

**БИОМЕХАНИКА И БИОИНЖЕНЕРИЯ/BIOMECHANICS AND BIOENGINEERING**DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.167.81> EDN: OJMUCN**КИНЕТИКА ОСЕДАНИЯ БАКТЕРИЙ-КОККОВ В ПОЛЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ: КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ И ОЦЕНКА ПОТЕНЦИАЛА САМООЧИЩЕНИЯ СТОЧНЫХ ВОД**

Научная статья

Кондратенко А.С.^{1,*}¹ ORCID : 0000-0002-2361-5249;¹ Бурятский государственный университет, Улан-Удэ, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (cubanit[at]yandex.ru)

Предложена: 07.04.2026; Принята: 24.04.2026; Опубликовано: 18.05.2026

Аннотация

В работе исследовано движение бактерии-кокка в сточной воде под действием силы тяжести с применением метода функции Лагранжа. Первоначально проведен анализ сил, действующих на представительную кокковую бактериальную частицу, построена лагранжева модель ее движения и получено общее решение для вертикального оседания. Затем, выполнены численные расчеты ее ключевых параметров, таких как: масса частицы, ее объем и эффективная масса, установившаяся скорость оседания, результирующая сила, а также время разгона и потенциальная энергия. Результаты моделирования показывают, что скорость оседания кокка в сточной воде крайне мала и составляет десятки нанометров в секунду. Показано, что даже для оседания на глубину всего в 1 мм потребуется около 5 часов, при этом разгон частицы до установившейся скорости происходит практически мгновенно. Таким образом, установлено, что из-за низких скоростных характеристик оседания бактерия-кокк не успевает достичь дна водоема за время своего жизненного цикла: она либо делится, либо погибает раньше оседания. Этим можно констатировать тот факт, что сточные воды не способны к самоочищению за счет гравитационного осаждения бактериальных клеток, т.е. «эффект отстаивания» отсутствует. Поэтому, полученные данные лишь подчеркивают необходимость принудительного применения искусственных методов очистки (сорбция, аэрация, флокуляция и др.) сточных вод и могут служить основой для оптимизации работы очистных сооружений.

Ключевые слова: бактерия-кокк, поле силы тяжести, лагранжева модель, оседание частиц, скорость оседания, сточные воды, гравитационное оседание, эффективная масса, установившаяся скорость, время разгона, потенциальная энергия, кинетика оседания, моделирование движения, очистка сточных вод.

THE KINETICS OF COCCI BACTERIA SEDIMENTATION IN A GRAVITATIONAL FIELD: A QUANTITATIVE ANALYSIS AND ASSESSMENT OF THE SELF-PURIFICATION POTENTIAL OF WASTEWATER

Research article

Kondratenko A.S.^{1,*}¹ ORCID : 0000-0002-2361-5249;¹ Buryat State University, Ulan-Ude, Russian Federation

* Corresponding author (cubanit[at]yandex.ru)

Suggested: 07.04.2026; Accepted: 24.04.2026; Published: 18.05.2026

Abstract

The work examines the motion of coccus bacteria in wastewater under the influence of gravity using the Lagrangian method. Initially, an analysis was carried out of the forces acting on a representative coccus bacterial particle; a Lagrangian model of its motion was constructed, and a general solution for vertical sedimentation was obtained. Subsequently, numerical calculations were performed for its key parameters, such as: particle mass, volume and effective mass, stabilised sedimentation speed, resulting force, as well as acceleration time and potential energy. The simulation results show that the sedimentation rate of a coccus in wastewater is extremely low, amounting to tens of nanometres per second. It is demonstrated that even for sedimentation to a depth of just 1 mm, approximately 5 hours are required, and the particle accelerates to its settled speed almost instantaneously. Thus, it has been established that, due to the low sedimentation speed characteristics, the coccus bacterium does not have time to reach the bottom of the water body during its life cycle: it either divides or dies before settling. This confirms the fact that wastewater is incapable of self-purification through the gravitational settling of bacterial cells, i.e. there is no "settling effect". Therefore, the obtained data merely underscore the necessity of the compulsory application of artificial wastewater treatment methods (sorption, aeration, flocculation, etc.) and may serve as a basis for optimising the operation of treatment plants.

