



ТЕХНОЛОГИЯ И ОБОРУДОВАНИЕ ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВА МАТЕРИАЛОВ И ПРИБОРОВ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ/TECHNOLOGY AND EQUIPMENT FOR THE PRODUCTION OF MATERIALS AND ELECTRONIC DEVICES

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.166.94> EDN: TZLQK**ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ОТКЛИК КОМПОЗИТОВ ДИЭЛЕКТРИК-ПРОВОДНИК ВБЛИЗИ ПОРОГА ПЕРКОЛЯЦИИ: СКЕЙЛИНГОВЫЙ АНАЛИЗ И РОЛЬ ФРАКТАЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ**

Научная статья

Соцков В.А.¹, Карякин А.Т.^{2,*}²ORCID : 0000-0002-4818-6399;^{1,2} Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, Нальчик, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (karyakin2279[at]mail.ru)

Аннотация

В настоящей работе представлена комплексная теоретическая модель, описывающая аномальное поведение диэлектрической проницаемости композитных материалов типа диэлектрик-проводник в критической области вблизи порога перколяции. На основе скейлинговых законов теории перколяции предложено строгое физическое обоснование феномена фрактальной поляризации как коллективного отклика фрактальных кластеров проводящего наполнителя. Проанализирована ключевая роль квантового туннелирования в формировании связанной сетки и определении диэлектрических характеристик реальных систем. Проведена реинтерпретация экспериментальных данных для систем на основе парафина с наполнителями из графита, железа и алюминия, демонстрирующая адекватность предложенной модели. Обсуждаются перспективные экспериментальные и численные методы для дальнейшей верификации теории.

Ключевые слова: композитные материалы, диэлектрическая проницаемость, теория перколяции, фракталы, критические показатели, скейлинг, туннельная проводимость, фрактальная поляризация.

THE DIELECTRIC RESPONSE OF DIELECTRIC-CONDUCTOR COMPOSITES NEAR THE PERCOLATION THRESHOLD: SCALING ANALYSIS AND THE ROLE OF FRACTAL POLARISATION

Research article

Sotskov V.A.¹, Karyakin A.T.^{2,*}²ORCID : 0000-0002-4818-6399;^{1,2} Kabardino-Balkarian State University named after Kh. M. Berbekov, Nalchik, Russian Federation

* Corresponding author (karyakin2279[at]mail.ru)

Abstract

This work presents a complex theoretical model describing the abnormal behavior of the dielectric permittivity of dielectric-conductor composite materials in the critical range near the percolation threshold. Based on the scaling laws of percolation theory, a strict physical rationale for the phenomenon of fractal polarisation is proposed as a collective response of fractal clusters of the conductive filler. The key role of quantum tunnelling in the formation of a connected network and the determination of the dielectric characteristics of real systems is analysed. A reinterpretation of experimental data for paraffin-based systems with graphite, iron and aluminium fillers is presented, demonstrating the adequacy of the suggested model. Promising experimental and numerical methods for further verification of the theory are discussed.

Keywords: composite materials, dielectric permittivity, percolation theory, fractals, critical parameters, scaling, tunneling conductivity, fractal polarisation.

Введение

Композитные материалы, состоящие из диэлектрической матрицы и диспергированного в ней проводящего наполнителя, привлекают значительное внимание исследователей благодаря уникальному сочетанию свойств и широким перспективам применения. Такие системы являются основой для создания накопителей энергии, элементов высокочастотной электроники, сенсоров, а также материалов для поглощения и экранирования электромагнитного излучения. Ключевой задачей является разработка материалов с управляемыми и предсказуемыми диэлектрическими характеристиками, что требует глубокого понимания фундаментальных физических механизмов, определяющих их электродинамический отклик.

Традиционно для описания диэлектрических свойств гетерогенных систем используются теории эффективной среды (Effective Medium Theory, EMT), такие как модель Максвелла-Гарнетта, и модели, основанные на явлении межфазной поляризации Максвелла-Вагнера-Силларса (MWS) [1], [2], [3], [4]. Эти подходы успешно описывают свойства композитов при малых объемных долях проводящего наполнителя, когда его частицы изолированы друг от друга в диэлектрической матрице. Однако их фундаментальным ограничением является неспособность предсказать резкое, нелинейное изменение свойств системы при приближении к порогу перколяции — критической концентрации наполнителя, при которой его частицы формируют непрерывный кластер, пронизывающий весь объем образца.

