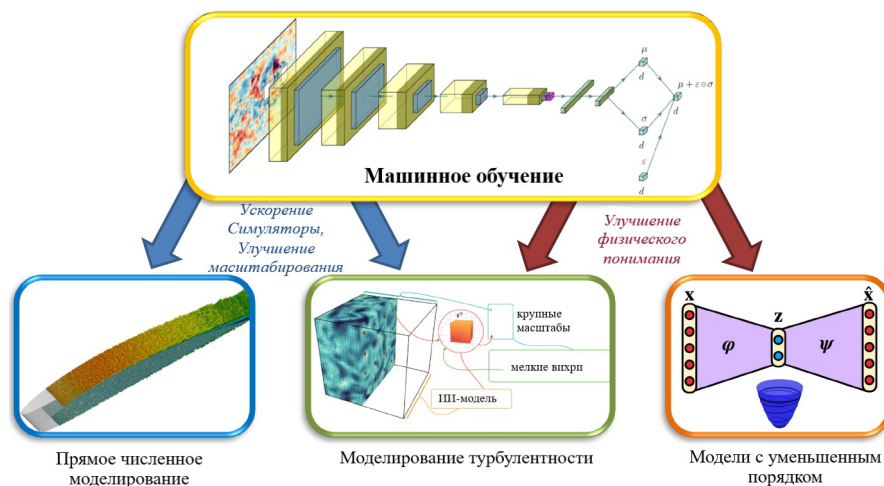


Рисунок 1 - Сферы, в которых машинное обучение может улучшить вычислительную гидромеханику:

X – исходное поле течения; j – функция сжатия данных; Z – скрытое пространство (сжатое представление модели);
 y – функция восстановления данных; $\hat{X}$ – восстановленное поле течения

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.172.50.1>

Примечание: источник [5]

На рисунке 1 схематично представлены ключевые направления интеграции машинного обучения в вычислительную гидродинамику. Верхняя часть схемы символизирует нейросетевую обработку гидродинамических данных, а связующие стрелки отражают две главные цели применения ML: ускорение вычислений (синие стрелки) и повышение физической достоверности расчетов (красные стрелки). В нижней части рисунка детализированы три основные области приложения ML. В частности, в центральном блоке («Моделирование турбулентности») раскрывается структура расчетной ячейки, где выделены базовые разрешаемые параметры течения, скрытые подсеточные структуры и сам алгоритм, моделирующий их нелинейное взаимодействие.

Рассмотрим более детально некоторые актуальные примеры.

Разработка условий притока для моделирования турбулентности. Это критическая область вычислительной гидромеханики, когда речь идет о достижении условий с высоким числом Рейнольдса (Re) и моделировании сложных геометрий. Для достижения высоких чисел Re пространственно развивающимся турбулентным пограничным слоям требуются очень длинные области, и если часть области с низким Re заменить адекватными условиями притока, то моделирование в соответствующем режиме с высоким Re может стать осуществимым [2]. Аналогично, если моделирование предназначено для изучения турбулентного течения вокруг сложного массива препятствий, выгодно заменить участок притока в моделировании подходящим условием притока, что дает значительную экономию вычислений. Традиционные подходы к таким притокам основывались на различных фильтрах, подходах рециркуляции и наложении синтетических турбулентных структур [7]. Однако недавний прогресс в области ML позволил использовать подходы глубокого обучения для создания надежных условий притока.

В данной плоскости можно привести достаточно яркий пример, который касается модели турбулентности, разработанной учеными Института науки о данных (Великобритания) [10]. Это модель была создана с помощью технологий искусственного интеллекта и ML, данные инструменты использовались для работы с базой данных масштабно-решающих, высокоточных симуляций. В частности, для проведения анализа специально была создана суррогатная модель. Благодаря вариационным автокодировщикам, основанным на геометрии, удалось получить представление о тесноте связи между статистически усредненными переменными потока.