Keywords: coccus bacterium, gravitational field, Lagrangian model, particle sedimentation, sedimentation rate, wastewater, gravitational sedimentation, effective mass, stabilised speed, acceleration time, potential energy, sedimentation kinetics, motion modelling, wastewater treatment.

Введение

Проблема очистки сточных вод остаётся одной из ключевых задач современной экологии и санитарной инженерии. Традиционно предполагается, что часть загрязнений может удаляться за счёт естественного осаждения

взвешенных частиц, включая бактериальные клетки [1]. Однако эффективность такого самоочищения зависит от множества факторов, в том числе от скорости оседания микроорганизмов. Например, широко распространенные и типичные для сточных вод кокковые бактерии, имеют микроскопические размеры (порядка микрометра) и низкую эффективную массу [2], [3]. Это определяет их кинетику движения в водной среде и скорость оседания под действием силы тяжести [4], [5]. Понимание этих процессов необходимо как для оценки потенциала самоочищения водных сред и проектирования очистных сооружений, так и для прогнозирования распространения патогенов и оптимизации режимов биологической очистки [6], [7]. Целью данного исследования являлся количественный анализ движения и оседания бактерий-кокков в сточной воде с использованием метода функции Лагранжа. В рамках исследования решались следующие задачи: определение сил, действующих на частицу-кокк в водной среде; построение лагранжевой модели движения частицы; расчёт установившейся скорости оседания и времени разгона; оценка потенциальной энергии частицы на разных глубинах; анализ последствий низкой скорости оседания для процессов самоочищения сточных вод. За основу методологической базы был принят метод функции Лагранжа для описания движения бактериальной частицы в вязко-текучей среде [8], [9], [10]. Проведенное численное моделирование с учётом реальных параметров кокков (масса, объём, эффективная масса) и свойств сточной воды (вязкость, плотность) показало, что скорость оседания бактерий-кокков настолько мала (десятки нанометров в секунду), что за весь жизненный цикл их подавляющее большинство не успевает достичь дна водоёма. Это принципиально ограничивает возможности самоочищения сточных вод за счёт гравитационного осаждения бактериальных клеток.

Объекты и методы исследований

В качестве объектов исследования выступали образцы сточных вод, отобранные из центрального водотока дренажно-насосной станции, поступающие на аэрационные водоочистные сооружения (аэротенки). Лабораторно-аналитическими методами проводилось выделение типичных представителей сточных вод — кокковых бактерий на сорбенте-носителе, в качестве которого использовался березовый активированный уголь (БАУ). Сорбционное взаимодействие приводило к насыщению сорбента, с эффективным накоплением микроорганизмов на его пористой поверхности. Когда сорбент был полностью насыщен микроорганизмами производилась его подготовка к микроанализу способом быстрого (шокового) замораживания в жидком азоте с последующим взятием проб методом микросрезов. Затем, с помощью электронной криомикроскопии проводилась их морфометрия. Данные, полученные электронным микроанализом, убедительно указывают на то, что подавляющее число анализируемых микроорганизмов представляют собой сферические (шарообразные) частицы, относимые к бактериям-коккам [11], [12]. Представленная цепочка лабораторно-аналитических исследований (забор проб, выделение бактерий на носителе и их электронный микроанализ) приведена на рисунке 1.

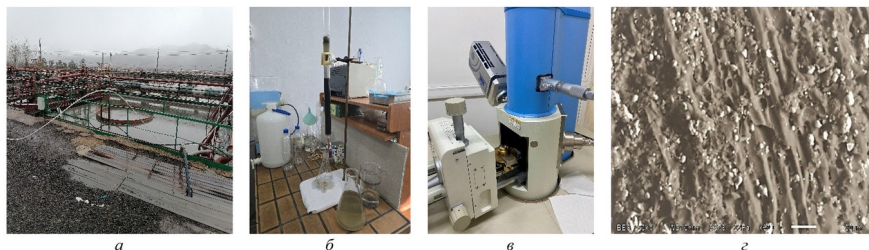


Рисунок 1 - Цепочка лабораторно-аналитических исследований:

а - забор сточных вод с очистных сооружений; б - выделение микроорганизмов на сорбенте-носителе; в - криомикроанализ на электронном микроскопе; г - визуализация представительных микроорганизмов (кокков) на микросрезе носителя

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.167.81.1>

Постановка задач моделирования и определение граничных условий

Основой моделирования является составление функции Лагранжа для элементарной шаровидной бактерии (кокка) как материальной точки (МТ) массой m (при ее плотности, известной из литературы и равной $\rho_k = 1100 \text{ кг/м}^3$) [13], [14], [15] в однородном поле силы тяжести жидкости (сточные воды). Решением задачи является поиск уравнения, описывающего ее движения, принимая, что ось ОУ направлена вертикально вниз.