Неудача классических моделей при высоких концентрациях наполнителя является не их недостатком, а прямым следствием смены доминирующего физического механизма: от поляризации отдельных, изолированных включений к коллективным эффектам в связанной сетке кластеров. С увеличением концентрации проводящей фазы система

претерпевает фазовый переход типа диэлектрик-металл, адекватное описание которого возможно только в рамках теории перколяции [2], [3], [4]. Вблизи порога перколяции (p_c) свойства системы определяются не столько характеристиками отдельных частиц, сколько универсальными законами, связанными с геометрией и топологией формирующихся кластеров. Таким образом, для адекватного описания критического поведения диэлектрических свойств необходим переход от моделей эффективной среды к аппарату теории перколяции.

Целью настоящей работы является разработка и верификация комплексной теоретической модели, описывающей аномальное поведение диэлектрической проницаемости композитов в критической области вблизи порога перколяции. Для достижения этой цели поставлены следующие задачи:

1. Систематизировать математический аппарат теории перколяции, включая скейлинговые (масштабные) законы для электрофизических свойств.
2. Интегрировать в модель современные представления о механизмах переноса заряда в реальных композитах, в частности квантовое туннелирование, играющее ключевую роль при наличии межчастичных барьеров.
3. Дать строгую физическую интерпретацию феномену «фрактальной поляризации», предложенному в работе, связав его с коллективным откликом перколяционных кластеров фрактальной геометрии.
4. Провести реинтерпретацию экспериментальных данных в рамках предложенной модели, объяснив наблюдаемые зависимости и различия между исследованными системами.

Диэлектрический отклик в рамках теории перколяции

Теория перколяции описывает образование связанных структур (кластеров) в неупорядоченных системах. В контексте композитных материалов, систему можно представить как решетку, узлы или связи которой случайным образом «заняты» (соответствуют частицам наполнителя) с вероятностью (концентрацией) p [2], [3], [4]. Кластером называется группа связанных между собой занятых узлов.

При увеличении концентрации p средний размер кластеров растет, и при достижении критического значения p_c , называемого порогом перколяции, в системе впервые образуется бесконечный кластер, связывающий противоположные границы образца. Значение p_c не является универсальным и зависит от размерности пространства, типа решетки и геометрии частиц наполнителя [5], [6].

Область вблизи p_c называется критической. Поведение системы в этой области характеризуется корреляционной длиной ξ , которая определяет характерный размер конечных кластеров [6], [7]. При приближении к порогу перколяции корреляционная длина расходится по степенному закону [2], [4], [7]:

$$\xi \propto |p - p_c|^{-\nu}$$

где ν — универсальный критический показатель, зависящий только от размерности пространства.

Важнейшей особенностью перколяционных систем является то, что в самой точке $p = p_c$ бесконечный кластер представляет собой фрактальный объект. Его масса (количество частиц)

M связана с его линейным размером R соотношением $M \propto R^{D_f}$, где D_f — фрактальная размерность, которая строго меньше евклидовой размерности пространства d . Эта самоподобная, сильно разветвленная структура кластера определяет аномальное поведение физических свойств системы в критической области [7], [8].

Фундаментальным принципом, описывающим поведение систем вблизи точки фазового перехода, является гипотеза скейлинга (масштабной инвариантности). Согласно этой гипотезе, вблизи p_c макроскопические свойства системы подчиняются степенным законам с универсальными критическими показателями, которые зависят только от размерности пространства d и не зависят от микроскопических деталей системы (типа решетки, формы частиц и т.д.).

Выше порога перколяции ($p > p_c$), когда сформирован бесконечный проводящий кластер, эффективная статическая проводимость композита σ_{eff} растет от нуля по закону:

$$\sigma_{eff} \propto \sigma_m (p - p_c)^t$$

где σ_m — проводимость материала наполнителя, а t — универсальный критический показатель проводимости.

Ниже порога перколяции ($p < p_c$) система является диэлектриком. Однако при приближении к p_c действительная часть эффективной диэлектрической проницаемости ϵ_{eff} аномально возрастает, расходясь по закону:

$$\epsilon_{eff} \propto \epsilon_d |p - p_c|^{-s}$$

где ϵ_d — диэлектрическая проницаемость матрицы, а s — универсальный критический показатель диэлектрической проницаемости. Эта дивергенция является одним из наиболее ярких проявлений критического поведения в композитах.

