

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ
ПРОГРАММ/MATHEMATICAL MODELING, NUMERICAL METHODS AND PROGRAM COMPLEXES**DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.167.36> EDN: EQFCWQ**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В
БУРОВОЙ СКВАЖИНЕ**

Научная статья

Труфанова Н.М.¹, Киряков Д.А.^{2,*}²ORCID : 0009-0008-8707-725X;^{1,2}Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (kiryaakov17fsj[at]mail.ru)

Предложена: 24.03.2026; Принята: 23.04.2026; Опубликовано: 18.05.2026

Аннотация

Бурение скважин в условиях высоких пластовых температур сопряжено с риском перегрева и снижения работоспособности бурового инструмента. Для обоснованного выбора режимов охлаждения и параметров работы буровой установки необходима достоверная информация о температурном состоянии забоя и его изменении во времени. Существующие математические модели часто используют ряд допущений, которые не позволяют учесть динамику процессов тепломассопереноса, влияние теплофизических свойств горных пород и реальную конструктивную схему буровой колонны. Целью работы является разработка нестационарной математической модели тепломассопереноса в скважине в процессе бурения. Модель реализована методом конечных элементов в программном комплексе ANSYS и описывает сопряжённые гидродинамические и тепловые процессы в циркулирующем буровом растворе, элементах колонны и цементном кольце. Разработанная модель позволяет исследовать динамику теплопереноса, а также оценить тепловое влияние долота на температуру в забое скважины. В ходе численного моделирования получены поля скоростей и температур в прямом и обратном потоках, а также температурные поля во всем объеме скважины в различные моменты времени, что имеет практическое значение для оптимизации технологических режимов бурения и предотвращения термических повреждений оборудования.

Ключевые слова: буровая скважина, нестационарный тепломассоперенос, буровой раствор, математическая модель, метод конечных объемов.

NUMERICAL STUDY OF NON-STATIONARY HEAT AND MASS TRANSFER PROCESSES IN A DRILLED WELL

Research article

Trufanova N.M.¹, Kiryaakov D.A.^{2,*}²ORCID : 0009-0008-8707-725X;^{1,2}Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

* Corresponding author (kiryaakov17fsj[at]mail.ru)

Suggested: 24.03.2026; Accepted: 23.04.2026; Published: 18.05.2026

Abstract

Well drilling in conditions of high formation temperatures carries the risk of overheating and reduced performance of the drilling tools. To make an informed choice regarding cooling regimes and the operating parameters of the drilling rig, reliable information is required on the temperature conditions at the wellbore face and how these change over time. Existing mathematical models often rely on a number of assumptions that do not allow for the dynamics of heat and mass transfer processes, the influence of the thermophysical properties of rock formations, or the actual design of the drill string. The aim of the work is to develop a transient mathematical model of heat and mass transfer in a well during drilling. The model has been implemented using the finite element method in the ANSYS software package and describes the coupled hydrodynamic and thermal processes in the circulating drilling fluid, the drill string components and the cement annulus. The developed model allows the dynamics of heat transfer to be studied and the thermal influence of the bit on the temperature at the bottom of the well to be assessed. Numerical simulations have yielded velocity and temperature fields in the forward and reverse flows, as well as temperature fields throughout the entire wellbore volume at various points in time, which is of practical significance for optimising drilling operating conditions and preventing thermal damage to equipment.

Keywords: drilled well, non-stationary heat and mass transfer, drilling fluid, mathematical model, finite volume method.

Введение

Буровые скважины являются ключевым элементом добывающей инфраструктуры и требуют точного прогнозирования тепловых режимов, что особенно критично при эксплуатации в высокотемпературных геологических формациях. Традиционные методы анализа зачастую используют стационарные или квазистационарные математические модели, что существенно снижает точность прогнозов и надёжность расчётов [1], [2].

Комплексное исследование процессов тепломассопереноса в системе «буровой раствор — элементы конструкции скважины — породный массив» имеет принципиальное значение для предотвращения термических повреждений

бурового оборудования. Особую актуальность приобретает анализ теплового влияния долота, размеров массива горных пород, а также скорости циркуляции бурового раствора на изменение температурного поля во времени [3], [4].

В рамках данного исследования разработана математическая модель нестационарного тепломассопереноса, предназначенная для прогнозирования динамики температурных полей в буровой системе. Модель базируется на системе уравнений сохранения в нестационарной осесимметричной постановке и позволяет проводить оптимизацию технологических параметров работы скважины с учётом временной зависимости тепловых и гидродинамических процессов.

