

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ/MECHANICS OF FLUIDS, GAS AND PLASMA

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.169.37> EDN: LWPWONФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК РАБОТЫ
ЭЛЕКТРОПЛАЗМЕННОГО РЕАКТОРА С ДИНАМИЧЕСКИМ РЕЖИМОМ ВРАЩЕНИЯ ДУГИ

Научная статья

Кондратенко А.С.^{1,*}, Худякова Л.И.², Буянтуев В.Т.³¹ORCID : 0000-0002-2361-5249;¹Бурятский государственный университет, Улан-Удэ, Российская Федерация²Байкальский институт природопользования СО РАН, Улан-Удэ, Российская Федерация³Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления, Улан-Удэ, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (cubanit[at]yandex.ru)

Предложена: 30.04.2026; Принята: 24.06.2026; Опубликовано: 17.07.2026

Аннотация

В статье представлена физико-математическая модель электроплазменного реактора с управляемым вращением дуги под действием внешнего магнитного поля. Описаны конструктивные параметры электромагнитной катушки и результаты численного моделирования электродуговой зоны. Рассчитаны ключевые характеристики: мощность плазменно-дугового столба, плотность катодного тока, температура и сопротивление дуги (с использованием приближения Штеенбека), концентрация заряженных частиц, электропроводность плазмы и угловая скорость ее вращения. Модель позволяет прогнозировать параметры работы реактора и оптимизировать его конструкцию для равномерной термообработки материалов.

Ключевые слова: электроплазменный реактор, электромагнитное управление дугой, приближение Штеенбека, плазменные параметры, оптимизация конструкции.

PHYSICAL AND MATHEMATICAL MODEL AND CALCULATION OF WORK CHARACTERISTICS
ELECTROPLASMA REACTOR WITH DYNAMIC ARC ROTATION MODE

Research article

Kondratenko A.S.^{1,*}, Khudyakova L.I.², Buyantuev V.T.³¹ORCID : 0000-0002-2361-5249;¹Buryat State University, Ulan-Ude, Russian Federation²Baikal Institute of Nature Management Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (BINM SB RAS), Ulan-Ude, Russian Federation³East Siberia State University of Technology and Management, Ulan-Ude, Russian Federation

* Corresponding author (cubanit[at]yandex.ru)

Suggested: 30.04.2026; Accepted: 24.06.2026; Published: 17.07.2026

Abstract

The article presents a physico-mathematical model of an electroplasma reactor with controlled arc rotation under the action of an external magnetic field. The design parameters of the electromagnetic coil and the results of numerical simulation of the electric arc zone are described. The key characteristics are calculated: the power of the plasma arc zone, the density of the cathode current, the arc resistance (using the Steenbeck approximation), the concentration of charged particles, the electrical conductivity of the plasma, and the angular velocity of arc rotation. The model makes it possible to predict the operating parameters of the reactor and optimize its design for uniform heat treatment of materials.

Keywords: electroplasma reactor, electromagnetic arc control, Steenbeck approximation, plasma parameters, design optimization.

Введение

Современные плазменно-дуговые технологии находят широкое применение в металлургии, химической промышленности, переработке материалов и энергетике [1], [2], [4], [5]. Данные технологии, реализованные в концепции высокопроизводительного оборудования, требуют создания высокоэффективных электроплазменных реакторов с управляемыми динамическими режимами работы [6], [7], [8]. Одним из перспективных направлений является использование вращающейся дуги в системах с электромагнитным управлением, что позволяет повысить равномерность теплоэнергетического процесса, тем самым снижая локальные тепловые нагрузки и улучшая стабильность процесса обработки материалов [9], [10].

Целью данного исследования являлась разработка физико-математической модели электроплазменного реактора с динамическим режимом работы, обеспечивающего вращение электрической дуги под действием внешне-наложенного магнитного поля. Объектом исследования служил водоохлаждаемый дуговой электроплазменный реактор, рабочая камера которого состояла из графитового цилиндрического анода, центрально-расположенного графитового катода и внешней кольцевой электромагнитной катушки [11], [12], [13]. Предложенная конфигурация позволила реализовать контролируемое дуговращение, что принципиально влияло на распределение теплового поля и параметры плазмы.

Задачи исследования подразделялись на следующие этапы: расчёт параметров электромагнитной катушки и вычисление основных параметров плазмы. Используемыми методами исследования являлись: аналитические расчёты электромагнитных параметров катушки; численное моделирование электродуговой зоны методом конечных элементов (МКЭ); приближение Штеенбека для описания распределения температуры в плазменно-дуговом канале; кинетическая теория плазмы для расчёта концентрации заряженных частиц и Ленгмюровских колебаний; уравнения переноса для определения электропроводности плазмы; вычислительные методы моделирования теплового поля и анализ устойчивости системы с учётом магнитогидродинамических эффектов.

Актуальность работы обусловлена необходимостью повышения энергоэффективности и надёжности плазменных реакторов за счёт управляемого вращения дуги. Разработанная модель может быть использована для оптимизации конструкции и режимов работы промышленных установок.

Методы и принципы исследования

Представленная в работе физико-математическая модель электроплазменного реактора рассматривается как совокупность аналитических и численных соотношений, описывающих электромагнитные, тепловые и плазменно-динамические процессы в реакторе. Модель включает в себя следующие расчеты: расчёт параметров электромагнитной катушки; моделирование электродуговой зоны и теплового поля; определение электрофизических параметров дуги с использованием приближения Штеенбека; оценку концентрации заряженных частиц и Ленгмюровских колебаний; расчёт электропроводности плазмы и угловой скорости вращения дуги. Основу расчетов составляют базовые уравнения. Например, расчёты магнитной индукции основаны на уравнениях магнитостатики; моделирование теплового поля опирается на уравнение теплопроводности; оценка электропроводности плазмы выполнена с привлечением кинетической теории плазмы, учитывающей уравнения переноса зарядов. Хотя в работе не решается полная система уравнений магнитной гидродинамики (МГД), используемые соотношения (расчёт магнитной индукции, силы Лоренца, электропроводности плазмы) являются её частными случаями для стационарного режима и заданных граничных условий.

Для вычисления основных характеристик работы электроплазменного реактора с динамическим режимом вращения дуги первоначально производилась натурная съемка размерных параметров его основных узлов и агрегатов, а также постановка конкретных задач для моделирования и расчета работы установки.

Основные результаты

Представленная модель опирается на базовые уравнения электродинамики и кинетической теории плазмы, а также включает в себя взаимосвязанные блоки расчётов электромагнитных, тепловых и плазменно-динамических процессов, в которых описаны: входные параметры (геометрия реактора, питающее напряжение, ток и т. д.) и расчёты (электромагнитный, тепловой, плазменно-динамический) и их взаимосвязь, а также выходные (определяемые) параметры (мощность, плотность тока, угловая скорость и т. д.).

Расчет электромагнитных характеристик водоохлаждаемой катушки-соленоида. Внешне-наложенная катушка-соленоид имела следующие геометрические параметры: диаметр катушки, $D_{\text{кат}} = 1$ м, собранной из полый медной трубки, с диаметром, $d_{\text{труб}} = 8$ мм, с плотной многослойной намоткой соленоида шириной (высотой), $l_{\text{сол}} = 13$ см и толщиной обмотки, $t_{\text{обм}} = 9$ см. Питающее катушку-соленоид постоянное напряжение составляет $U_{\text{сол}} = 40$ В, а сила тока $I_{\text{сол}} = 20$ А. Поэтому подробный расчет магнитных характеристик водоохлаждаемой катушки-соленоида производился по следующим данным:

- Диаметр соленоида, $D_{\text{кат}} = 1,0$ м;
- Высота (ширина) соленоида, $l_{\text{сол}} = 13$ см = 0,13 м;
- Толщина обмотки соленоида, $t_{\text{обм}} = 9$ см = 0,09 м;
- Диаметр медной трубки, $d_{\text{труб}} = 8$ мм = 0,008 м;
- Питающий ток, $I_{\text{сол}} = 20$ А;
- Питающее напряжение, $U_{\text{сол}} = 40$ В.

