



ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ И ВОСПИТАНИЯ (ПО ОБЛАСТЯМ И УРОВНЯМ ОБРАЗОВАНИЯ)/THEORY AND METHODS OF TEACHING AND UPBRINGING (BY AREAS AND LEVELS OF EDUCATION)

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.168.69> EDN: NRWSJT**ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ В УСЛОВИЯХ НОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СТАНДАРТОВ**

Научная статья

Тимофеева Л.Н.^{1,*}, Ершова Е.В.², Хамов Г.Г.³³ORCID : 0000-0002-3609-4307;^{1,2}Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Российская Федерация³Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена, Санкт-Петербург, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (tln142[at]mail.ru)

Предложена: 22.04.2026; Принята: 22.05.2026; Опубликовано: 17.06.2026

Аннотация

Статья освещает вопросы, связанные с преподаванием теории чисел в вузе. В современных условиях преподаватели математики сталкиваются со снижением интереса у обучающихся к изучению ряда математических дисциплин, так как часто традиционное изложение вступает в противоречие с требованиями к формированию прикладных компетенций. Также остается актуальной проблема сохранения высокого уровня абстракции классического материала на фоне сокращения аудиторных часов. Это ведет к пересмотру наполнения содержания в сторону усиления мотивационной и алгоритмической составляющих. В качестве путей оптимального использования потенциала теоретико-числового материала для решения проблемы повышения уровня математического образования обучающихся анализируются возможности использования исторического и проблемно-ориентированного подходов для повышения познавательного интереса у студентов.

Ключевые слова: математика, теория чисел, обучение математике, самостоятельная работа, мотивация.**PROBLEMS AND PROSPECTS FOR TEACHING NUMBER THEORY UNDER THE NEW EDUCATIONAL STANDARDS**

Research article

Timofeeva L.N.^{1,*}, Ershova E.V.², Khamov G.G.³³ORCID : 0000-0002-3609-4307;^{1,2}Mozhaisky Military Space Academy, Saint-Petersburg, Russian Federation³A.I. Herzen Russian State Pedagogical University, Saint-Petersburg, Russian Federation

* Corresponding author (tln142[at]mail.ru)

Suggested: 22.04.2026; Accepted: 22.05.2026; Published: 17.06.2026

Abstract

The article examines issues relating to the teaching of number theory at universities. In the current context, mathematics teachers are facing a decline in students' interest in studying a number of mathematical disciplines, as traditional teaching methods often conflict with the requirements for developing applied skills. The challenge of maintaining a high level of abstraction in classical material while reducing the number of classroom hours also remains relevant. This leads to a re-evaluation of the curriculum content, with a focus on strengthening the motivational and algorithmic components. As ways of optimally utilising the potential of theoretical and numerical material to address the issue of raising the standard of students' mathematical education, the possibilities of using historical and problem-based approaches to increase students' cognitive interest are analysed.

Keywords: mathematics, number theory, teaching mathematics, independent study, motivation.**Введение**

Образовательная роль математики связана не только с получением математических знаний; это мощнейший фактор познавательного развития и теории чисел, как одному из фундаментальных разделов математики, отводится в этом аспекте немаловажная роль в рамках формирования логического и абстрактного мышления. В условиях цифровизации образования и обновляющихся ФГОС возрастает потребность в усилении математической подготовки учащихся и среди критериев, определяющих направление развития этого процесса, в частности, выделяют развитие алгоритмической культуры, формирование умения работать с абстрактными понятиями, что и отмечается в [1]. При этом в педагогических кругах критикуется оторванность математического образования от современной науки, падение его уровня. Одна из причин этого связана с отсутствием механизма своевременного обновления содержания и методики преподавания математических дисциплин.