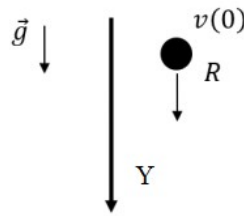


Рисунок 2 - Движение бактерии-кокка в сточной воде в однородном поле силы тяжести
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.167.81.2>

Рассмотрим движение кокка как МТ (рис. 2) с массой m в сточной воде в однородном поле силы тяжести. Ось ОУ направлена вертикально вниз по направлению силы тяжести \vec{g} .

3.1. Описание сил, действующих на уединенную бактериальную частицу (кокка)

На частицу действуют следующие силы:

1. Сила тяжести (направлена вниз):

$$\vec{F}_g = m\vec{g} \quad (1)$$

2. Архимедова сила (направлена вверх, против \vec{g}):

$$\vec{F}_A = \rho_{\text{ж}} V\vec{g} \Rightarrow \vec{F}_A = \rho_{\text{ж}} \frac{4}{3}\pi r^3 \vec{g} \quad (2)$$

где: $\rho_{\text{ж}}$ — плотность сточной воды, $V=4/3\pi r^3$ — объем кокка, r — его радиус.

3. Сила сопротивления (Стоксова сила трения, противоположная скорости \vec{V}):

$$\vec{F}_{st} = -6\pi\eta r\vec{V}, \quad (3)$$

где: η — динамическая вязкость жидкости, r — радиус кокка.

Из соотношения действующих сил находим результирующую силу, действующую вдоль направления ОУ:

$$\vec{F}_y = \vec{F}_g - \vec{F}_A - \vec{F}_{st} \quad (4)$$

$$\vec{F}_y = (m - \rho_{\text{ж}} V) \vec{g} - 6\pi\eta r\vec{V}_y, \quad (5)$$

где: $\vec{V}_y = \dot{y}$ — проекция скорости на ось ОУ.

3.2. Составление функции Лагранжа для частицы (кокка)

Функция Лагранжа, L определяется как: $L = T - U$, где T — кинетическая энергия, U — потенциальная энергия.

1. Определяем кинетическую энергию для МТ (кокка):

$$T = \frac{1}{2} mV^2 = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \quad (6)$$

2. Определяем потенциальную энергию с учетом только гравитационного поля (т.к. Архимедова сила уже «встроена» в эффективную массу):

$$U = - (m - \rho_{\text{ж}} V) gy,$$

где знак минус указывает на то, что ось ОУ направлена вниз (т.е. потенциал убывает при росте y).

Тогда итоговая функция Лагранжа, L принимает следующий вид:

$$L = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + (m - \rho_{\text{ж}} V) gy \quad (7)$$

Определив функцию Лагранжа переходим к составлению уравнения движения.

3.3. Составление уравнения движения (уравнение Лагранжа)

В расчетах используем уравнение Лагранжа 2-го рода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_{\text{непот.}} \quad (8)$$

где: $Q_{\text{непот.}}$ — непотенциальные силы (в случае данного расчета сила Стокса).

Производим составление координат и уравнений:

Координата X:

$$\cdot \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x}$$

$$\cdot \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

$$\cdot \text{непотенциальная сила: } \vec{F}_x = -6\pi\eta r\dot{x}$$

$$\cdot \text{соответствующее уравнение } m\ddot{x} = -6\pi\eta r\dot{x}$$

Координата Y:

$$\cdot \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m\dot{y}$$



$$\cdot \frac{\partial L}{\partial y} = (m - \rho_{ж} V) g$$

$$\cdot \text{непотенциальная сила: } \vec{F}_y = -6\pi\eta r \dot{y}$$

$$\cdot \text{соответствующее уравнение } m\ddot{y} = -6\pi\eta r \dot{y}$$

Координата Z:

Аналогичная координате X

$$\cdot \text{соответствующее уравнение } m\ddot{z} = -6\pi\eta r \dot{z}$$

Составив координаты и получив соответствующие им уравнения, переходим к составлению итоговых уравнений движения бактерии-кокка.