I. Оценка числа витков, N

Для получения стабильных и максимальных магнитных характеристик необходимо чтобы обмотка была многослойная и плотноуложенная. Поэтому, чтобы оценить N , нужно определить, сколько витков уложено по высоте и по радиусу (толщине).

1. Определение числа витков по высоте (на один слой):

Высота соленоида, $l_{\text{сол}} = 0,13$ м, диаметр трубки $d_{\text{труб}} = 0,008$ м поэтому, при плотной намотке число витков в одном слое будет:

$$N_{\text{выс. витков}} = l_{\text{сол}} / d_{\text{труб}} = 0,13 / 0,008 = 16,25 \approx 16 \text{ витков (0,25 - зазоры);} \quad (1)$$

2. Определение числа слоев по радиусу (толщине):

Толщина обмотки, $t_{\text{обм}} = 0,09$ м, диаметр трубки $d_{\text{труб}} = 0,008$ м поэтому, при плотной намотке число слоев будет:

$$N_{\text{слоев}} = t_{\text{обм}} / d_{\text{труб}} = 0,09 / 0,008 = 11,25 \approx 11 (0,25 - \text{зазоры}); \quad (2)$$

3. Определение общего числа витков:

$$N_{\text{слоев}} = t_{\text{обм}} / d_{\text{труб}} = 0,09 / 0,008 = 11,25 \approx 11 (0,25 - \text{зазоры}); \quad (3)$$

II. Расчет магнитной индукции внутри соленоида, B

Для данного соленоида применяется следующая формула:

$$B = \mu_0 * n * I_{\text{сол}} \quad (4)$$

где: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная; $n = N_{\text{общ}}/l_{\text{сол}}$ — число витков на единицу длины; $I_{\text{сол}} = 20$ А — питающий ток.

1. Находим n : $n = N_{\text{общ}}/l_{\text{сол}} = 176/0,13 = 1353,85$ витков/м;

2. Вычисляем B : $B = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1353,85 \cdot 20 = 34 \cdot 10^{-3} = 34$ мТл.

Полученное значение указывает на то, что соленоид не очень длинный ($l_{\text{сол}} = 0,13$ м, $D_{\text{кат}} = 1,0$ м), поэтому поле в центре будет немного меньше, чем полученное по формуле для «длинного» соленоида, но, расчетное значение $B = 34$ мТл с учетом геометрии катушки приемлемо.

III. Расчет индуктивности соленоида, L

Для расчета индуктивности соленоида воспользуемся формулой расчета соленоида без сердечника:

$$L = \frac{\mu_0 \cdot N_{\text{общ}}^2 \cdot S}{l_{\text{сол}}} \quad (5)$$

где: S — площадь поперечного сечения соленоида, м^2 ; $N_{\text{общ}} = 176$ — число его витков; $l_{\text{сол}} = 0,13$ м — его длина.

1. Находим S :

Диаметр соленоида $D_{\text{кат}} = 1,0$ м, а значит его радиус $r = D_{\text{кат}}/2 = 0,5$ м, поэтому $S = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot (0,5)^2 = 0,785 \text{ м}^2$.

2. Находим L :

Индуктивность соленоида равна: $L = (4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 176^2 \cdot 0,785)/0,13 = 234,9 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} \approx 235 \text{ мГн}$.

IV. Расчет энергии магнитного поля, W

Для расчета энергии магнитного поля воспользуемся следующей формулой:

$$W = \frac{1}{2} L I^2 \quad (6)$$

Подставляем значения и решаем: $W = 1/2 \cdot 235 \cdot 10^{-3} \cdot (20)^2 = 47 \text{ Дж}$.

V. Расчёт магнитного потока через один виток соленоида, Φ

Формула для расчета магнитного потока через один виток определяется соотношением данного потока Φ через плоскую поверхность (виток) в однородном поле:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \theta \quad (7)$$

где: B — магнитная индукция (Тл); S — площадь витка (м^2); θ — угол между вектором $\vec{B}$ и нормалью к плоскости витка.

Для соленоида поле $\vec{B}$ направлено вдоль оси, а плоскость витка перпендикулярна оси, следовательно $\theta = 0^\circ$, а $\cos 0^\circ = 1$, поэтому $\Phi = B \cdot S$.

1. Находим площадь витка, $S_{\text{витк}}$.

Принимаем виток за круг радиусом $r = D_{\text{кат}}/2 = 0,5$ м, поэтому:

$$S_{\text{витк}} = \pi r^2 = 3,14 \cdot (0,5)^2 = 0,785 \text{ м}^2$$

2. Находим поток Φ :

Подставляем $B = 34$ мТл и $S_{\text{витк}} = 0,785 \text{ м}^2$ в формулу, тогда:

$$\Phi = 34 \cdot 10^{-3} \cdot 0,785 = 0,0267 \text{ Вб} = 26,7 \text{ мВб}$$

Таким образом, получаем итоговые характеристики катушки-соленоида:

1. Магнитная индукция в центре соленоида: $B = 34$ мТл;

2. Индуктивность соленоида: $L = 235$ мГн;

3. Энергия магнитного поля: $W = 47$ Дж;

4. Число витков катушки-соленоида: $N_{\text{общ}} = 176$ витков;

5. Магнитный поток через один виток катушки-соленоида: $\Phi = 26,7$ мВб.

Составление физико-математической модели работы электроплазменного реактора с расчетом электродуговой зоны и генерируемой в ней мощности и температуры.

Рассматриваемый реактор (рисунок 1.) состоит из анода, набранного из колец (кольцевой камеры) с внутренним диаметром 30 см и высотой — 50 см и цилиндрического катода центрально-осевого расположения с диаметром 5 см. Все электроды (анод и катод) конструктивно выполнены из графита. Питающее постоянное напряжение $U_{\text{пит}} = 250$ В, а сила тока $I = 200$ А. Для равномерности и стабильности работы реактора (чтобы не происходило локальных перегревов, а поступающий материал обрабатывался равномерно) электрическая дуга вращается с помощью внешней катушки-соленоида [11], [14], [15].