Постановка задачи

Теплоноситель подается от устья скважины и, двигаясь по колонне бурильных труб, достигает нижней точке на глубине 4000 м, после чего, поднимается обратно к устью по затрубному пространству между бурильной и эксплуатационной колоннами. Циркуляция бурового раствора направлена на вынос выбуренных пород и охлаждения бурильного инструмента во избежание его преждевременного выхода из строя [5].

На рис. 1 представлена геометрическая модель буровой скважины, диаметр в зоне подачи бурового раствора составляет 108,62 мм, в зоне выхода бурового раствора диаметр равен 149,92 мм.

Рассматривались стационарная и нестационарная задачи турбулентного тепломассопереноса в осесимметричной постановке. Для описания турбулентного переноса использовалась высокорейнольдсовая standard k-epsilon модель из семейства моделей RANS (осреднённые по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса).

При математическом моделировании процессов тепломассопереноса в буровой скважине были приняты следующие допущения:

- задача осесимметричная;
- на границе раздела разнородных сред задавалось условие идеального теплового контакта;
- на твердых поверхностях задавались условия прилипания и не проникновения для скоростей;
- теплофизические свойства твердых материалов и реологические свойства бурового раствора постоянны;
- вынос на поверхность выбуренных пород не учитывается;
- бесконечный массив горных пород заменен ограниченной областью;
- теплофизические свойства горных пород не изменяются по глубине;
- буровой раствор — несжимаемая жидкость.

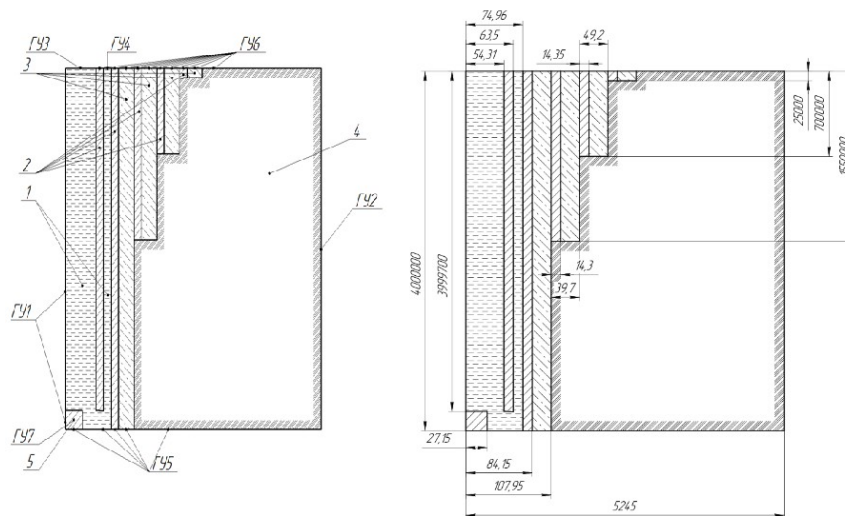


Рисунок 1 - Схематическое представление скважины в продольном сечении с установленными граничными условиями включает в себя следующие элементы:

1 – буровой раствор; 2 – трубы СБТ (кондуктор, 1-ая промежуточная колонна, 2-ая промежуточная колонна, эксплуатационная колонна, колонна бурильных труб); 3 – цементная заливка; 4 – грунт; 5 – долото