3.4. Составление итоговых уравнений движения кокка

Итоговое уравнение примет вид системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -6\pi\eta r \dot{x} = 0 \\ m\ddot{y} = -6\pi\eta r \dot{y} = (m - \rho_{ж} V) g \\ m\ddot{z} = -6\pi\eta r \dot{z} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

3.5. Проведение анализа полученных уравнений

1. Горизонтальные движения (x, z):

Данные движения — затухающие колебания без внешней силы.

Решение — в виде уравнения: $\dot{q}_t = \dot{q}_0 e^{-t/\tau}$, где $\tau = \frac{m}{6\pi\eta r}$ — время релаксации скорости. При $t \rightarrow \infty$: \dot{x} , $\dot{z} \rightarrow 0$.

2. Вертикальное движение (y):

В данном движении есть постоянная «движущая» сила: $(m - \rho_{ж} V) g$. Поэтому частица разгоняется до установившейся скорости $\vec{V}_{уст}$, когда $\ddot{y} = 0$:

$$6\pi\eta r \vec{V}_{уст} = (m - \rho_{ж} V) g \Rightarrow \vec{V}_{уст} = \frac{(m - \rho_{ж} V) g}{6\pi\eta r} \quad (10)$$

Находим общее решение: $\vec{V}_y(t) = \vec{V}_{уст} (1 - e^{-t/\tau})$, где $\tau = \frac{m}{6\pi\eta r}$.

3.6. Численное решение (реализация модели)

Приводим числовые данные (справочная информация из микробиологии):

1. Усредненный диаметр шаровидных бактерий (кокков) $D_k \approx 1 \text{ мкм} \Rightarrow r_k \approx 0,5 \text{ мкм} \approx 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$.

2. Усредненная плотность шаровидных бактерий (кокков) $\rho_k = 1,1 \text{ г/см}^3 = 1100 \text{ кг/м}^3$.

3. Усредненная динамическая вязкость сточных вод \approx природным водам $\Rightarrow \eta = 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$.

4. Ускорение свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

Опираясь на представленные данные получаем:

Объем бактериальной частицы (кокк) равен: $V_k = 4/3 \cdot 3,14 (5 \cdot 10^{-6})^3 = 0,523 \cdot 10^{-18} = 5,23 \cdot 10^{-19} \text{ м}^3$.

Масса бактериальной частицы (кокк) равна: $\rho_k V = m/V \Rightarrow m = \rho_k V = 1100 \cdot (5,23 \cdot 10^{-19}) = 5,76 \cdot 10^{-16} \text{ кг}$.

Из найденной массы за вычетом плотности жидкости и объема частицы находим т.н. эффективную массу кокка (массу его стенок или «скелета»): $m_{эфф} = m - \rho_{ж} V_{част} = 5,76 \cdot 10^{-16} - (1000 \cdot (5,23 \cdot 10^{-19})) = 0,53 \cdot 10^{-16} \text{ кг}$.

Из полученного ранее (пункт V) соотношения вычисляем $\vec{V}_{уст}$:

$$\vec{V}_{уст} = \frac{(m - \rho_{ж} V) g}{6\pi\eta r} = \frac{m_{эфф} g}{6\pi\eta r} = \frac{0,53 \cdot 10^{-16} \cdot 9,81}{6 \cdot 3,14 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = \frac{5,1993 \cdot 10^{-16}}{9,42 \cdot 10^{-9}} = 0,552 \cdot 10^{-7} \text{ м/с} = 55,2 \text{ нм/с}.$$

Определяем силу тяжести заставляющую частицу-кокк оседать:

$$\vec{F}_g = \vec{F}_{тяж} = m\vec{g} = 5,76 \cdot 10^{-16} \cdot 9,81 = 5,65 \cdot 10^{-15} \text{ Н}.$$

Определяем Архимедову силу заставляющую частицу-кокк всплывать:

$$\vec{F}_A = \rho_{ж} V g = 1000 \cdot 5,23 \cdot 10^{-19} \cdot 9,81 = 5,14 \cdot 10^{-15} \text{ Н}.$$

Из проделанных расчетов видим, что сила тяжести преобладает — кокк опускается, поэтому определяем результирующую силу оседания:

$$\vec{F}_{рез} = \vec{F}_g - \vec{F}_A = 5,65 \cdot 10^{-15} - 5,14 \cdot 10^{-15} = 5,1 \cdot 10^{-16} \text{ Н}.$$