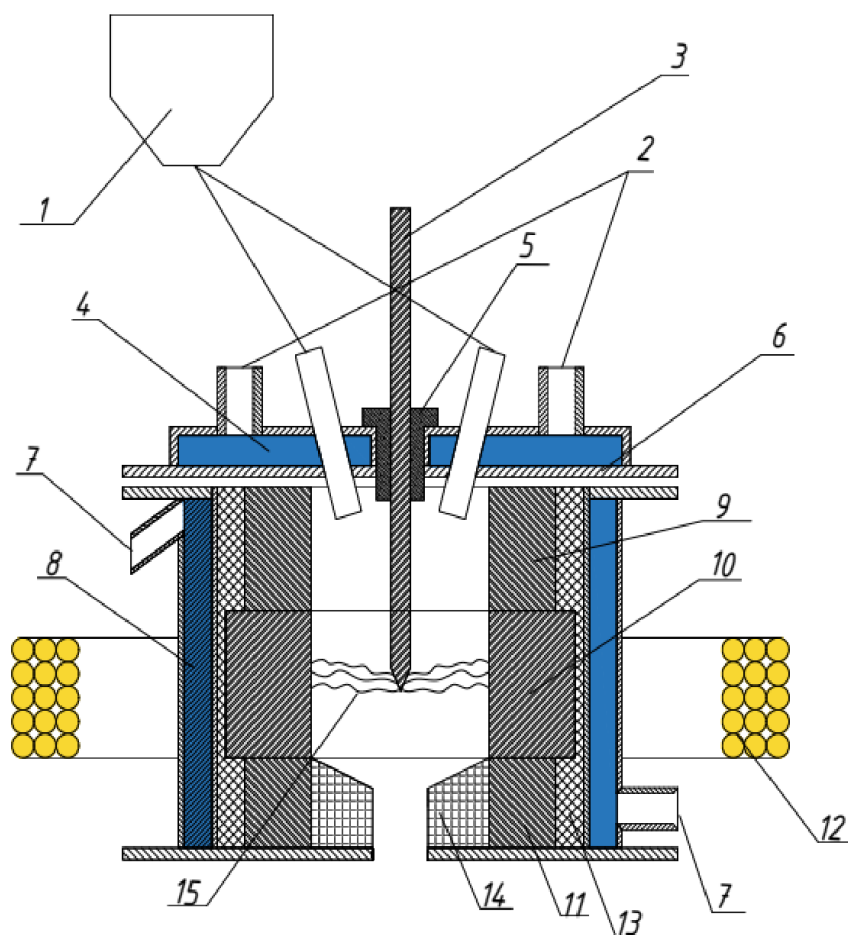


Рисунок 1 - Схема электроплазменного реактора:

1 – бункер подачи сырья; 2 – патрубки ввода и вывода охлаждающей жидкости (вода) в верхней реакторной крышке; 3 – центральный графитовый электрод (катод); 4 – охлаждающая жидкость (вода); 5 – вставка-изолятор; 6 – крышка плазменного реактора; 7 – патрубки ввода и вывода охлаждающей жидкости (вода) в ватерjackете реактора; 8 – охлаждающая жидкость (вода) в ватерjackете; 9 – верхнее графитовое анодное кольцо; 10 – центральное анодное графитовое кольцо; 11 – нижнее графитовое анодное кольцо с выемкой для установки диафрагмы; 12 – электромагнитная катушка-соленоид; 13 – уплотняющая электроконтактная графитовая крошка; 14 – графитовая диафрагма; 15 – электродуговой промежуток (генерация электроплазмы)

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.169.37.1>

VI. Составление комплексного описания (модели) электродуговой зоны и теплового поля для заданной конфигурации реактора.

1. Рассмотрение геометрии системы (реактора) с обозначением ключевых размеров:

Диаметр анода (кольцевой, внутренний): $D_{\text{анод}} = 0,3 \text{ м}$;

Высота анода (камеры): $H_{\text{анод}} = 0,5 \text{ м}$;

Диаметр катода (цилиндр): $d_{\text{катод}} = 0,05 \text{ м}$.

Так как катод в реакторе имеет центральное расположение, определяем межэлектродный промежуток (дуговой зазор):

$$\delta = \frac{D_{\text{анод}} - d_{\text{катод}}}{2} = \frac{0,3 - 0,05}{2} = 0,125 \text{ м}$$

2. Определение электрофизических параметров дуги:

Рассчитываем мощность, генерируемую дугой.

Полная электрическая мощность, выделяемая в дуге равна:

$$P = U_{\text{пит}} * I = 250 * 200 = 50000 \text{ Вт} = 50 \text{ кВт}$$

Рассчитываем катодную плотность тока.

Для этого находим площадь поперечного сечения катода:

$$S_{\text{катод}} = \frac{\pi d_{\text{катод}}^2}{4} = \frac{3,14 * (0,05)^2}{4} = 1,96 * 10^{-3} \text{ м}^2$$

Из полученного значения определяем плотность тока:

$$J_{\text{катод}} = \frac{I}{S_{\text{катод}}} = \frac{200 \text{ А}}{1,96 * 10^{-3}} \approx 102000 \text{ А/м}^2 = 10,2 \text{ А/мм}^2;$$

Рассчитываем сопротивление дуги.

Из закона Ома находим сопротивление дуги:

$$R_{\text{дуги}} = \frac{U_{\text{пит}}}{I} = \frac{250}{200} = 1,25 \text{ Ом}$$

Так как дуга постоянно вращается, для создания равномерности термообработки материала необходимо произвести определение параметров ее магнитного управления.

3. Расчет параметров взаимодействия дуги с магнитным полем:

Предварительно проводим расчет энергии магнитного поля для проверки согласованности данных, полученных в расчете катушки-соленоида по формуле [16]:

$$W = \frac{LI_{\text{сол}}^2}{2} \Rightarrow I_{\text{сол}} = \sqrt{\frac{2W}{L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 47}{0,235}} = 20 \text{ А} \quad (8)$$

где: $I_{\text{сол}}$ — ток в соленоиде (расчет совпадает с экспериментом).

Определяем магнитный поток, проходящий по соленоиду:

$$\Phi = N_{\text{общ}} * \Phi_1 = 176 * 0,0267 = 4,7 \text{ Вб.}$$

Используя формулу магнитный потока $\Phi = B * S_{\text{витк}} * N_{\text{общ}}$ также легко найти и площадь поперечного сечения соленоида: $S_{\text{сол}} = \Phi / (B * N_{\text{общ}}) = 4,7 / (0,034 * 176) = 0,785 \text{ м}^2$ (расчет также совпадает с экспериментом).

Полученные данные полностью согласуются с данными экспериментов, что дает возможность вычислить силу Лоренца, действующую на дугу [17]. Таким образом, электродуговая плазма в своем вращательном движении испытывает воздействие следующей силы:

$$\vec{F}_{\text{Лор}} = I * \vec{l} * \vec{B} \quad (9)$$

где: $\vec{l}$ — вектор длины дуги (ориентирован вдоль тока), поэтому модуль силы (при перпендикулярности $\vec{l}$ и $\vec{B}$) определяется как $\vec{F}_{\text{Лор}} = I * l * B$. Для нахождения численного решения приравняем вектор длины дуги к межэлектродному промежутку $\vec{l} \approx \delta = 0,125 \text{ м}$, тогда сила Лоренца смещающая дугу становится равной: $\vec{F}_{\text{Лор}} = 200 * 0,125 * 0,034 = 0,85 \text{ Н}$.

Вычисленная сила вращает и стабилизирует дугу, тем самым предотвращая локальный перегрев электроплазменной камеры, а также обеспечивает равномерность термообработки материала [18].

VII. Расчет модели электродуговой зоны (по приближению Штеенбека).

Воспользуемся формулой Штеенбека для расчета внутридуговой температуры плазмы [19], [20]:

$$T_e \approx \frac{U_{\text{пит}}}{k} * \ln \left(1 + \frac{I}{I_0} \right) \quad (10)$$

где: k — коэффициент, зависящий от плазмообразующего газа (для воздуха $k \approx 0,026 \text{ В}$); I_0 — пороговый ток (для воздуха $I_0 \approx 10 \text{ А}$).

Вычисляем $T_e = 250 / 0,026 * \ln(1 + 200 / 10) \approx 9615 * \ln 21 \approx 9615 * 3,045 \approx 29280 \text{ К}$.