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.167.36.1>

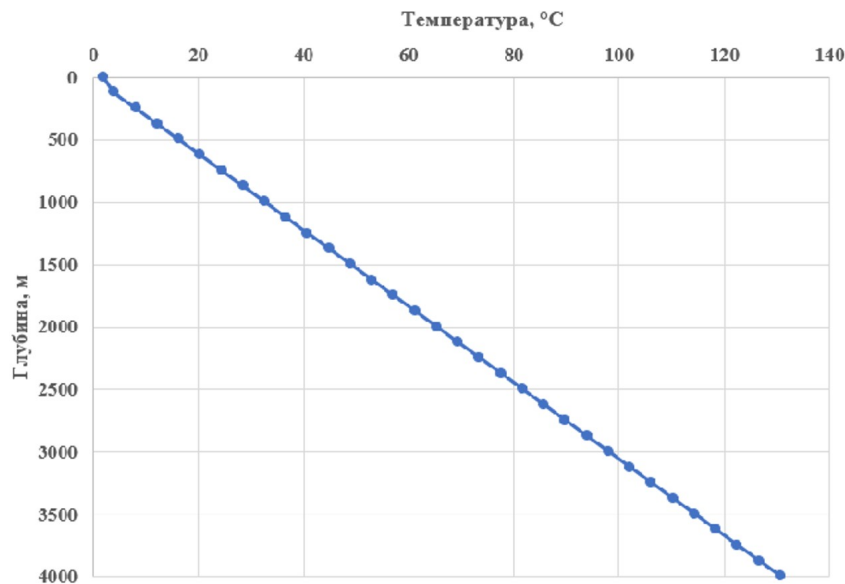


Рисунок 2 - Геотерма

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.167.36.2>

Разработанная математическая модель движения и теплопереноса в скважине основывается на законах сохранения массы, количества движения и энергии с учетом сделанных допущений в осесимметричной постановке имеет следующий вид:

Уравнения переноса (уравнения Навье–Стокса, осреднённые по Рейнольдсу):

$$\rho_i \left(\frac{\partial \bar{v}_{ir}}{\partial t} + \bar{v}_{ir} \frac{\partial \bar{v}_{ir}}{\partial r} + \bar{v}_{iz} \frac{\partial \bar{v}_{ir}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial \bar{P}_i}{\partial r} + \mu_i \left(\frac{\partial^2 \bar{v}_{ir}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{v}_{ir}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{v}_{ir}}{\partial z^2} - \frac{\bar{v}_{ir}}{r^2} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(-r \rho_i \overline{v'_{ir} v'_{ir}} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-\rho_i \overline{v'_{ir} v'_{iz}} \right) \quad (1)$$

$$\rho_i \left(\frac{\partial \bar{v}_{iz}}{\partial t} + \bar{v}_{ir} \frac{\partial \bar{v}_{iz}}{\partial r} + \bar{v}_{iz} \frac{\partial \bar{v}_{iz}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial \bar{P}_i}{\partial z} + \mu_i \left(\frac{\partial^2 \bar{v}_{iz}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{v}_{iz}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{v}_{iz}}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(-r \rho_i \overline{v'_{ir} v'_{iz}} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-\rho_i \overline{v'_{iz} v'_{iz}} \right) \quad (2)$$

Уравнение переноса для кинетической энергии турбулентности k :

$$\frac{\partial(\rho_i k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i k \bar{v}_{ir})}{\partial r} + \frac{\partial(\rho_i k \bar{v}_{iz})}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial r} \left[\left(\mu_i + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\mu_i + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial z} \right] + G_k + G_b - \rho_i \varepsilon - Y_M \quad (3)$$

Уравнение переноса для скорости диссипации кинетической энергии турбулентности ε :

$$\frac{\partial(\rho_i \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i \varepsilon \bar{v}_{ir})}{\partial r} + \frac{\partial(\rho_i \varepsilon \bar{v}_{iz})}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial r} \left[\left(\mu_i + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\mu_i + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right] + \rho_i C_1 S \varepsilon - \rho_i C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{v_i} \varepsilon} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b \quad (4)$$

Турбулентная вязкость μ_t :

$$\mu_t = \rho_i C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5)$$

Уравнение несжимаемости:

$$-\rho_i \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r \bar{v}_{ir})}{\partial r} + \frac{\partial(\bar{v}_{iz})}{\partial z} \right) = 0 \quad (6)$$

Уравнение энергии для теплоносителя:

$$\frac{\partial(\rho_i E)}{\partial t} + \frac{\partial}{r \partial r} \left[\bar{v}_{ir} (\rho_i E + p) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\bar{v}_{iz} (\rho_i E + p) \right] = \frac{\partial}{r \partial r} \left(k_{eff} \frac{\partial T}{\partial r} + \bar{v}_{ir}(\tau)_{eff} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{eff} \frac{\partial T}{\partial z} + \bar{v}_{iz}(\tau)_{eff} \right) \quad (7)$$

Уравнение энергии для твердых элементов конструкции:

$$\rho_j c_j \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_j \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda_j \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (8)$$

здесь r, z — цилиндрические координаты;

i, j — индексы исследуемых областей;

i — теплоноситель,

$j=1$ — трубы СБТ (кондуктор, 1-ая промежуточная колонна, 2-ая промежуточная колонна, эксплуатационная колонна, колонна буровых труб);

$j=2$ — цементная заливка;

$j=3$ — грунт;

$j=4$ — долото;

T — температура;

t — время;

\bar{P}_l — осредненное давление;

μ_i — вязкость среды;

\bar{V}_r, \bar{V}_z — осредненные компоненты вектора скорости;

ρ_i — плотность среды;

λ_j — коэффициент теплопроводности среды;

k_{eff} — эффективный коэффициент теплопроводности;

τ_{eff} — эффективный тензор напряжений.