Анализ и моделирование воздушных потоков в сфере пилотирования воздушных судов. В настоящее время, исследователями уделяется особое внимание возможностям использовать нейронные сети, основанные на физике, для аппроксимации уравнений Эйлера. Этот интерес можно объяснить тем, что уравнения играют очень важное значение в процессе моделирования высокоскоростных аэродинамических явлений. Отдельным авторским коллективам удалось добиться определенных успехов в данной сфере. Например, Sourav Chakraborty, Tridisha Bordoloi [8] разработали

физико-информационный метод, который объединяет нейронные сети с физическими законами для составления прогнозов показателей, характеризующих динамику резервуара расплава, не полагаясь, при этом, на какие-либо обучающие данные для скорости. Китайские ученые — You-Cheng Lu, Morteza Mohammadzakeri, Way Lee Cheng [4] представили гравитационно-информированную нейронную сеть. Она позволяет проводить моделирование трехмерных самогравитирующих гидродинамических систем.

Обобщая некоторые актуальные публикации и наработки, в таблице 1 представлены полученные результаты, касающиеся оптимизации аэродинамической формы на основе методов машинного обучения. Выделенные в таблице параметры (проектные переменные, тип суррогатной модели, аэродинамическая форма и целевые показатели) отражают ключевые критерии постановки любой вычислительной задачи: начиная от задания размерности и геометрии и заканчивая выбором математического аппарата и оценки эффективности алгоритма. Это предопределило их включение в сравнительную таблицу.

Таблица 1 - Систематизация исследования по оптимизации аэродинамической формы на основе ML

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.172.50.2>

Проектные переменные	Суррогатная модель	Аэродинамическая форма	Описание
2	Кригинг	Поперечное сечение здания	$\min C_d$ и C_l вариации
4	Картирование пространства	Аэродинамический профиль	$\min C_d$ и $\max C_l$
5	Кригинг	Крыло	$\min C_D$
6	Кригинг	Аэродинамический профиль	Задержка динамического срыва
8	Картирование коллектора	Аэродинамический профиль и крыло	
8	Картирование коллектора	Аэродинамический профиль	$\min C_D$
8	ANN	Аэродинамический профиль	$\min C_D$
10	Кригинг	Аэродинамический профиль	$\max C_l/C_d$
12	Кригинг	Аэродинамический профиль	$\min C_d$ и $\max C_m$
17	Кригинг	Крыло	$\min C_D$
30	ANN	Крыло	$\min C_D$
40	ANN	Пропеллер	Минимальный аэроакустический шум

Примечание: составлено автором

Данные, представленные в таблице 1, свидетельствуют о значительном прогрессе в данной сфере. В то же время следует отметить все еще присутствующие ограничения. Несмотря на то, что суррогатные модели позволяют оптимизировать высокоразмерные задачи, если в модели более 100 переменных проектирования, сходимость оптимизации не всегда может быть гарантирована.

Адаптивные методы неразрушающего зондирования. Для проведения экспериментов и выбора оптимальной стратегии управления турбулентными потоками большое значение имеет неразрушающее зондирование. К примеру, это может быть возможность предсказать течение на основе измерений на стенке. Именно в этой сфере численное моделирование помогает провести более точные и лучше спланированные эксперименты. Традиционные методы прогнозирования потока на основе информации о стенке включают расширенное правильное ортогональное разложение, линейное стохастическое оценивание, а также способы идентификации системы на основе передаточных функций. Кроме того, методы глубокого обучения способны точно воспроизводить нелинейные масштабные взаимодействия в турбулентных потоках и в последнее время демонстрируют более высокую эффективность по сравнению с линейными методами. В частности, нейронные сети, основанные на физике, генеративные состязательные сети предоставляют новые методы для бесконтактного измерения характеристик турбулентности даже при грубой дискретизации информации о стенках.

Однако, когда лежащие в основе решения частных дифференциальных уравнений содержат высокочастотные или многомасштабные особенности, нейронные сети, основанные на физике с полностью связными архитектурами, часто не могут обеспечить стабильное обучение и корректные предсказания. По мнению некоторых экспертов, это поведение объясняется многомасштабными взаимодействиями между различными компонентами в функции потерь

нейронной сети, которые в конечном итоге приводят к жесткости в динамике градиентного потока, накладывая требования к стабильности скорости обучения.

В таблице 2 приведены требования, возможные преимущества и недостатки нейронных сетей, основанных на физике, для проведения бесконтактного измерения характеристик турбулентности. Выбор представленных параметров (данные, функция стоимости, инициализация, архитектура и время выполнения) базируется на критерии охвата полного цикла разработка-расчет: от подготовки входной информации и математической формулировки физических ограничений до выбора нейросетевой структуры и оценки вычислительной эффективности.