Основная часть

Сейчас много говорят об улучшении образования, его реорганизации. Студенты, поступающие в вуз, нацелены на обучение, но в большей степени они ориентированы на то, что их может захватить, что дает очевидную пользу. Изучать то, что им интересно, становится потребностью, а те знания, которые ни личной ценности, ни непосредственной практической значимости не представляют, становятся неактуальны. И это естественно. Довольно продуктивна увлекательная исследовательская учебная деятельность, но во время самостоятельной работы ей отводит время лишь небольшая группа обучающихся. Не потому, что остальные не хотят, а потому, что большинство этого делать не умеет: обучающиеся не имеют необходимых навыков самостоятельной деятельности и тем более опыта. В школе на уроках математики этому не учат. Такому положению вещей есть объективные причины: у учителя чаще всего не хватает времени, нет специальных методических разработок, а запланированная на занятии самостоятельная работа предполагает выполнение обязательного задания репродуктивного характера. Многие школьники сталкиваются с исследовательскими заданиями только при подготовке к олимпиадам и к творческим заданиям единого государственного экзамена, на что обращено внимание в [3]. Далеко не все способны получить сформированные навыки в процессе такой отрывочной деятельности. Поэтому глубокие, постоянные, самостоятельные научные исследования далеко не для всех. И сама самостоятельная работа, которая в вузе является обязательной составляющей учебной деятельности, для многих поступивших недоступна. Такое положение не позволяет изучить дисциплину на необходимом уровне, приобрести те знания и умения, которые в будущем будут способствовать дальнейшему развитию обучающегося и, по сути, как упоминается в [5], [8], являются целью любого обучения.

В свете вышесказанного, одна из главных задач образования — заинтересовать обучающихся, развить потребность в самостоятельной деятельности по приобретению новых знаний и развитию уже имеющихся. Только мотивированная учебно-познавательная деятельность может привести к воспитанию всесторонне развитой личности. Опыт авторов показывает, что познавательный интерес к математическим дисциплинам проявляется прежде всего в ситуации успеха: обучающийся чувствует, что у него что-то получается самостоятельно без помощи преподавателя или с его минимальной помощью. Это происходит только в специально созданных педагогических условиях, в которых студенту удастся почувствовать уверенность в своих силах, достичь видимого положительного результата и, таким образом, закрепить эту мотивацию для дальнейшего обучения. Каждый успех дает новое продвижение вперед. Такой шаг становится отправной точкой для перехода к более сложным заданиям. Задачи должны быть трудными, но посильными, то есть соответствовать уровню возможностей студента и заставлять думать. Присутствие обратной связи, когда происходит признание преподавателем достижений, также обязательная характеристика ситуации успеха.

Хорошим мотивирующим потенциалом обладает материал с доступным прикладным значением. Далеко не всякие математические понятия можно проиллюстрировать на практических примерах прикладного характера. При подборе задачного материала, примеров, иллюстрирующих те или иные понятия, желательно находить образцы с полезным практическим опытом, и чтобы контроль нес развивающую функцию, привлекать задания в новой, измененной форме, или в новой ситуации. Такой подход будет иметь мотивирующий эффект, обеспечивающий познавательный интерес обучающихся через реализацию деятельностного подхода, на что обращено внимание в [6], [9].

Теория чисел является одним из ключевых разделов математики, который входит в программу как в школе, так и в вузе и способствует развитию основных компетенций, зарождению интереса к математической деятельности. Изучая свойства целых чисел и их взаимосвязи, этот раздел учит строгим доказательствам, по сути, формируя математическую культуру. Задачи на делимость, логика простых чисел, применение теории сравнений развивают аналитические навыки. В то же время это подготовка к современным технологиям. Школа дает базовый уровень: делимость чисел, наибольший общий делитель (НОД) и наименьшее общее кратное (НОК), алгоритм Евклида, простые и составные числа, основы теории сравнений [3].

Например, уже в среднем звене школы рассматривается разложение целых чисел на простые множители, которое потом используется для поиска НОД и НОК. В вузе формулируется и доказывается теорема о том, что любое целое положительное число, отличное от 1, представимо в виде произведения положительных простых чисел, и отмечается, что это представление единственно с точностью до порядка сомножителей. Это уже другой уровень осознания материала. Здесь важно использовать эту информацию для развития практических навыков. Для закрепления и проверки понимания материала, можно использовать задачи, заключающиеся в решении в целых числах следующих уравнений (диофантовы уравнения):

1. $x^2 - py^2 = 0$, p — простое число.

Перейдем к записи: $x^2 = py^2$. Данное уравнение целых ненулевых решений не имеет, так как наивысшая степень, с которой простое число p входит в левую часть — четна, а в правую — нечетна.

2. $xy = p(x+y)$, p — простое число.