Определив результирующую силу $\vec{F}_{рез}$ и зная Стоксову силу трения (противоположную скорости) можно опять же определить $\vec{V}_{уст}$ по следующему соотношению:

$$\vec{V}_{уст} = \frac{\vec{F}_{рез}}{\vec{F}_{st}} = \frac{\vec{F}_{рез}}{6\pi\eta r} = \frac{5,1 \cdot 10^{-16}}{6 \cdot 3,14 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = \frac{5,1 \cdot 10^{-16}}{9,42 \cdot 10^{-9}} = 0,541 \cdot 10^{-7} \text{ м/с} = 54,1 \text{ нм/с}$$

Сопоставляя полученные значения $\vec{V}_{уст}$ замечаем, что расхождение между ними минимальное, составляющее $\approx 2\%$ т.е. цифры почти равные.

Зная установившуюся скорость легко определить и время разгона τ (время скоростной релаксации)

$$\tau = \frac{m_{эфф}}{F_{st}} = \frac{0,53 \cdot 10^{-16}}{9,42 \cdot 10^{-9}} = 5,63 \cdot 10^{-9} \text{ с} = 5,63 \text{ нс}.$$



Из полученных численных соотношений также легко определить потенциальную энергию частицы, действующую в направлении оси ОУ:

$U_{\text{потенц}} = (U_y) = (\rho_k - \rho_j) V_{g_y}$. Для расчета примем высоту, равную $y = 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}$. Тогда, $U_{\text{потенц}} = (1100 - 1000) * 5,23 * 10^{-19} * 9,81 * 10^{-3} = 5,13 * 10^{-18} \text{ Дж} = 5,13 \text{ эДж}$.

Таким образом, математическая модель, составленная на основе уравнений Лагранжа, показывает, что в сточной воде типичная уединенная кокковая бактерия очень медленно оседает (десятки нанометров в секунду), причем ее разгон (скоростная релаксация) до установившейся скорости почти мгновенный (5,63 нс), опосредованный малой разницей плотностей жидкости (сточная вода) и частицы, а также сильным вязкостным сопротивлением. Потенциальная энергия частицы, $U_{\text{потенц}}$ в общем случае не влияет на физику процесса (силы определяются градиентом U , а не ее абсолютным значением). Однако, потенциальная энергия задает «тенденцию» движения частицы (оседать или всплывать в зависимости от соотношения плотностей) но не ее точную траекторию [16]. Также расчеты показывают, что среднее время необходимое для прохождения частицы-кокка на глубину всего 1 мм в жидкости (сточной воде) составляет около 5 часов. Если принять за допущение справочное время деления частицы надвое, составляющее в среднем 25 минут [17], то рассмотренная частица-кокк в своем первоначальном виде никогда не достигает дна (обречена на «вечное» деление и «витание»). Моделирование указывает на то, что из-за разницы плотностей и вязкостного сопротивления представленные микроорганизмы скорее не оседают, а «витают» и размножаются. Этот наглядный пример показывает, почему очистка сточных вод не роскошь, а жизненная необходимость, ведь без надлежащей очистки сточных вод представленные микроорганизмы накапливаются, создавая риск биологического загрязнения водоемов и распространения инфекций, угрожая экосистеме и здоровью людей [18].

Заключение

Проведённое численное моделирование движения бактерий-кокков методом механики Лагранжа позволило получить количественные оценки о кинетике их оседания в сточной воде, основными результатами которой явились определения как скорости оседания кокков, составляющей десятки нанометров в секунду, так и времени разгона до установившейся скорости (практически мгновенной в масштабе биологических процессов). Расчётным путем было установлено, что для оседания на глубину всего в 1 мм требуется около 5 часов, т.е. за время жизни представленная бактерия-кокк не успевает достичь дна водоёма, успевая либо погибнуть, либо разделиться. Полученные результаты имеют практическое значение, подтверждая, что сточные воды не могут самостоятельно эффективно очищаться за счёт осаждения бактерий, т.е. отсутствует т.н. «эффект отстаивания». Это обстоятельство обосновывает необходимость применения искусственных методов очистки (фильтрация, флокуляция, биологическая очистка и проч.). Кроме того, представленные результаты намечают количественную основу для проектирования очистных сооружений с учётом кинетики движения микроорганизмов. Дальнейшие исследования могут быть направлены на изучение влияния турбулентности и потоков воды на движение бактерий, моделирование движения других бактериальных морфотипов (например, кишечных палочек, спирилл и т.д.), а также на взаимодействия бактерий с иными частицами-загрязнителями (эффект конденсации).