Для описания зависимости плотности, теплоемкости и теплопроводности бурового раствора на основе калия от температуры использовались выражения, приведенные в статье [6].

Таблица 1 - Теплофизические свойства материалов

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.167.36.3>

Материал	Плотность, кг/м ³	Теплоемкость, Дж/(кг*°C)	Теплопроводность, Вт/(м*°C)	Вязкость, Па * с
Грунт	2640	920	2,5	–
Сталь	7800	400	43,75	–
Цемент	1880	2000	0,70	–
Буровой раствор	1700	1836	0,86	0,0435

Таблица 2 - Граничные условия

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.167.36.4>

Обозначение	Назначение
ГУ1	Ось симметрии
ГУ2	Геотерма
ГУ3	На входе в колонну задавалась эпюра скоростей для теплоносителя, соответствующая объемному расходу равному 0,028 м ³ /с и температура равная 30 °C
ГУ4	Статическое давление
ГУ5	Температура 131 °C
ГУ6	Конвективный теплообмен, температура 30 °C, коэффициент теплоотдачи 30 Вт/(м ² ·°C)
ГУ7	Тепловой поток 200000 Вт/м ³

Решение системы дифференциальных уравнений с граничными условиями, приведенными в табл. 2, осуществлялось методом конечных объемов в программной среде ANSYS.

Адекватность разработанной математической модели подтверждалась сравнением результатов с результатами других авторов [7], [8], [9].

Результаты исследования нестационарных процессов тепломассопереноса в буровой скважине глубиной 2000 м приведены в статье [10].

Основные результаты

В результате решения поставленной задачи были получены поля температур и скоростей во всем объеме скважины.

На рис. 3 представлены результаты анализа влияния размера массива грунта на температурное распределение в зоне подачи бурового раствора. Исследовались два варианта радиального размера: 5, 10 от оси скважины. Полученные температурные зависимости практически совпадают для рассмотренных областей горных пород. Максимальное расхождение температур не превышает 0,1 °С. Данный результат обосновывает выбор расчетной области с радиальным размером 5 метров для моделирования скважины глубиной 4000 метров, что позволяет существенно снизить вычислительные затраты.

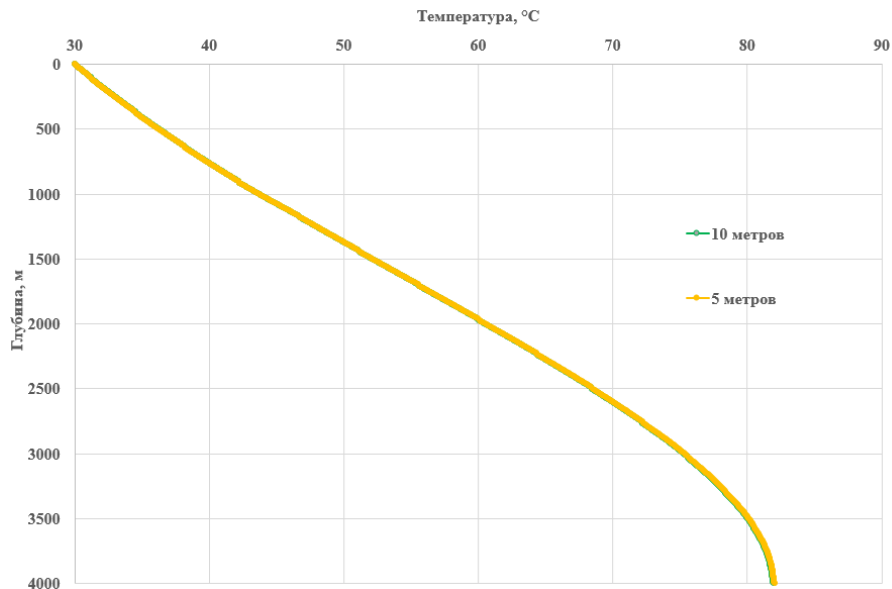


Рисунок 3 - Распределение температуры в зоне подачи бурового раствора для различных размеров горных пород
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.167.36.5>