Рассмотрим равносильное уравнение: $(x-p)(y-p) = p^2$. Приравнявая $(x-p)$, $(y-p)$ возможным делителям числа p^2 , произведем которых равно p^2 , найдем множество решений уравнения:

$$\{(0, 0); (2p, 2p); (p+1, p+p^2); (p+p^2, p-1); (p-1, p-p^2); (p-p^2, p-1)\}.$$

Обращая внимание на актуальность этих навыков, можно отметить, что разложение на простые множители, а точнее сложность этого процесса для произведения двух больших простых чисел, изучение алгоритма Евклида, решета Эратосфена, функции Эйлера, и т.д. лежат в основе алгоритмов RSA и генерации ключей. Такая связь исторических явлений и современных прикладных приложений показывает, что спустя столетия чистая абстракция становится прикладной. Китайская теорема об остатках, решающая системы сравнений, ускоряет расшифрование RSA; малая теорема Ферма и ее обобщение Эйлером стали базой проверки чисел на простоту, именно модулярная арифметика Гаусса позволяет работать с числами, записи которых представлены сотнями цифр.



Вуз предполагает углубленное, основательное изучение излагаемых фактов. По сути, в школе теория чисел вводится фрагментарно, а в вузе идет систематизация и переход к высоко абстрактным темам. Определяя возможные практические приложения (шифровка данных в интернете, примеры из программирования), ссылки на олимпиадные задачи, привлечение исторического контекста способствует выработке мотивации дальнейшего изучения дисциплины. Этому содействует и осознание преемственности: задачи по теории чисел решаются в школе, что отмечено в [4], [10]. Обучающийся наблюдает развитие знания, переход на новый уровень, востребованность навыков, полученных в школе.

Кроме этого, теория чисел имеет богатую историю преподавания, которая развивалась параллельно с её научным становлением. Из отдельных арифметических задач она вошла в современную математику полноправной фундаментальной дисциплиной. Преподавание элементов теории чисел в разное время представляло собой сначала чтение узкоспециализированных курсов, потом в составе других дисциплин, и, в результате, овладение ее основами вошло в обязательную школьную программу и стало частью математической подготовки в вузе. Приложения в науке и новых технологиях делают ее востребованной. Наличие исторических задач (например, проблема факторизации больших чисел) может стать основой для повышения мотивации изучения и осознания практической важности дисциплины, применения проблемного обучения.

Хотя теоретико-числовые знания легли в основу многих практических приложений, по-прежнему, особо значимой остается их роль в развитии математического мышления через выработку ключевых компетенций, таких как, математическое моделирование, анализ, рассуждения и аргументация, разработка стратегий решения и т.д. Решение нестандартных задач, работа с простыми числами, подключение теории сравнений, составление и решение диофантовых уравнений — это все можно отнести к инструментам, способствующим формированию исследовательских навыков. Множество нерешенных проблем, исторические задачи также дают стимул роста навыков научного поиска.

Педагогический потенциал теоретико-числовой линии в обучении математике несомненен. Однако его реализация затрудняется рядом объективных причин, среди которых, прежде всего дефицит аудиторного времени, отводимого на изучение дисциплины, а также снижение объема часов самостоятельной работы. Многие понятия, изучаемые в курсе, высоко абстрактные, слабо связаны с очевидными приложениями, это затрудняет их изучение и, как следствие, ведет к снижению мотивации со стороны обучающихся.

Заключение

Определяя перспективы роли теории чисел при обучении математическим дисциплинам, можно выделить ее интеграцию с современными IT-технологиями, криптографией. С точки зрения модернизации методов преподавания, актуальным является усиление исследовательской деятельности через решение заданий творческого уровня единого государственного экзамена по математике, олимпиадных задач школьного и вузовского уровня, создание программ (практикумы на Python) [2], [7], разработку исследовательских заданий и проектов.

Таким образом, в условиях развития цифровых технологий в обучении, теория чисел остается важной составляющей математической подготовки выпускника технического вуза. Новые ФГОС направлены на обновление и совершенствование технологий преподавания, включающих расширение прикладной направленности и соответствующую подготовку преподавателей. Это значит, что теория чисел сохраняет свой статус актуальной дисциплины и органично вливается в процесс обновления в сфере образования.

Конфликт интересов

Не указан.

Рецензия

Все статьи проходят рецензирование. Но рецензент или автор статьи предпочли не публиковать рецензию к этой статье в открытом доступе. Рецензия может быть предоставлена компетентным органам по запросу.

Conflict of Interest

None declared.

Review

All articles are peer-reviewed. But the reviewer or the author of the article chose not to publish a review of this article in the public domain. The review can be provided to the competent authorities upon request.