Таким образом, внутридуговая температура плазмы по Штеенбеку равна $T_e \approx 29,3 \text{ кК}$ (в зоне канала дуги). Данная температура показывает оценочное значение; реальная же температура в плазменно-дуговой камере значительно ниже в связи с потерями на излучение и теплопроводность.

2. Проведение расчета распределения тока по сечению с оценкой характерного радиуса плазменного столба, $r_{\text{пл.ст}}$.

Оцениваем $r_{\text{пл.ст}}$ через плотность тока. Средняя плотность тока $J_{\text{ср}}$ характеризуется следующей зависимостью:

$$J_{\text{ср}} = \frac{I}{\pi r_{\text{пл.ст}}^2} \quad (11)$$

Используя полученную ранее катодную плотность тока, имеющую величину $J_{\text{катод}} \approx 102 \text{ кА/м}^2$ (типичную для воздушных дуг), и приравняв $J_{\text{ср}} = J_{\text{катод}}$ получаем следующее решение:

$$r_{\text{пл.ст}} \approx \sqrt{\frac{I}{\pi J_{\text{катод}}}} = \sqrt{\frac{200}{3,14 * 102 * 10^3}} \approx 0,025 \text{ м.}$$

3. Исходя из закона Ома и модели однородного поля [21], находим его напряженность (E), принимая $d = \delta = 0,125 \text{ м}$ (межэлектродный промежуток):

$$E = \frac{U_{\text{пит}}}{d} = \frac{250}{0,125} = 2000 \text{ В/м} \quad (12)$$

4. Полученные выше данные позволяют определить тепловыделение в плазменно-дуговом столбе, тем самым установив объемную мощность джоулевого нагрева:

$$q_V = \sigma(T)E^2 \approx J_{\text{ср}} E = 102 * 10^3 * 2000 = 204 \text{ МВт/м}^3 \quad (13)$$

Полученные данные дают возможность вычислить динамику нагрева (выделенную энергию) по следующей формуле:

$$Q = P * t \quad (14)$$

где: P — полная электрическая мощность, выделяемая в дуге; t — время работы реактора.

В качестве примера, при экспериментальной работе реактора, составляющей $t = 10 \text{ мин.}$, получаем:

$$Q = 50000 * 600 = 30 \text{ МДж}$$

5. Верификация модели (проверка расчетов):

Вычисленный радиус канала плазменно-дугового столба ($r_{\text{пл.ст}} \approx 0,025 \text{ м}$) меньше межэлектродного промежутка (дугового зазора) составляющего: $\delta = 0,125 \text{ м}$;

Установленное расчетным путем соотношение $\gamma_{пл.ст}/\delta = 0,2$ соответствует литературным данным, полученным для воздушных дуг [22];

При установленном радиусе канала плазменно-дугового столба составляющем $r_{пл.ст} \approx 0,025$ м, определяется плотность тока в столбе: $J_{дуг} = I/(\pi r_{пл.ст}^2) = 200/(3,14 \cdot 0,025^2) = 101,91 \cdot 10^3 \approx 102\ 000$ А/м², что также находит свое подтверждение в литературе, в расчетах плазменно-дуговых разрядов [23].

Найденные расчетным путем значения радиуса плазменного столба и плотности тока позволяют также определить среднее значение концентрации электронов в плазме.

VIII. Проведение расчета концентрации заряженных частиц (электронов, n_e) через ток.

Используя полученные и справочные данные [24], а именно плотность тока, $J_{дуг} \approx 102$ кА/м²; напряженность поля $E = 2000$ В/м; заряд электрона, $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, определяем связь плотности тока и концентрации электронов наблюдающуюся из следующего соотношения:

$$J_{дуг} = n_e q_e \vec{V}_{дрейф} \quad (15)$$

где: n_e — концентрация заряженных частиц; q_e — заряд электрона; $\vec{V}_{дрейф}$ — дрейфовая скорость ионов.

1. Определение дрейфовой скорости, $\vec{V}_{дрейф}$.

Определение параметра напряженности однородного электроплазменного поля позволяет провести расчетное исследование дрейфовой скорости плазмы ($\vec{V}_{дрейф}$) для ионов в электрическом поле [25].

Дрейфовую скорость ионов в электрическом поле определяем, как баланс следующих сил:

$$q_e E = m_i v_{im} \vec{V}_{дрейф} \quad (16)$$

где: q_e — заряд электрона ($1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл); E — напряженность поля (2000 В/м); m_i — масса иона (для азота $N_2^+ = 4,7 \cdot 10^{-26}$ кг); v_{im} — частота столкновений ионов с электронами и другими частицами.

2. Определение частоты столкновений, v_{im} .

Частоту столкновений ионов с электронами и иными частицами определяем, как баланс следующих сил:

$$v_{im} = n_o \zeta \vec{V}_{th} \quad (17)$$

где: n_o — концентрация молекул воздуха при нормальных условиях (273 К; 101,325 кПа); ζ — сечение столкновений (эффективное сечение рассеяния, принимаемое за $\approx 10^{-22}$ м² [26]); $\vec{V}_{th}$ — тепловая скорость ионов

(равная, $\vec{V}_{th} = \sqrt{\frac{K_B T_i}{m_i}}$). Таким образом, дрейфовая скорость принимает следующий вид:

$$\vec{V}_{дрейф} = \frac{q_e E}{m_i v_{im}} \quad (18)$$

3. Расчет нахождения n_o .

Определяем концентрацию молекул воздуха, используя уравнение состояния идеального газа и число Авогадро, по следующей формуле [27]:

$$n_o = \frac{P N_A}{RT} \quad (19)$$

где: P — атмосферное давление (101,325 кПа при н.у.); N_A — число Авогадро ($6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹); R — универсальная газовая постоянная (8,31 Дж/моль·К); T — абсолютная температура (0° С или 273 К).

Подставив значения, получаем:

$$n_o = \frac{101325 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{8,31 \cdot 273} = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$$

4. Расчет нахождения $\vec{V}_{th}$.

Тепловую скорость ионов, определим по следующей формуле:

$$\vec{V}_{th} = \sqrt{\frac{K_B T_i}{m_i}} \quad (20)$$

где: K_B — постоянная Больцмана ($1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/к); m_i — масса иона (для азота $N_2^+ = 4,7 \cdot 10^{-26}$ кг); $T_i \approx 300$ К (принимается из допущения, что плазма низкотемпературная, поэтому степень ионизации мала в связи с низким обменом энергии с электронами) [28], [29], [30].

Подставив значения, получаем:

$$\vec{V}_{th} = \sqrt{\frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{4,7 \cdot 10^{-26}}} = 296,8 \approx 297 \text{ м/с.}$$

5. Расчет нахождения v_{im} .

Подставляем ранее вычисленные значения и получаем следующее решение:

$$v_{im} = 2,69 \cdot 10^{25} \cdot 10^{-22} \cdot 297 \approx 0,7 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$$

Вычисляем дрейфовую скорость, $\vec{V}_{дрейф}$.

$$\vec{V}_{дрейф} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2000}{4,7 \cdot 10^{-26} \cdot 0,7 \cdot 10^6} = \frac{3200 \cdot 10^{-19}}{3,29 \cdot 10^{-20}} = 9726.$$

Округлив, окончательно принимаем дрейфовую скорость ионов за $\vec{V}_{дрейф} \approx 10000$ м/с.