Таблица 2 - Основные требования, а также преимущества и недостатки ML на основе физики

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.172.50.3>

Параметры	Требования	Преимущества	Недостатки
Данные	Качественные данные	Требуется небольшой объем данных по сравнению с ML, не основанным на физике	Трудно получить качественные данные
Функция стоимости	Установление физической связи с помощью дифференциальных уравнение	Физическая согласованность, улучшенные обобщения и точность	Сложные физические дифференциальные уравнения
Инициализация	Синтетические данные из физических моделей	Сокращение количества необходимых наблюдений, повышение точности	Фиксированное начальное состояние, что составляет проблему исследования
Время выполнения	Высокопроизводительное устройство	Очень быстро	—
Архитектура	Исходя из сложности задачи	Промежуточные физические переменные/процессы, обоснованные предварительные распределения, легко реализовать с помощью существующих пакетов, таких как PINNs, DeepONet	—

Примечание: составлено автором

Обсуждение

И в завершении исследования, представляется целесообразным сделать акцент на проблемах использования ML в задачах вычислительной гидродинамики.

Во-первых, гидродинамика ставит задачи, которые отличаются от тех, что решаются во многих приложениях ML, таких как распознавание изображений и реклама. В связи с этим для анализа потоков жидкости важно точно определить количественные характеристики физических механизмов, лежащих в их основе.

Во-вторых, в потоках жидкости наблюдаются сложные, многомасштабные явления, понимание и контроль которых остаются во многом нерешенными. Нестационарные поля потока требуют алгоритмов, способных учитывать нелинейность и многочисленные пространственно-временные масштабы, которые могут отсутствовать в существующих алгоритмах ML.

В-третьих, многие известные приложения ML опираются на недорогие оценки системы и исчерпывающую категоризацию процесса, который необходимо изучить. Этого нельзя сказать о жидкостях, где эксперименты сложно повторить или автоматизировать, а для моделирования могут потребоваться крупномасштабные суперкомпьютеры.

Заключение

Таким образом, подводя итоги, отметим, что методологии ML широко исследуются для ускорения вычислительной гидродинамики. В настоящее время наиболее распространенными подходами являются глубокое обучение для прямого суррогатного моделирования и модели пониженного порядка, демонстрирующие значительное сокращение времени вычислений. Тем не менее, перед широким внедрением необходимо устранить серьезные недостатки, связанные с обобщаемостью моделей, масштабируемостью, интерпретируемостью и вычислительными затратами.

**Конфликт интересов**

Не указан.

Рецензия

Все статьи проходят рецензирование. Но рецензент или автор статьи предпочли не публиковать рецензию к этой статье в открытом доступе. Рецензия может быть предоставлена компетентным органам по запросу.

Conflict of Interest

None declared.

Review

All articles are peer-reviewed. But the reviewer or the author of the article chose not to publish a review of this article in the public domain. The review can be provided to the competent authorities upon request.