На рис. 4 приведены температурные поля в буровой скважине глубиной 4000 м при циркуляции бурового раствора с расходом 0,028 м³/с. В начальный момент времени (рис. 4а) температурное поле соответствует геотермическому распределению с температурой от устья скважины (0 °С) до забоя скважины (131 °С), что характеризует естественный геотермический градиент 0,03275 °С/м. С течением времени видно, как за счет циркуляции бурового раствора снижается температура в забое скважины и охлаждается массив горных пород. Так спустя 6 часов циркуляции (рис. 4б) наблюдается снижение температуры в забое скважины на 40 °С. По истечению 24 часов температура в забое скважины составит 81°С.

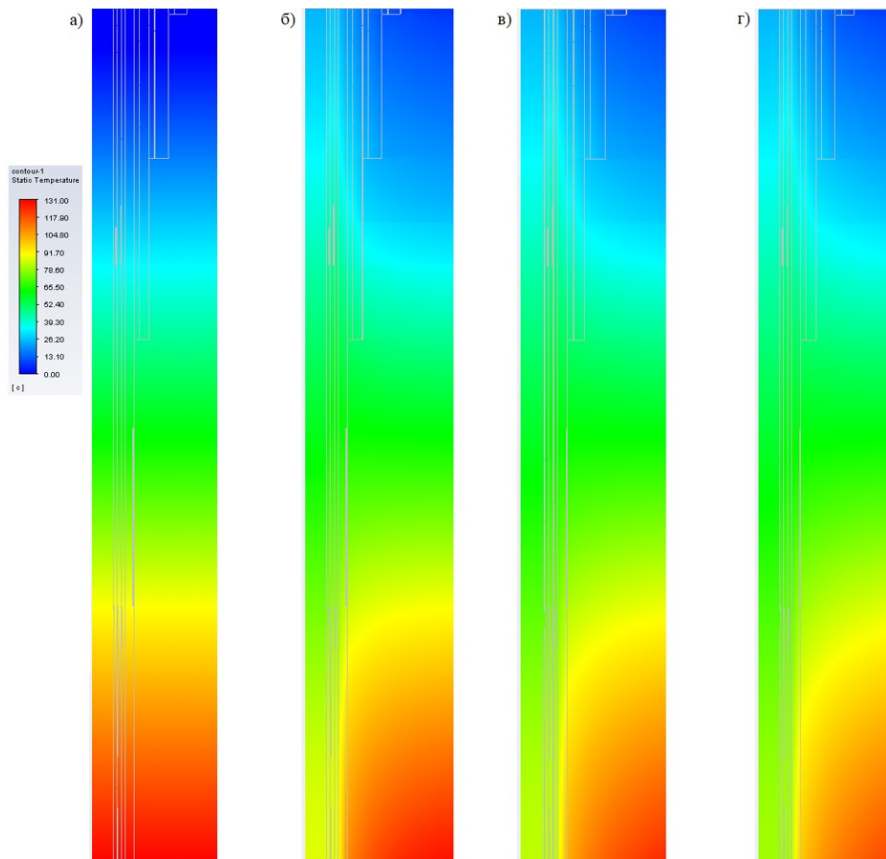


Рисунок 4 - Поля температур при циркуляции раствора:

а - 0 часов; б - 6 часов; в - 12 часов; г - 24 часа

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.167.36.6>

На рис. 5 представлены зависимости температуры в забое от времени при различных расходах бурового раствора, демонстрирующие две характерные фазы: процесс активного охлаждения (0–24 ч) и процесс восстановления температуры после остановки циркуляции (24–48 ч). В начальный момент времени температура для всех исследуемых расходов (0,028, 0,032 и 0,036 м³/с) составляет 130 °С, что соответствует геотермическому распределению на глубине 4000 м. На начальном этапе (первые 2–3 часа) наблюдается резкое падение температуры, что характеризует интенсивное охлаждение. При увеличении расхода скорость охлаждения возрастает и устанавливаются более низкие значения температур: при расходе 0,036 м³/с температуры стабилизируются на уровне 78,71 °С через 12 часов, в то время как при расходе 0,028 м³/с температуры составляют 84,92 °С. Дальнейшая циркуляция раствора до 24 часов приводит к следующим температурам в забое скважины: 82,07 °С; 78,69 °С; 75,74 °С для соответствующих значений расходов.