Нахождение дрейфовой скорости ионов позволяет вычислить концентрацию заряженных частиц (электронов, n_e):

$$n_e = \frac{J_{\text{дуг}}}{q_e \vec{V}_{\text{дрейф}}} = \frac{102000}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4} = 0,64 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}.$$

Проведенные выше расчеты позволяют также провести вычисления внутривлазменных (Ленгмюровских) колебаний.

IX. Расчет Ленгмюровских колебаний в плазме.

Определяем Ленгмюровскую частоту плазмы по следующей формуле [31], [32], [33]:

$$\omega_{\text{пл}} = \sqrt{\frac{n_e q_e^2}{m_e \epsilon_0}} \quad (21)$$

где: n_e — концентрация заряженных частиц; q_e — заряд электрона ($q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл); m_e — масса электрона ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг); ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость воздуха ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м).

Подставляем значения в формулу:

$$\omega_{\text{пл}} = \sqrt{\frac{0,64 \cdot 10^{20} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}} \approx 4,51 \cdot 10^{11} \text{ рад/с}$$

Также определяем период колебаний:

$$T_{\text{пл}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{пл}}} = \frac{6,28}{4,51 \cdot 10^{11}} = 1,39 \cdot 10^{-11} \text{ с}$$

Таким образом, в плазме с представленными характеристиками возникают высокочастотные колебания, с частотой ≈ 451 ГГц, влияющие на устойчивость дуги.

X. Определение электропроводности плазмы дугового канала.

Для расчета электропроводности имеется два способа решения, с сопоставлением полученных данных [34], [35]:

1. Расчет через закон Ома (макроскопический метод).

$$G = \frac{J_{\text{катод}}}{E} = \frac{102000}{2000} = 51 \text{ См/м};$$

2. Расчет через микроскопические параметры плазмы (кинетический метод).

Так как температура дуги, полученная по приближению Штеенбека, достаточно высокая (29,3 кК), то можно применить следующую формулу:

$$G \approx \frac{n_e q_e^2}{m_e v_{ei}}, \quad (22)$$

где: n_e — концентрация заряженных частиц ($n_e = 0,64 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$); q_e — заряд электрона ($q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл); m_e — масса электрона ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг); v_{ei} — частота электрон-ионных столкновений.

Вычисляем v_{ei} (для $T_e \approx 29280$ К) по следующей формуле:

$$v_{ei} \approx 2,9 \cdot 10^{-6} n_e \ln \Lambda T_e^{-3/2} \quad (23)$$

где: n_e — концентрация заряженных частиц ($n_e = 0,64 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$); $\ln \Lambda \approx 12$ (справочные данные для плотной плазмы) [36], [37], [38]; $T_e \approx 29280$ К.

$v_{ei} \approx 2,9 \cdot 10^{-6} \cdot 0,64 \cdot 10^{20} \cdot 12 \cdot (29280)^{-3/2}$ вычисляем $(29280)^{-3/2} \approx 1,99 \cdot 10^{-7}$ получаем $v_{ei} \approx 2,9 \cdot 10^{-6} \cdot 0,64 \cdot 10^{20} \cdot 12 \cdot 1,99 \cdot 10^{-7} \approx 4,43 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$.

Тогда, по полученным данным находим

$$G \approx \frac{n_e q_e^2}{m_e v_{ei}} = \frac{0,64 \cdot 10^{20} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4,43 \cdot 10^8} \approx \frac{1,6384 \cdot 10^{-18}}{40,313 \cdot 10^{-21}} \approx 40,64 \text{ См/м}$$

Производим анализ расхождений:

1. Закон Ома: $G = 51$ См/м;

2. Кинетическая теория: $G = 40,64$ См/м;

Расхождение $\approx 20\%$.

Объяснение данному факту:

1. Приближенность формулы для нахождения v_{ei} ;

2. Предполагаемая однородность плазмы (в реальных условиях n_e и T_e могут меняться по сечению столба дуги);

3. Упрощение расчета v_{ei} (использование усредненного логарифма, $\ln \Lambda \approx 12$).

Вывод:

При инженерных расчетах можно принять $G = 40-50$ См/м (усредненные значения двух методов). Из расчета следует, что электропроводность растет с температурой. Таким образом, при $T_e \approx 29,3$ кК плазма достаточно проводящая (сопоставима с расплавами солей).

XI. Определение угловой скорости вращения дуги.

В заключение нашего расчета определим угловую скорость вращения дуги для этого оценим линейную скорость $\vec{v}_{\text{лин}}$ из баланса сил, по формуле [39], [40], [41]:

$$\vec{F}_{\text{лор}} = K \cdot \vec{v}_{\text{лин}}, \quad (24)$$

где: K — коэффициент аэродинамического сопротивления плазмы [42], [43], [44], [45].

Для грубой, инженерной оценки принимаем $K = 0,1$ Нс/м и из представленного значения находим $\vec{v}_{\text{лин}}$.

$$\vec{v}_{\text{лин}} \approx \frac{\vec{F}_{\text{лор}}}{K} \approx \frac{0,85}{0,1} = 8,5 \text{ м/с}.$$

Преобразуем найденную линейную скорость в угловую скорость вращения дуги. Для этого разделим линейную скорость на радиус плазменного столба:



$$\omega = \frac{\overline{v_{\text{лин}}}}{\overline{F_{\text{лор}}}} = \frac{8,5}{0,025} = 340 \text{ рад/с} \approx 54 \text{ об/с}.$$

Заключение

В ходе исследования разработана и рассчитана физико-математическая модель работы электроплазменного реактора в динамическом режиме дуговращения. Получены следующие основные результаты:

1. Определены параметры электромагнитной катушки, обеспечивающие необходимое магнитное поле для вращения дуги: количество витков, индуктивность, энергия магнитного поля и магнитный поток через один виток;
2. Проведено численное моделирование электродуговой зоны и теплового поля, позволившее визуализировать распределение температуры и плотности тока в реакторе;
3. Рассчитаны ключевые электрические параметры дуги: мощность, катодная плотность тока и сопротивление, с учётом приближения Штеенбека;
4. Определена концентрация заряженных частиц, включая электронную плотность и оценена частота Ленгмюровских колебаний в плазме, что позволило уточнить динамику плазмообразования;
5. Установлена электропроводность плазмы дугового канала, учитывающая влияние температуры, давления и степени ионизации;
6. Рассчитана угловая скорость вращения дуги, обеспечивающая равномерное распределение теплового потока и снижение локальных тепловых нагрузок на стенки реактора;
7. Выявлены зависимости между конструктивными параметрами электроплазменного реактора и стабильностью вращения дуги.

Основные выводы по работе:

- проведенное численное моделирование позволяет определить основные параметры электроплазменного реактора, работающего в динамическом режиме дуговращения;
- электромагнитная катушка-соленоид управляющая дуговращением позволяет добиться равномерности теплоэнергетического выделения, большей полноты термообработки материала и снижения чрезмерных тепловых нагрузок на стенки реактора;
- разработанная физико-математическая модель объединяет электромагнитный, тепловой и плазменно-динамический расчеты, что позволяет прогнозировать ключевые параметры работы реактора и оптимизировать его конструкцию.

Представленные в исследовании результаты демонстрируют эффективность управления электроплазменным реактором с помощью внешнего электромагнитного воздействия. Полученные методом моделирования данные также намечают дальнейшие перспективы, связанные с расчетом ключевых параметров работы установки под конкретно решаемые технологические задачи и, кроме того, дают возможность прогнозирования влияния внешних факторов (давление, состав газовой среды) на стабильность дуговращения и возможную оптимизацию конструкции реактора для повышения его энергоэффективности.