Список литературы / References

1. Боков А.В. Проблемы преподавания математических дисциплин в условиях цифровизации образования / А.В. Боков // Трансформация системы высшего образования в цифровой экономике — вынужденная необходимость или естественный процесс?: материалы Международной научно-практической конференции, Москва, 30 мая 2019 года. — Москва: Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова, 2019. — С. 117–126.
2. Горюшкин А.П. О применении компьютерной техники при изучении дисциплины «Теория чисел» / А.П. Горюшкин // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. — 2021. — Т. 35. — № 2. — С. 63–70. — DOI: 10.26117/2079-6641-2021-35-2-63-70. — EDN: RAGGEM.
3. Данилова Н.А. Основы теории чисел в школьном курсе математики и их применение при решении задач на свойства чисел ЕГЭ по математике базового уровня / Н.А. Данилова // Проблемы непрерывного педагогического образования: сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции (с международным участием), Ишим, 05 марта 2025 года. — Ишим: Тюменский государственный университет, 2025. — С. 821–828. — EDN: MVYTYV.
4. Макаридина В.А. О роли университетских курсов алгебры, теории чисел и числовых систем в преподавании школьного курса алгебры / В.А. Макаридина // Проблемы и перспективы социально-экономического развития



общества: история и современность: материалы международной научно-практической конференции, Кингисепп, 07 апреля 2016 года. — Кингисепп: Свое издательство, 2016. — С. 140–143. — EDN: XCYDNJ.

5. Митрохина С.В. Творческая самостоятельная работа по математике как средство формирования культуры мышления школьников / С.В. Митрохина // Управление образованием: теория и практика. — 2025. — № 5-2. — С. 140–150.

6. Пичугина Е.А. Повышение мотивации школьников к изучению теории чисел / Е.А. Пичугина // Ratio et Natura. — 2024. — № 4 (12). — EDN: LCWDHZ.

7. Халидова О.Х. Применение СКА Maple на примере изучения основ «Теории чисел» / О.Х. Халидова, А.А. Оленев // Международный студенческий научный вестник. — 2018. — № 6. — С. 148. — EDN: VPMFCO.

8. Хамов Г.Г. Возможности применения теоретико-числовых задач для формирования навыков самостоятельной работы студентов-математиков / Г.Г. Хамов, Л.Н. Тимофеева // Ярославский педагогический вестник. — 2025. — № 5 (146). — С. 79–89. — DOI: 10.20323/1813-145X-2025-5-146-79. — EDN: UHXHVS.

9. Хамов Г.Г. Организация самостоятельной исследовательской деятельности в ходе изучения курса «Теория чисел» / Г.Г. Хамов, Л.Н. Тимофеева // Ярославский педагогический вестник. — 2022. — № 5 (128). — С. 67–76. — DOI: 10.20323/1813-145X-2022-5-128-67-76. — EDN: KWXTGO.

10. Шатрова Ю.С. Методические аспекты изучения Теория чисел будущими учителями математики / Ю.С. Шатрова // Математика и математическое образование: проблемы, технологии, перспективы: Материалы 42-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, Смоленск, 12–14 октября 2023 года. — Смоленск: Смоленский государственный университет, 2023. — С. 167–170. — EDN: EWYRPY.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Bokov A.V. Problemi prepodavaniya matematicheskikh distsiplin v usloviyakh tsifrovizatsii obrazovaniya [Challenges in Teaching Mathematical Disciplines in the Context of the Digitalisation of Education] / A.V. Bokov // Transformatsiya sistemi visshogo obrazovaniya v tsifrovoi ekonomike — vinuzhdennaya neobkhodimost ili yestestvennii protsess?: materialy Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii, Moskva, 30 maya 2019 goda [The Transformation of the Higher Education System in the Digital Economy — A Necessity or a Natural Process?: Proceedings of the International Scientific and Practical Conference, Moscow, 30 May 2019]. — Moscow: Plekhanov Russian University of Economics, 2019. — P. 117–126. [in Russian]

2. Goryushkin A.P. O primeneni kompyuternoi tekhniki pri izuchenii distsipliny «Teoriya chisel» [On the Use of Computer Technology in the Study of 'Number Theory'] / A.P. Goryushkin // Vestnik KRAUNTs. Fiziko-matematicheskie nauki [Bulletin of the KRAUNC. Physical and Mathematical Sciences]. — 2021. — Vol. 35. — № 2. — P. 63–70. — DOI: 10.26117/2079-6641-2021-35-2-63-70. — EDN: RAGGEM. [in Russian]