После прекращения циркуляции наблюдается обратный процесс увеличения температуры за счет теплопритока от окружающего массива горных пород. Скорость восстановления температуры незначительно зависит от предшествующего режим охлаждения. Так, за первые 6 часов простоя (24–30 ч) температура восстанавливается более чем на 30–40 °С. К 48-му часу температура для всех вариантов расхода асимптотически приближается к начальной пластовой. Кривая без циркуляции демонстрирует сохранение начальной геотермической температуры на протяжении всего периода наблюдения.

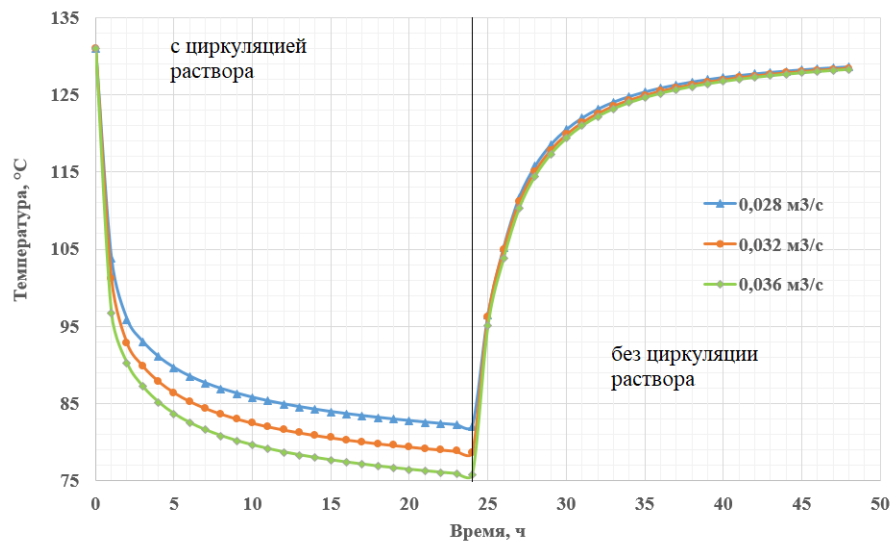


Рисунок 5 - Изменение температуры в забое скважины от времени с циркуляцией и без циркуляции раствора при различных расходах

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.167.36.7>

На рис. 6 представлены температурные поля в зоне забоя скважины при различных температурах подаваемого бурового раствора.

Распределение температур демонстрирует сложный характер теплообмена между буровым раствором, элементами конструкции скважины и окружающим массивом горных пород. При подаче раствора с температурой 30 °С (рис. 6а) наблюдается формирование температурного градиента от центральной зоны к периферии, при этом температура на поверхности долота составляет 86 °С. Снижение температуры подаваемого раствора до 20 °С (рис. 6б) приводит к более эффективному охлаждению забоя, температура на поверхности долота снижается до 82 °С, что обеспечивает более благоприятные условия для работы бурильного инструмента. Дальнейшее уменьшение температуры бурового раствора до 10 °С (рис. 6в) обеспечивает наиболее интенсивное охлаждение с температурой в зоне долота около 78 °С. Визуализация температурных полей показывает, что охлаждающий эффект распространяется не только на зону непосредственного контакта с буровым раствором, но и проникает в прилегающий массив горных пород, что важно для оценки теплового воздействия процесса бурения на окоскважинное пространство. Результаты моделирования позволяют количественно оценить эффективность различных температурных режимов подачи бурового раствора и обосновать оптимальные параметры охлаждения для предотвращения перегрева бурильного инструмента.