Финансирование

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 26-27-20030 «Научное обоснование и разработка экологически чистых технологий переработки техногенных минеральных отходов»).

Конфликт интересов

Не указан.

Рецензия

Яковлев И.В., Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ, Казань Российская Федерация
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.167.81.3>

Funding

The work was supported by the Russian Science Foundation (RSF), project No: 26-27-20030 "Scientific substantiation and development of environmentally friendly technologies for processing man-made mineral waste".

Conflict of Interest

None declared.

Review

Iakovlev I.V., Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan Russian Federation
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.167.81.3>

Список литературы / References

1. Заварзин Г.А. Введение в природоведческую микробиологию / Г.А. Заварзин, Н.Н. Колотилова. — Москва: Университет, 2001. — 255 с.
2. Гусев М.В. Микробиология / М.В. Гусев, Л.А. Минеева. — Москва: Академия, 2003. — 461 с.
3. Руссель Стефан Микроорганизмы и жизнь почвы / Стефан Руссель. — Москва: Колос, 1977. — 223 с.
4. Lauga E. The hydrodynamics of swimming microorganisms / E. Lauga, T.R. Powers // Reports on Progress in Physics. — 2009. — Vol. 72. — № 9.
5. Pedley T.J. Hydrodynamic phenomena in suspensions of swimming microorganisms / T.J. Pedley, J.O. Kessler // Annual Review of Fluid Mechanics. — 1992. — Vol. 24. — P. 313–358.
6. Бегматов Ш.А. Высокая эффективность удаления патогенных микроорганизмов при очистке коммунальных сточных вод города Москвы / Ш.А. Бегматов, А.Г. Дорофеев, Н.В. Пименов // Микробиология. — 2023. — Т. 92. — № 5. — С. 521–526. — DOI: [10.31857/S0026365623600153](https://doi.org/10.31857/S0026365623600153).
7. Lauga E. Bacterial hydrodynamics / E. Lauga // Annual Review of Fluid Mechanics.. — 2016. — Vol. 48. — P. 105–130.