Финансирование

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 26-27-20030 «Научное обоснование и разработка экологически чистых технологий переработки техногенных минеральных отходов»).

Конфликт интересов

Не указан.

Рецензия

Все статьи проходят рецензирование. Но рецензент или автор статьи предпочли не публиковать рецензию к этой статье в открытом доступе. Рецензия может быть предоставлена компетентным органам по запросу.

Funding

The work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 26-27-20030 "Scientific substantiation and development of environmentally friendly technologies for processing man-made mineral waste").

Conflict of Interest

None declared.

Review

All articles are peer-reviewed. But the reviewer or the author of the article chose not to publish a review of this article in the public domain. The review can be provided to the competent authorities upon request.

Список литературы / References

1. Патон Б.Е. Плазменные процессы в металлургии и технологии неорганических материалов: к 70-летию акад. Н.Н. Рыкалина / Б.Е. Патон. — Москва: Наука, 1973. — 242 с.
2. Клубникин В.С. Электроплазменные процессы и установки в машиностроении / В.С. Клубникин, А.В. Донской. — Ленинград: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1979. — 221 с.
3. Сергеев П.В. Энергетические закономерности руднотермических электропечей, электролиза и электрической дуги / П.В. Сергеев. — Алма-Ата: Изд-во Акад. наук КазССР, 1963. — 251 с.
4. Туманов Ю.Н. Плазменные и высокочастотные процессы получения и обработки материалов в ядерном топливном цикле: настоящее и будущее / Ю.Н. Туманов. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2003. — 760 с.
5. Волокитин Г.Г. Плазменная обработка материалов. Учебное пособие / Г.Г. Волокитин, И.А. Лысак, А.С. Аньшаков. — Томск: Изд-во ТГАСУ, 2009. — 199 с.
6. Жуков М.Ф. Плазмотроны. Исследования. Проблемы / М.Ф. Жуков, А.Н. Тимошевский [и др.]. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1995. — 203 с.
7. Туманов Ю.Н. Плазменные, высокочастотные, микроволновые и лазерные технологии в химико-металлургических процессах / Ю.Н. Туманов. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 968 с.

8. Рыкалин Н.Н. Металлургические ВЧ-плазмотроны. Электро- и газодинамика / Н.Н. Рыкалин, Л.М. Сорокин. — Москва: Наука, 1987. — 161 с.
9. Брон О.Б. Движение электрической дуги в магнитном поле / О.Б. Брон. — Москва; Ленинград: Гос. энергет. изд-во, 1944. — 214 с.
10. Гольдфарб В.М. Исследование электронных процессов в дуге, высокочастотном разряде и потоках ионизованного газа: дис. ... д-ра физ.-мат. наук / Гольдфарб Виктор Маркович. — Ленинград, 1972. — 392 с.
11. Сергеев П.В. Электрическая дуга в электродуговых реакторах / П.В. Сергеев. — Алма-Ата: Наука. КазССР, 1978. — 140 с.
12. Буянтуев С.Л. Физическая модель электродуговой зоны в плазменном реакторе совмещенного типа / С.Л. Буянтуев, А.С. Кондратенко // Вестник Бурятского государственного университета, сер. Физика. — 2013. — № 3. — С. 114–119.
13. Ибраев Ш.Ш. Характеристики электродугового реактора коаксиального типа, предназначенного для термической переработки пылей / Ш.Ш. Ибраев, П.В. Сергеев, В.П. Сакипов В.П. [и др.] // Проблемы теплоэнергетики и прикладной теплофизики. — Алма-Ата: Наука КазССР, 1979. — Вып. 11. — С. 135–142.
14. Сергеев П.В. К определению плотности тока электродных пятен электрической дуги / П.В. Сергеев, Г.А. Шепель // Инженерно-физический журнал. — 1967. — Т. XIII. — № 2. — С. 436–441.
15. Жуков М.Ф. Физические основы техники электродугового нагрева газа / М.Ф. Жуков, Г.-Н.Б. Дандарон, В.К. Литвинов. — Магнитогорск: МГМИ, 1988. — 85 с.
16. Брон О.Б. Движение электрической дуги в магнитном поле / О.Б. Брон // Электричество. — 1966. — № 7. — С. 76–81.
17. Жуков М.Ф. Прикладная динамика термической плазмы / М.Ф. Жуков, А.С. Коротеев, Б.А. Урюков. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1975. — 298 с.
18. Жуков М.Ф. Приэлектродные процессы в дуговых разрядах / М.Ф. Жуков, Н.П. Козлов [и др.]. — Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1982. — 157 с.
19. Steenbeck M. Der lichtbogen zwischen senkrecht auf der kathode stehenden kreisringförmigen elektroden / M. Steenbeck // Zeitschrift für Physik. — 1930. — Vol. 66. — S. 689–706.
20. Энгель А. Физика и техника электрического разряда в газах / А. Энгель, М. Штеенбек. — Москва; Ленинград: ОНТИ. Глав. ред. общетехн. лит-ры и номографии, 1935–1936. — 2 т.
21. Месяц Г.А. Сильноточные импульсные электронные пучки в технологии / Г.А. Месяц. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1983. — 168 с.
22. Ландау Л.Д. Электродинамика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — Москва: Физматгиз, 1959. — 532 с.
23. Рухадзе А.А. Физика сильноточных электроразрядных источников света / А.А. Рухадзе, А.Ф. Александров. — Москва: URSS, 2012. — 183 с.
24. Кухлинг Х. Справочник по физике / Х. Кухлинг. — Москва: Мир, 1982. — 520 с.
25. Райзер Ю.П. Физика газового разряда / Ю.П. Райзер. — Москва: Наука, 1987. — 590 с.
26. Браун С.С. Элементарные процессы в плазме газового разряда / С.С. Браун. — Москва: Госатомиздат, 1961. — 323 с.
27. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике / Д.А. Франк-Каменецкий. — Москва: Наука, 1987. — 490 с.
28. Арцимович Л.А. Элементарная физика плазмы / Л.А. Арцимович. — Москва: Атомиздат, 1969. — 191 с.
29. Смирнов Б.М. Физика слабоионизованного газа в задачах с решениями / Б.М. Смирнов. — Москва: Наука, 1972. — 416 с.
30. Калиткин Н.Н. Математические модели физики плазмы (обзор) / Н.Н. Калиткин, Д.П. Костомаров // Математическое моделирование. — 2006. — Т. 18. — № 11. — С. 67–94.
31. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме / В.Л. Гинзбург. — Москва: Наука, 1967. — 683 с.
32. Гинзбург В.Л. Волны в магнитоактивной плазме / В.Л. Гинзбург, А.А. Рухадзе. — Москва: Наука, 1975. — 255 с.
33. Ишимару С. Основные принципы физики плазмы / С. Ишимару. — Москва: Атомиздат, 1975. — 288 с.
34. Александров А.Ф. Основы электродинамики плазмы / А.Ф. Александров, Л.С. Богданкевич, А.А. Рухадзе. — Москва: Высш. школа, 1978. — 407 с.
35. Калиткин Н.Н. Проводимость низкотемпературной плазмы / Н.Н. Калиткин // Теплофизика высоких температур. — 1968. — Т. 6. — № 5.
36. Капцов Н.А. Электрические явления в газах и вакууме / Н.А. Капцов. — Москва: Гостехиздат, 1947. — 808 с.
37. Голант В.Е. Основы физики плазмы / В.Е. Голант, А.П. Жилинский, И.Е. Сахаров. — Москва: Атомиздат, 1977. — 384 с.
38. Фортон В.Е. Физика неидеальной плазмы / В.Е. Фортон, А.Г. Храпак, И.Т. Якубов. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 528 с.
39. Гайнуллин Р.Н. Сопряженное моделирование процессов электродинамики и теплообмена в газоразрядной камере высокочастотного индукционного плазмотрона / Р.Н. Гайнуллин, А.В. Герасимов, А.Р. Герке [и др.] // Вестн. Казан. технол. ун-та. — 2011. — Т. 14. — № 12. — С. 172–177.
40. Спитцер Л. Физика полностью ионизованного газа / Л. Спитцер. — Москва: Мир, 1965. — 212 с.
41. Полак Л.С. Очерки физики и химии низкотемпературной плазмы / Л.С. Полак. — Москва: Наука, 1971. — 434 с.