Универсальность критических показателей означает, что аномальное поведение диэлектрической проницаемости и проводимости являются двумя проявлениями одного и того же фундаментального явления — фазового перехода перколяции. Значения этих показателей для двух- и трехмерных систем хорошо изучены как теоретически, так и численно (таблица 1).

Таблица 1 - Универсальные критические показатели и фрактальная размерность в теории перколяции для 2D и 3D систем

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.166.94.1>

Показатель	Физический смысл	Значение (d=2)	Значение (d=3)
ν	Показатель корреляционной длины	$4/3 \approx 1,33$	0,88
β	Показатель мощности бесконечного кластера	$5/36 \approx 0,14$	0,41

Показатель	Физический смысл	Значение (d=2)	Значение (d=3)
γ	Показатель среднего размера конечных кластеров	$43/18 \approx 2,39$	1,80
t	Показатель проводимости	1,3	2,0
s	Показатель диэлектрической проницаемости	1,3	0,73
Df	Фрактальная размерность перколяционного кластера	$91/48 \approx 1,89$	2,53

Примечание: составлено по [1], [2], [3], [4], [5]; значения для t и s в 2D совпадают, что является следствием точной дуальности в двумерных системах

Модель туннельной перколяции

В реальных композитах, особенно содержащих наночастицы или частицы с диэлектрическими (например, оксидными) оболочками, прямой омический контакт между элементами наполнителя затруднен. В этом случае доминирующим механизмом переноса заряда между близко расположенными частицами становится квантовое туннелирование электронов через тонкий диэлектрический барьер.

Сопrotивление туннельного контакта экспоненциально зависит от ширины барьера, что делает этот механизм крайне чувствительным к расстоянию между частицами. Включение туннелирования в перколяционную модель приводит к концепции «туннельной перколяции» [8], [9], [10]. В рамках этого подхода две частицы считаются электрически «связанными», если расстояние между их поверхностями меньше некоторого характерного туннельного расстояния $d_{\text{тун}}$. Это эквивалентно рассмотрению частиц как объектов с «мягкой оболочкой» (soft shell) толщиной $d_{\text{тун}}/2$.

Введение туннелирования не просто уточняет модель, а кардинально меняет ее, объясняя, почему перколяционные эффекты часто наблюдаются при концентрациях, где геометрический контакт между частицами еще невозможен [10]. Это приводит к значительному эффективному снижению порога перколяции p_c по сравнению с моделью чистого геометрического контакта, так как для формирования связанного пути требуется меньшая объемная доля наполнителя.

Для описания отклика композита на переменное электрическое поле перколяционная сетка рассматривается как случайная сеть, состоящая из резисторов (собственное сопротивление частиц и туннельное сопротивление контактов) и конденсаторов (емкость между несоединенными частицами и кластерами).

В рамках этой R-C модели комплексная диэлектрическая проницаемость $\epsilon^*(\omega) = \epsilon'(\omega) - i\epsilon''(\omega)$ вблизи p_c подчиняется обобщенному скейлинговому закону [1], [2], [3], [4]:

$$\epsilon^*(\omega) \propto |p - p_c|^{-s} F(\omega_0)$$

где $F(x)$ — универсальная скейлинговая функция, а ω_0 — характерная частота релаксации, которая зависит от концентрации как $\omega_0 \propto |p - p_c|^{1+s}$. Расходимость характерного времени релаксации $\tau = 1/\omega_0$ у порога перколяции является еще одним проявлением критического замедления.

Этот аппарат позволяет дать строгое физическое определение явлению, качественно названному в «фрактальной поляризации». Аномально высокая диэлектрическая проницаемость вблизи p_c не является следствием классической MWS-поляризации на отдельных границах раздела. Это коллективный эффект, обусловленный поляризацией конечных проводящих кластеров фрактальной геометрии. Эти кластеры, разделенные тонкими диэлектрическими прослойками матрицы, образуют сложную сеть «микроконденсаторов» [11], [12]. Эффективная емкость этой сети определяется геометрией и размером кластеров.

Поскольку в критической области существует единственная расходящаяся пространственная шкала — корреляционная длина ξ — именно она и определяет характерный размер поляризующихся кластеров [5], [13]. Таким образом, макроскопическая дивергенция диэлектрической проницаемости $\epsilon_{\text{эфф}}$ является прямым следствием микроскопической дивергенции корреляционной длины ξ . «Фрактальная поляризация» — это макроскопическое проявление поляризации самоподобных кластеров [5], [14], масштаб которой определяется ξ .