Список литературы / References

1. Goryachev V.D. Multiscale vortex structures in computational fluid dynamics and astrophysics / V.D. Goryachev // Proceedings of the International Conference on Computer Graphics and Vision "Graphicon". — 2023. — № 33. — P. 328–340.
2. Пожаркова И.Н. Алгоритмы построения потоковых характеристик свободных струй по результатам численного моделирования / И.Н. Пожаркова // Информационные технологии. — 2024. — Т. 30. — № 9. — С. 443–448.
3. Ялозо А.В. Методика связанного моделирования одномерных и трехмерных задач вычислительной гидродинамики / А.В. Ялозо, А.С. Козелков, А.А. Куркин // Труды РФИЦ-ВНИИЭФ. — 2022. — № 27-1. — С. 262–275.
4. Lu Y.-C. Modeling Cavitation in Converging–Diverging Nozzle Using Computational Fluid Dynamics and Machine Learning Model / Y.-C. Lu, M. Mohammadzahari, W.L. Cheng // Chemical Engineering & Technology. — 2025. — Vol. 48. — № 3. — P. 65–72.
5. Vinuesa R. The potential of machine learning to enhance computational fluid dynamics / R. Vinuesa, S.L. Brunton // ArXiv. — 2021. — № 4. — P. 1–3.
6. Пелешенко В.А. Технологии вычислительной гидродинамики для моделирования сетных структур / В.А. Пелешенко // Мягкие измерения и вычисления. — 2022. — Т. 54. — № 5. — С. 40–69.
7. Sudalai Manikandan E. Computational fluid dynamics study on three-dimensional polymeric scaffolds to predict wall shear stress using machine learning models for bone tissue engineering applications / E. Sudalai Manikandan // Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering. — 2023. — Vol. 19. — № 2. — P. 72–79.
8. Chakraborty S. Machine Learning and Computational Fluid Dynamics Applications for the Modeling of the Decompression-Induced Innovative Steaming Treatment of Paddy at the Bulk Level / S. Chakraborty, T. Bordoloi // Journal of Food Process Engineering. — 2025. — Vol. 48. — № 2. — P. 90–98.
9. Zhao X. Multi-objective optimization of radially stirred tank based on CFD and machine learning / X. Zhao, H. Fan // AIChE Journal. — 2023. — Vol. 70. — P. 76–83.
10. Li B. A Method for Constructing Open-Channel Velocity Field Prediction Model Based on Machine Learning and CFD / B. Li, C. Jin // Computational Intelligence. — 2025. — Vol. 41. — № 2. — P. 60–65.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Goryachev V.D. Multiscale vortex structures in computational fluid dynamics and astrophysics / V.D. Goryachev // Proceedings of the International Conference on Computer Graphics and Vision "Graphicon". — 2023. — № 33. — P. 328–340.
2. Pozharkova I.N. Algoritmy postroeniya potokovykh harakteristik svobodnykh struj po rezul'tatam chislenno go modelirovaniya [Algorithms for constructing flow characteristics of free jets based on numerical simulation results] / I.N. Pozharkova // Informacionnye tehnologii [Information Technologies]. — 2024. — Vol. 30. — № 9. — P. 443–448. [in Russian]
3. Jaloza A.V. Metodika svjazannogo modelirovaniya odnomernykh i trehmernykh zadach vychislitel'noj gidrodinamiki [Methodology of coupled modeling of one-dimensional and three-dimensional computational fluid dynamics problems] / A.V. Jaloza, A.S. Kozelkov, A.A. Kurkin // Trudy RFJaC-VNIIJeF [Proceedings of RFNC-VNIIEF]. — 2022. — № 27-1. — P. 262–275. [in Russian]
4. Lu Y.-C. Modeling Cavitation in Converging–Diverging Nozzle Using Computational Fluid Dynamics and Machine Learning Model / Y.-C. Lu, M. Mohammadzahari, W.L. Cheng // Chemical Engineering & Technology. — 2025. — Vol. 48. — № 3. — P. 65–72.
5. Vinuesa R. The potential of machine learning to enhance computational fluid dynamics / R. Vinuesa, S.L. Brunton // ArXiv. — 2021. — № 4. — P. 1–3.
6. Peleshenko V.A. Tehnologii vychislitel'noj gidrodinamiki dlja modelirovaniya setnykh struktur [Computational fluid dynamics technologies for modeling net structures] / V.A. Peleshenko // Mjagkie izmereniya i vychisleniya [Soft Measurements and Computing]. — 2022. — Vol. 54. — № 5. — P. 40–69. [in Russian]
7. Sudalai Manikandan E. Computational fluid dynamics study on three-dimensional polymeric scaffolds to predict wall shear stress using machine learning models for bone tissue engineering applications / E. Sudalai Manikandan // Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering. — 2023. — Vol. 19. — № 2. — P. 72–79.
8. Chakraborty S. Machine Learning and Computational Fluid Dynamics Applications for the Modeling of the Decompression-Induced Innovative Steaming Treatment of Paddy at the Bulk Level / S. Chakraborty, T. Bordoloi // Journal of Food Process Engineering. — 2025. — Vol. 48. — № 2. — P. 90–98.
9. Zhao X. Multi-objective optimization of radially stirred tank based on CFD and machine learning / X. Zhao, H. Fan // AIChE Journal. — 2023. — Vol. 70. — P. 76–83.
10. Li B. A Method for Constructing Open-Channel Velocity Field Prediction Model Based on Machine Learning and CFD / B. Li, C. Jin // Computational Intelligence. — 2025. — Vol. 41. — № 2. — P. 60–65.