42. Чен Ф. Введение в физику плазмы / Ф. Чен. — Москва: Мир, 1987. — 398 с.
43. Суржилов С.Т. Физическая механика газовых разрядов / С.Т. Суржилов. — Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. — 640 с.
44. Ким Дин Чер. Исследование энергетического баланса дуги в закрученном потоке газа / Ким Дин Чер // Теплофизика высоких температур. — 1981. — Т. 9. — № 2. — С. 272–278.
45. Ким Дин Чер. Исследование влияния вращения плазмы на характеристики мощной электрической дуги / Ким Дин Чер // Прикладная механика и техническая физика. — 1981. — № 2. — С. 196–202.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Paton B.E. Plazmennye protsessy v metallurgii i tekhnologii neorganicheskikh materialov: k 70-letiyu akad. N.N. Rikalina [Plasma Processes in Metallurgy and Inorganic Materials Technology: Marking the 70th Birthday of Academician N.N. Rikalin] / B.E. Paton. — Moscow: Nauka, 1973. — 242 p. [in Russian]
2. Klubnikin V.S. Elektroplazmennye protsessy i ustanovki v mashinostroenii [Electroplasma processes and equipment in mechanical engineering] / V.S. Klubnikin, A.V. Donskoi. — Leningrad: Engineering. Leningr. Branch, 1979. — 221 p. [in Russian]
3. Sergeev P.V. Energeticheskie zakonomernosti rudnotermicheskikh elektropetchei, elektroliza i elektricheskoi dugi [Energy Principles of Ore-Thermal Electric Furnaces, Electrolysis and the Electric Arc] / P.V. Sergeev. — Alma-Ata: Publishing House of the Academy of Sciences of the Kazakh SSR, 1963. — 251 p. [in Russian]
4. Tumanov Yu.N. Plazmennye i vysokochastotnye protsessy polucheniya i obrabotki materialov v yadernom toplivnom tsikle: nastoyashchee i budushchee [Plasma and high-frequency processes for the production and processing of materials in the nuclear fuel cycle: the present and the future] / Yu.N. Tumanov. — Moscow: FIZMATLIT, 2003. — 760 p. [in Russian]
5. Volokitin G.G. Plazmennaya obrabotka materialov. Uchebnoe posobie [Plasma Treatment of Materials. A Study Guide] / G.G. Volokitin, I.A. Lisak, A.S. Anshakov. — Tomsk: Publishing House TSASU, 2009. — 199 p. [in Russian]
6. Zhukov M.F. Plazmotroni. Issledovaniya. Problemy [Plasmatrons. Research. Challenges] / M.F. Zhukov, A.N. Timoshevskii [et al.]. — Novosibirsk: Publishing House SB RAS, 1995. — 203 p. [in Russian]
7. Tumanov Yu.N. Plazmennye, vysokochastotnye, mikrovolnovye i lazernye tekhnologii v khimiko-metallurgicheskikh protsessakh [Plasma, high-frequency, microwave and laser technologies in chemical-metallurgical processes] / Yu.N. Tumanov. — Moscow: FIZMATLIT, 2010. — 968 p. [in Russian]
8. Rikalin N.N. Metallurgicheskie VCh-plazmotroni. Elektro- i gazodinamika [Metallurgical high-frequency plasmatrons. Electro- and gas dynamics] / N.N. Rikalin, L.M. Sorokin. — Moscow: Nauka, 1987. — 161 p. [in Russian]
9. Bron O.B. Dvizhenie elektricheskoi dugi v magnitnom pole [The Movement of an Electric Arc in a Magnetic Field] / O.B. Bron. — Moscow; Leningrad: State Energy Publishing House, 1944. — 214 p. [in Russian]
10. Goldfarb V.M. Issledovanie elektronnykh protsessov v duge, vysokochastotnom razryade i potokakh ionizovannogo gaza [Investigation of electronic processes in arcs, high-frequency discharges and ionised gas flows]: diss. ... PhD in Physical and Mathematical Sciences / Goldfarb Viktor Markovich. — Leningrad, 1972. — 392 p. [in Russian]
11. Sergeev P.V. Elektricheskaya duga v elektrodugovikh reaktorakh [The electric arc in electric arc reactors] / P.V. Sergeev. — Alma-Ata: Nauka. KazSSR, 1978. — 140 p. [in Russian]
12. Buyantuev S.L. Fizicheskaya model elektrodugovoi zoni v plazmennom reaktore sovmeshchennogo tipa [A physical model of the electric arc zone in a combined-type plasma reactor] / S.L. Buyantuev, A.S. Kondratenko // Vestnik Buryatskogo gosudarstvennogo universiteta, ser. Fizika [Bulletin of Buryat State University, Physics series]. — 2013. — № 3. — P. 114–119. [in Russian]
13. Ibraev Sh.Sh. Kharakteristiki elektrodugovogo reaktora koaksialnogo tipa, prednaznachennogo dlya termicheskoi pererabotki pilei [Characteristics of a coaxial electric arc reactor designed for the thermal processing of dust] / Sh.Sh. Ibraev, P.V. Sergeev, V.P. Sakipov V.P. [et al.] // Problemy teploenergetiki i prikladnoi teplofiziki [Problems of Thermal Power Engineering and Applied Thermophysics]. — Alma-Ata: Nauka KazSSR, 1979. — Iss. 11. — P. 135–142. [in Russian]
14. Sergeev P.V. K opredeleniyu plotnosti toka elektrodnykh pyaten elektricheskoi dugi [On the determination of the current density in the electrode spots of an electric arc] / P.V. Sergeev, G.A. Shepel // Inzhenerno-fizicheskii zhurnal [Journal of Engineering Physics]. — 1967. — Vol. XIII. — № 2. — P. 436–441. [in Russian]
15. Zhukov M.F. Fizicheskie osnovy tekhniki elektrodugovogo nagreva gaza [The Physical Principles of Electric Arc Gas Heating Technology] / M.F. Zhukov, G.-N.B. Dandaron, V.K. Litvinov. — Magnitogorsk: MGMI, 1988. — 85 p. [in Russian]
16. Bron O.B. Dvizhenie elektricheskoi dugi v magnitnom pole [The Movement of an Electric Arc in a Magnetic Field] / O.B. Bron // Elektrichestvo [Electricity]. — 1966. — № 7. — P. 76–81. [in Russian]
17. Zhukov M.F. Prikladnaya dinamika termicheskoi plazmi [Applied Dynamics of Thermal Plasma] / M.F. Zhukov, A.S. Koroteev, B.A. Uryukov. — Novosibirsk: Nauka. Sib. Branch, 1975. — 298 p. [in Russian]
18. Zhukov M.F. Prielektroodnye protsessy v dugovikh razryadakh [Electrode-near processes in arc discharges] / M.F. Zhukov, N.P. Kozlov [et al.]. — Novosibirsk: Nauka, Sib. Branch, 1982. — 157 p. [in Russian]
19. Steenbeck M. Der lichtbogen zwischen senkrecht auf der kathode stehenden kreisringförmigen elektroden [The electric arc between circular ring-shaped electrodes positioned perpendicular to the cathode] / M. Steenbeck // Zeitschrift für Physik [Journal of Physics]. — 1930. — Vol. 66. — P. 689–706. [in Russian]
20. Engel A. Fizika i tekhnika elektricheskogo razryada v gazakh [The Physics and Technology of Electrical Discharges in Gases] / A. Engel, M. Shteenbek. — Moskva; Leningrad: ONTI. Chief Editor of General Technical Literature and Nomograms, 1935–1936. — 2 vols. [in Russian]
21. Mesyats G.A. Silnotochnye impulsnye elektronnye puchki v tekhnologii [High-current pulsed electron beams in technology] / G.A. Mesyats. — Novosibirsk: Nauka. Sib. Branch, 1983. — 168 p. [in Russian]