8. Ландау Л.Д. Теоретическая физика: в 10 т / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — Москва: Физматлит, 2004. — Т. 1. Механика. — 222 с.
9. Ландау Л.Д. Гидродинамика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — Москва: Наука, 1986. — 752 с.
10. Фейнман Р. Фейнмановские лекции по физике / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. — Москва: Мир, 1965. — Т. 2. — 448 с.
11. Кондратенко А.С. К вопросу изучения сорбции микроорганизмов в порах углеродного сорбента / А.С. Кондратенко // Комбинаторные и вероятностные свойства дискретных структур: сборник научных трудов / Под ред. О.В. Кузьмина. — Иркутск: ИГУ, 2025. — Вып. 11. — С. 32–40.
12. Генералова К.Н. Изотермы адсорбции нерастущих клеток бактерий на углеродных материалах / К.Н. Генералова, А.А. Минькова, В.Ф. Олонцев // Вестник ПНИПУ. Химическая технология и биотехнология. — 2014. — № 3. — С. 55–64.
13. Шлегель Г. Общая микробиология / Г. Шлегель. — Москва: Мир, 1987. — 566 с.
14. Smith D.J. Fluid mechanics of microorganism propulsion / D.J. Smith // Annual Review of Fluid Mechanics. — 2011. — Vol. 43. — P. 531–559.
15. Batchelor G.K. An Introduction to Fluid Dynamics. / G.K. Batchelor. — Cambridge: Cambridge University Press, 2000. — 631 p.
16. Happel J. Low Reynolds Number Hydrodynamics / J. Happel, H. Brenner. — Leyden: Kluwer Academic Publishers, 1983. — 553 p.
17. Stocker R. Marine microbes see a sea of gradients / R. Stocker // Science. — 2012. — Vol. 338. — P. 628–633.
18. Воробьев А.А. Медицинская микробиология, вирусология и иммунология / А.А. Воробьев. — Москва: МИА, 2004. — 690 с.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Zavarzin G.A. Vvedenie v prirovedcheskuyu mikrobiologiyu [Introduction to natural microbiology] / G.A. Zavarzin, N.N. Kolotilova. — Moscow: Universitet, 2001. — 255 p. [in Russian]
2. Gusev M.V. Mikrobiologiya [Microbiology] / M.V. Gusev, L.A. Mineeva. — Moscow: Akademiya, 2003. — 461 p. [in Russian]
3. Russel' Stefan Mikroorganizmy' i zhizn' pochvy' [Microorganisms and soil life] / Stefan Russel'. — Moscow: Kolos, 1977. — 223 p. [in Russian]
4. Lauga E. The hydrodynamics of swimming microorganisms / E. Lauga, T.R. Powers // Reports on Progress in Physics. — 2009. — Vol. 72. — № 9.
5. Pedley T.J. Hydrodynamic phenomena in suspensions of swimming microorganisms / T.J. Pedley, J.O. Kessler // Annual Review of Fluid Mechanics. — 1992. — Vol. 24. — P. 313–358.
6. Begmatov Sh.A. Visokaya effektivnost udaleniya patogennikh mikroorganizmov pri oчитке kommunalnikh stochnikh vod goroda Moskvi [High efficiency of removal of pathogenic microorganisms in the treatment of municipal wastewater in Moscow] / Sh.A. Begmatov, A.G. Dorofeev, N.V. Pimenov // Mikrobiologiya [Microbiology]. — 2023. — Vol. 92. — № 5. — P. 521–526. — DOI: 10.31857/S0026365623600153. [in Russian]
7. Lauga E. Bacterial hydrodynamics / E. Lauga // Annual Review of Fluid Mechanics.. — 2016. — Vol. 48. — P. 105–130.
8. Landau L.D. Teoreticheskaya fizika [Theoretical physics]: in 10 vol / L.D. Landau, Ye.M. Lifshits. — Moscow: Fizmatlit, 2004. — Vol. 1: Mechanics. — 222 p. [in Russian]
9. Landau L.D. Gidrodinamika [Hydrodynamics] / L.D. Landau, E.M. Lifshicz. — Moscow: Nauka, 1986. — 752 p. [in Russian]
10. Feinman R. Feinmanovskie lektzii po fizike [Feinman lectures on Physics] / R. Feinman, R. Leiton, M. Sends. — Moscow: Mir, 1965. — Vol. 2. — 448 p. [in Russian]
11. Kondratenko A.S. K voprosu izucheniya sorbtzii mikroorganizmov v porakh uglerodnogo sorbenta [On the issue of studying the sorption of microorganisms in the pores of a carbon sorbent] / A.S. Kondratenko // Combinatorial and probabilistic properties of discrete structures: a collection of scientific papers / Ed. by O.V. Kuzmin. — Irkutsk: IGU, 2025. — Iss. 11. — P. 32–40. [in Russian]
12. Generalova K.N. Izotermiy' adsorbtsii nerastushhix kletok bakterij na uglerodny'x materialax [Isotherms of adsorption of non-growing bacterial cells on carbon materials] / K.N. Generalova, A.A. Min'kova, V.F. Olonцев // Bulletin of PNRPU. Chemical technology and biotechnology. — 2014. — № 3. — P. 55–64. [in Russian]
13. Shlegel' G. Obshhaya mikrobiologiya [General Microbiology] / G. Shlegel'. — Moscow: Mir, 1987. — 566 p. [in Russian]
14. Smith D.J. Fluid mechanics of microorganism propulsion / D.J. Smith // Annual Review of Fluid Mechanics. — 2011. — Vol. 43. — P. 531–559.
15. Batchelor G.K. An Introduction to Fluid Dynamics. / G.K. Batchelor. — Cambridge: Cambridge University Press, 2000. — 631 p.
16. Happel J. Low Reynolds Number Hydrodynamics / J. Happel, H. Brenner. — Leyden: Kluwer Academic Publishers, 1983. — 553 p.
17. Stocker R. Marine microbes see a sea of gradients / R. Stocker // Science. — 2012. — Vol. 338. — P. 628–633.
18. Vorob'yov A.A. Medicinskaya mikrobiologiya, virusologiya i immunologiya [Medical Microbiology, Virology and Immunology] / A.A. Vorob'yov. — Moscow: MIA, 2004. — 690 p. [in Russian]