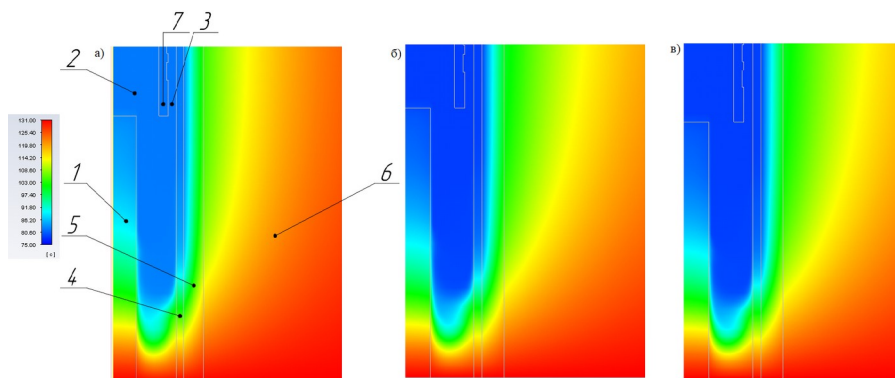


Рисунок 6 - Поля температур в зоне забоя для различных температур бурового раствора: а – 30 °С; б – 20 °С; в – 10 °С; 1 – долото; 2 – зона подачи бурового раствора; 3 – затрубное пространство; 4 – эксплуатационная колонна; 5 – цементная заливка; 6 – грунт; 7 – буровая колонна

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.167.36.8>

Заключение

Проведённый анализ динамики охлаждения и последующего прогрева в призабойной зоне показал, что временная зависимость температуры существенно определяется расходом циркулирующего бурового раствора. Конечное установившееся значение температуры формируется балансом между теплопритоком от пород и интенсивностью теплоотвода потоком бурового раствора. Увеличение расхода с 0,028 до 0,036 м³/с позволяет снизить равновесную температуру с 84,92 °С до 75,74 °С за 24 часа циркуляции.



Отдельно исследовано влияние температуры поступающего раствора на тепловое состояние долота и призабойной зоны. Снижение температуры раствора на входе с 30 °С до 10 °С обеспечивает понижение температуры на рабочей поверхности долота с 86 °С до 78 °С, что критически важно для предотвращения перегрева аппарата телеметрии и сохранения механических свойств. Моделирование также выявило, что охлаждающий эффект распространяется за пределы непосредственного контакта, затрагивая цементное кольцо и прилегающий массив пород, что позволяет оценить масштаб теплового воздействия на конструкцию скважины.

Таким образом, разработанная нестационарная модель позволяет количественно обосновать оптимальные технологические параметры (расход и температуру бурового раствора) для эффективного охлаждения забоя и предотвращения термических повреждений бурильного инструмента без избыточных энергетических и эксплуатационных затрат.

Конфликт интересов

Не указан.

Рецензия

Ильичев В.Ю., Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Калуга
Российская Федерация
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.167.36.9>

Conflict of Interest

None declared.

Review

Ilichev V.Y., Bauman Moscow State Technical University,
Kaluga Russian Federation
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.167.36.9>