22. Landau L.D. Elektrodinamika sploshnykh sred [Electrodynamics of continuous media] / L.D. Landau, Ye.M. Lifshits. — Moscow: Fizmatgiz, 1959. — 532 p. [in Russian]
23. Rukhadze A.A. Fizika silnotochnykh elektrorazryadnykh istochnikov sveta [The Physics of High-Current Electrical Discharge Light Sources] / A.A. Rukhadze, A.F. Aleksandrov. — Moscow: URSS, 2012. — 183 p. [in Russian]
24. Kukhling Kh. Spravochnik po fizike [Physics Handbook] / Kh. Kukhling. — Moscow: Mir, 1982. — 520 p. [in Russian]
25. Raizer Yu.P. Fizika gazovogo razryada [Physics of gas discharge] / Yu.P. Raizer. — Moscow: Nauka, 1987. — 590 p. [in Russian]
26. Braun S.S. Elementarnie protsessy v plazme gazovogo razryada [Fundamental processes in gas discharge plasma] / S.S. Braun. — Moscow: Gosatomizdat, 1961. — 323 p. [in Russian]
27. Frank-Kamenetskii D.A. Diffuziya i teploperedacha v khimicheskoi kinetike [Diffusion and Heat Transfer in Chemical Kinetics] / D.A. Frank-Kamenetskii. — Moscow: Nauka, 1987. — 490 p. [in Russian]
28. Artsimovich L.A. Elementarnaya fizika plazmi [Elementary Plasma Physics] / L.A. Artsimovich. — Moscow: Atomizdat, 1969. — 191 p. [in Russian]
29. Smirnov B.M. Fizika slaboionizovannogo gaza v zadachakh s resheniyami [The Physics of Weakly Ionised Gas: Problems with Solutions] / B.M. Smirnov. — Moscow: Nauka, 1972. — 416 p. [in Russian]
30. Kalitkin N.N. Matematicheskie modeli fiziki plazmi (obzor) [Mathematical Models in Plasma Physics (a review)] / N.N. Kalitkin, D.P. Kostomarov // Matematicheskoe modelirovanie [Mathematical Modelling]. — 2006. — Vol. 18. — № 11. — P. 67–94. [in Russian]
31. Ginzburg V.L. Rasprostraneniye elektromagnitnykh voln v plazme [The propagation of electromagnetic waves in plasma] / V.L. Ginzburg. — Moscow: Nauka, 1967. — 683 p. [in Russian]
32. Ginzburg V.L. Volny v magnitnoaktivnoi plazme [Waves in magnetically active plasma] / V.L. Ginzburg, A.A. Rukhadze. — Moscow: Nauka, 1975. — 255 p. [in Russian]
33. Ishimaru S. Osnovnye printsipy fiziki plazmi [The fundamental principles of plasma physics] / S. Ishimaru. — Moscow: Atomizdat, 1975. — 288 p. [in Russian]
34. Aleksandrov A.F. Osnovy elektrodinamiki plazmi [Fundamentals of Plasma Electrodynamics] / A.F. Aleksandrov, L.S. Bogdankevich, A.A. Rukhadze. — Moscow: Higher School, 1978. — 407 p. [in Russian]
35. Kalitkin N.N. Provodimost nizkoterperaturnoi plazmi [Conductivity of Low-Temperature Plasma] / N.N. Kalitkin // Teplofizika vysokikh temperatur [High-Temperature Thermophysics]. — 1968. — Vol. 6. — № 5. [in Russian]
36. Kaptsov N.A. Elektricheskie yavleniya v gazakh i vakuumе [Electrical phenomena in gases and in a vacuum] / N.A. Kaptsov. — Moscow: Gostekhizdat, 1947. — 808 p. [in Russian]
37. Golant V.E. Osnovy fiziki plazmi [Fundamentals of Plasma Physics] / V.E. Golant, A.P. Zhilinskii, I.E. Sakharov. — Moscow: Atomizdat, 1977. — 384 p. [in Russian]
38. Fortov V.E. Fizika neidealnoi plazmi [The Physics of Non-Ideal Plasma] / V.E. Fortov, A.G. Khrapak, I.T. Yakubov. — Moscow: FIZMATLIT, 2004. — 528 p. [in Russian]
39. Gainullin R.N. Sopryazhennoye modelirovaniye protsessov elektrodinamiki i teploobmena v gazorazryadnoi kamere vysokochastotnogo induktsionnogo plazmotrona [Coupled modelling of electrodynamic and heat transfer processes in the gas-discharge chamber of a high-frequency induction plasmatron] / R.N. Gainullin, A.V. Gerasimov, A.R. Gerke [et al.] // Vestn. Kazan. tekhnol. un-ta [Bulletin of Kazan Technological University]. — 2011. — Vol. 14. — № 12. — P. 172–177. [in Russian]
40. Spittser L. Fizika polnostyu ionizovannogo gaza [The physics of a fully ionised gas] / L. Spittser. — Moscow: Mir, 1965. — 212 p. [in Russian]
41. Polak L.S. Ocherki fiziki i khimii nizkoterperaturnoi plazmi [Essays on the Physics and Chemistry of Low-Temperature Plasma] / L.S. Polak. — Moscow: Nauka, 1971. — 434 p. [in Russian]
42. Chen F. Vvedeniye v fiziku plazmi [An Introduction to Plasma Physics] / F. Chen. — Moscow: Mir, 1987. — 398 p. [in Russian]
43. Surzhikov S.T. Fizicheskaya mekhanika gazovykh razryadov [Physical Mechanics of Gas Discharges] / S.T. Surzhikov. — Moscow: Bauman Moscow State Technical University, 2006. — 640 p. [in Russian]
44. Kim Din Cher. Issledovaniye energeticheskogo balansa dugi v zakruchennom potoke gaza [A Study of the Energy Balance of an Arc in a Swirling Gas Flow] / Kim Din Cher // Teplofizika vysokikh temperatur [High-Temperature Thermophysics]. — 1981. — Vol. 9. — № 2. — P. 272–278. [in Russian]
45. Kim Din Cher. Issledovaniye vliyaniya vrashcheniya plazmi na kharakteristiki moshchnoi elektricheskoi dugi [A Study of the Effect of Plasma Rotation on the Characteristics of a High-Power Electric Arc] / Kim Din Cher // Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika [Applied Mechanics and Technical Physics]. — 1981. — № 2. — P. 196–202. [in Russian]