3. Danilova N.A. Osnovi teorii chisel v shkolnom kurse matematiki i ikh primeneniye pri reshenii zadach na svoistva chisel YeGE po matematike bazovogo urovnya [Fundamentals of Number Theory in the School Mathematics Curriculum and Their Application to Solving Problems on Number Properties in the Basic-Level Mathematics USE] / N.A. Danilova // Problemi neprerivnogo pedagogicheskogo obrazovaniya: sbornik materialov Vserossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii (s mezhdunarodnim uchastiem), Ishim, 05 marta 2025 goda [Issues in Continuing Teacher Education: Proceedings of the All-Russian Scientific and Practical Conference (with international participation), Ishim, 5 March 2025]. — Ishim: Tyumen State University, 2025. — P. 821–828. — EDN: MVYTYV. [in Russian]

4. Makaridina V.A. O roli universitetskikh kursov algebr, teorii chisel i chislovikh sistem v prepodavanii shkolnogo kursa algebr [On the Role of University Courses in Algebra, Number Theory and Number Systems in the Teaching of School Algebra] / V.A. Makaridina // Problemi i perspektivi sotsialno-ekonomicheskogo razvitiya obshchestva: istoriya i sovremennost: materialy mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii, Kingisepp, 07 aprelya 2016 goda [Problems and Prospects for the Socio-Economic Development of Society: History and the Present Day: Proceedings of the International Scientific and Practical Conference, Kingisepp, 7 April 2016]. — Kingisepp: Own Publishing, 2016. — P. 140–143. — EDN: XCYDNJ. [in Russian]

5. Mitrokhina S.V. Tvorcheskaya samostoyatel'naya rabota po matematike kak sredstvo formirovaniya kulturni mishleniya shkolnikov [Creative Independent Work in Mathematics as a Means of Developing a Culture of Thinking among Schoolchildren] / S.V. Mitrokhina // Upravlenie obrazovaniem: teoriya i praktika [Education Management: Theory and Practice]. — 2025. — № 5-2. — P. 140–150. [in Russian]

6. Pichugina Ye.A. Povisheniye motivatsii shkolnikov k izucheniyu teorii chisel [Increasing Students' Motivation to Learn Number Theory] / Ye.A. Pichugina // Ratio et Natura. — 2024. — № 4 (12). — EDN: LCWDHZ. [in Russian]

7. Khalidova O.Kh. Primeneniye SKA Maple na primere izucheniya osnov «Teorii chisel» [The Application of Maple in the Study of the Fundamentals of Number Theory] / O.Kh. Khalidova, A.A. Olenev // Mezhdunarodnii studencheskii nauchnii vestnik [International Student Research Bulletin]. — 2018. — № 6. — P. 148. — EDN: VPMFCO. [in Russian]

8. Khamov G.G. Vozmozhnosti primeneniya teoretiko-chislovikh zadach dlya formirovaniya navikov samostoyatelnoi raboti studentov-matematikov [The Potential of Number Theory Problems in Developing Independent Study Skills Among Mathematics Students] / G.G. Khamov, L.N. Timofeeva // Yaroslavskii pedagogicheskii vestnik [Yaroslavl Pedagogical Bulletin]. — 2025. — № 5 (146). — P. 79–89. — DOI: 10.20323/1813-145X-2025-5-146-79. — EDN: UHXHVS. [in Russian]

9. Khamov G.G. Organizatsiya samostoyatelnoi issledovatel'skoi deyatelnosti v khode izucheniya kursa «Teoriya chisel» [Organising Independent Research Activities During the “Number Theory” Course] / G.G. Khamov, L.N. Timofeeva // Yaroslavskii pedagogicheskii vestnik [Yaroslavl Pedagogical Bulletin]. — 2022. — № 5 (128). — P. 67–76. — DOI: 10.20323/1813-145X-2022-5-128-67-76. — EDN: KWXTGO. [in Russian]



10. Shatrova Yu.S. Metodicheskie aspekty izucheniya Teoriya chisel budushchimi uchitelyami matematiki [Methodological Aspects of Studying Number Theory by Future Mathematics Teachers] / Yu.S. Shatrova // Matematika i matematicheskoe obrazovanie: problemi, tekhnologii, perspektivi: Materiali 42-go Mezhdunarodnogo nauchnogo seminarra prepodavateleim matematiki i informatiki universitetov i pedagogicheskikh vuzov, Smolensk, 12–14 oktyabrya 2023 goda [Mathematics and Mathematical Education: Problems, Technologies, Prospects: Proceedings of the 42nd International Scientific Seminar for Lecturers in Mathematics and Computer Science at Universities and Teacher Training Institutions, Smolensk, 12–14 October 2023]. — Smolensk: Smolensk State University, 2023. — P. 167–170. — EDN: EWYRPY. [in Russian]