Список литературы / References

1. Wang N. Downhole Temperature Estimation of a Growing High-Temperature Wellbore Using a Modified Drift Flux Modeling Approach / N. Wang, M.S. Khaled, A. Luu [et al.] // SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, Texas, USA, October 2023. — 2023. — Paper SPE-214836-MS. — DOI: 10.2118/214836-MS.
2. Fallah A. An Integrated Thermal and Multi-Phase Flow Model for Estimating Transient Temperature Dynamics During Drilling Operations / A. Fallah, Q. Gu, Z. Ma [et al.] // SPE/IADC International Drilling Conference and Exhibition, The Hague, The Netherlands, March 2019. — 2019. — Paper SPE-194083-MS. — DOI: 10.2118/194083-MS.
3. Khaled M.S. Drilling Heat Maps for Active Temperature Management in Geothermal Wells / M.S. Khaled, D. Chen, P. Ashok [et al.] // SPE Journal. — 2023. — Vol. 28. — № 4. — P. 1577–1593. — DOI: 10.2118/210306-PA.
4. Wang C. Wellbore-heat-transfer-model-based optimization and control for cooling downhole drilling fluid / C. Wang, H. Liu, G.-W. Yu [et al.] // Petroleum Science. — 2024. — Vol. 21. — Iss. 3. — P. 1835–1848. — DOI: 10.1016/j.petsci.2023.11.025.
5. Khaled M.S. Strategies for Prevention of Downhole Tool Failure Caused by High Bottomhole Temperature in Geothermal and High-Pressure/High-Temperature Oil and Gas Wells / M.S. Khaled, N. Wang, P. Ashok [et al.] // SPE Drilling & Completion. — 2023. — Vol. 38. — № 2. — P. 243–260. — DOI: 10.2118/212550-PA.
6. Mao L. Temperature prediction of geothermal drilling considering the drilling fluid / L. Mao, Y. Liu, C. Wei [et al.] // Renewable Energy. — 2024. — Vol. 237. — Pt. A. — Art. 121489.
7. Yang A. Solution and Analysis of Wellbore Temperature and Pressure Field Coupling Model under Lost Circulation / A. Yang, Z. Zhu, N. Zhang [et al.] // ACS Omega. — 2022. — Vol. 7. — № 31. — P. 27560–27572. — DOI: 10.1021/acsomega.2c04185.
8. Feng F. Analytical modeling of wellbore-formation coupled temperature field during drilling fluid circulation process: preprint / F. Feng, Y. Zhang, Y. Zhang [et al.]. — 2025. — DOI: 10.2139/ssrn.5436260.
9. Jang M. The Transient Thermal Disturbance in Surrounding Formation During Drilling Circulation: preprint / M. Jang, T.S. Chun, J. An. — 2022. — DOI: 10.2139/ssrn.4178383.
10. Кирыков Д.А. Математическое моделирование процессов тепломассопереноса в буровой скважине / Д.А. Кирыков, Н.М. Труфанова // Научно-технический вестник Поволжья. — 2025. — № 7. — С. 36–39.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Wang N. Downhole Temperature Estimation of a Growing High-Temperature Wellbore Using a Modified Drift Flux Modeling Approach / N. Wang, M.S. Khaled, A. Luu [et al.] // SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, Texas, USA, October 2023. — 2023. — Paper SPE-214836-MS. — DOI: 10.2118/214836-MS.
2. Fallah A. An Integrated Thermal and Multi-Phase Flow Model for Estimating Transient Temperature Dynamics During Drilling Operations / A. Fallah, Q. Gu, Z. Ma [et al.] // SPE/IADC International Drilling Conference and Exhibition, The Hague, The Netherlands, March 2019. — 2019. — Paper SPE-194083-MS. — DOI: 10.2118/194083-MS.
3. Khaled M.S. Drilling Heat Maps for Active Temperature Management in Geothermal Wells / M.S. Khaled, D. Chen, P. Ashok [et al.] // SPE Journal. — 2023. — Vol. 28. — № 4. — P. 1577–1593. — DOI: 10.2118/210306-PA.
4. Wang C. Wellbore-heat-transfer-model-based optimization and control for cooling downhole drilling fluid / C. Wang, H. Liu, G.-W. Yu [et al.] // Petroleum Science. — 2024. — Vol. 21. — Iss. 3. — P. 1835–1848. — DOI: 10.1016/j.petsci.2023.11.025.
5. Khaled M.S. Strategies for Prevention of Downhole Tool Failure Caused by High Bottomhole Temperature in Geothermal and High-Pressure/High-Temperature Oil and Gas Wells / M.S. Khaled, N. Wang, P. Ashok [et al.] // SPE Drilling & Completion. — 2023. — Vol. 38. — № 2. — P. 243–260. — DOI: 10.2118/212550-PA.



6. Mao L. Temperature prediction of geothermal drilling considering the drilling fluid / L. Mao, Y. Liu, C. Wei [et al.] // *Renewable Energy*. — 2024. — Vol. 237. — Pt. A. — Art. 121489.
7. Yang A. Solution and Analysis of Wellbore Temperature and Pressure Field Coupling Model under Lost Circulation / A. Yang, Z. Zhu, N. Zhang [et al.] // *ACS Omega*. — 2022. — Vol. 7. — № 31. — P. 27560–27572. — DOI: 10.1021/acsomega.2c04185.
8. Feng F. Analytical modeling of wellbore-formation coupled temperature field during drilling fluid circulation process: preprint / F. Feng, Y. Zhang, Y. Zhang [et al.]. — 2025. — DOI: 10.2139/ssrn.5436260.
9. Jang M. The Transient Thermal Disturbance in Surrounding Formation During Drilling Circulation: preprint / M. Jang, T.S. Chun, J. An. — 2022. — DOI: 10.2139/ssrn.4178383.
10. Kiryakov D.A. Matematicheskoe modelirovanie protsessov teplomassopere-nosa v burovoi skvazhine [Mathematical modelling of heat and mass transfer processes in a borehole] / D.A. Kiryakov, N.M. Trufanova // *Nauchno-tehnicheskii vestnik Povolzhya* [Scientific and Technical Bulletin of the Volga Region]. — 2025. — № 7. — P. 36–39. [in Russian]