Анализ экспериментальных результатов и обсуждение

Применим разработанную теоретическую модель для детальной интерпретации экспериментальных данных, полученных для композитов на основе парафина с различными проводящими наполнителями и проведем качественное сопоставление экспериментальных данных с перколяционной моделью.

Образцы композитов были изготовлены методом горячего прессования «парафин-графит» и «парафин-железо» «парафин-алюминий» с различной массовой долей наполнителя. В качестве диэлектрической матрицы использовался парафин нефтяной твердый П.1. Экспериментально определенное удельное сопротивление парафина составляло $\rho = 1 \times 10^{10,5} \text{ Ом} \cdot \text{м}$. В качестве проводников использовались частицы графита, железа и алюминия. В настоящей работе предполагалось создание ряда систем парафин-проводник, в котором проводники имели различное контактное сопротивление за счет окислов на поверхности частиц металлов. Для этого были выбраны: термографит — препарат коллоидно-графитовый сухой С-1 с основным размером частиц $4 \times 10^{-6} \text{ м}$, железо «ч» основной размер частиц $6 \times 10^{-6} \text{ м}$,

алюминий «с» основной размер частиц 10×10^{-6} м после просеивания. Для электрических измерений использовалась двухэлектродная ячейка. Electroдами служили две параллельные медные пластины размером 15×10 мм, расположенные на расстоянии 9 мм друг от друга. Гранулометрический состав порошков определялся методом произвольных выборок. При этом порции порошка помещались в поле зрения микроскопа Latimed, и измерялись ширина, длина и высота частиц, после чего подсчитывалось количество частиц разных размеров. Форма частиц была в основном в виде произвольных многогранников. Экспериментально было обнаружено, что в порошках преобладали частицы приблизительно с одинаковыми линейными размерами: длиной, шириной и высотой. Разброс этих линейных размеров обычно не превышал 10%.

Для приблизительного описания наиболее подходящей из стандартных фигур является сфера. Поэтому в дальнейшем для определенности частицы классифицировались как сфероидальные. Для измерения высоких значений сопротивления на постоянном токе (в частности, для чистого парафина) применялся тераомметр Е6-13. Для измерения емкости и тангенса диэлектрических потерь на частоте 1 КГц использовались универсальный мост Е7-11 либо измеритель импеданса Е7-20. Удельное объемное сопротивление рассчитывалось в зависимости от вида образца и его геометрических размеров [15], [16].

Измерения электрофизических параметров производились по стандартным методикам. Следует учитывать, что диэлектрическая проницаемость ϵ это комплексная величина:

$$\epsilon = \epsilon' - j\epsilon'' \quad (1)$$

Действительная часть диэлектрической проницаемости в настоящей работе определялась как отношение емкостей [4]:

$$\epsilon' = \frac{C_x}{C_0} \quad (2)$$

где C_0 — емкость пустой ячейки (воздушное заполнение) [15],

C_x — емкость образца при концентрации проводящей фазы-х.

Мнимая часть диэлектрической проницаемости определялась как величина [16]:

$$\epsilon'' = \operatorname{tg} \delta \epsilon' = \frac{1}{Q} \epsilon' \quad (3)$$

где: Q — добротность конденсатора.

Добротность конденсатора определялась для схемы параллельного соединения конденсатора и сопротивления по стандартной методике. Замеры емкости и добротности производились на частоте 1 КГц.

Величина полученных значений определялась из сопоставления данных для 10 образцов, для которых рассчитывалось среднее арифметическое значение максимальные отклонения измеренных C_x и $\operatorname{tg} \delta$ величин от среднеарифметического обычно отклонения составляли 5–8%.

В экспериментах исследовалась зависимость диэлектрической проницаемости от удельного объемного сопротивления композита ρ . В рамках перколяционной модели, при увеличении концентрации наполнителя ρ сопротивление системы монотонно уменьшается. Следовательно, движение по оси $\lg(\rho)$ справа налево на графиках в соответствии увеличению концентрации ρ и приближению к порогу перколяции ρ_c со стороны диэлектрика ($\rho < \rho_c$). Область резкого роста ϵ' и ϵ'' соответствует критической области $\rho \approx \rho_c$.

Интерпретация диэлектрического усиления в системах парафин-железо и парафин-алюминий

Для композитов с частицами железа и алюминия (рис. 1–3) наблюдается участок интенсивного роста действительной (ϵ') и мнимой (ϵ'') частей диэлектрической проницаемости, сменяющийся участком насыщения.

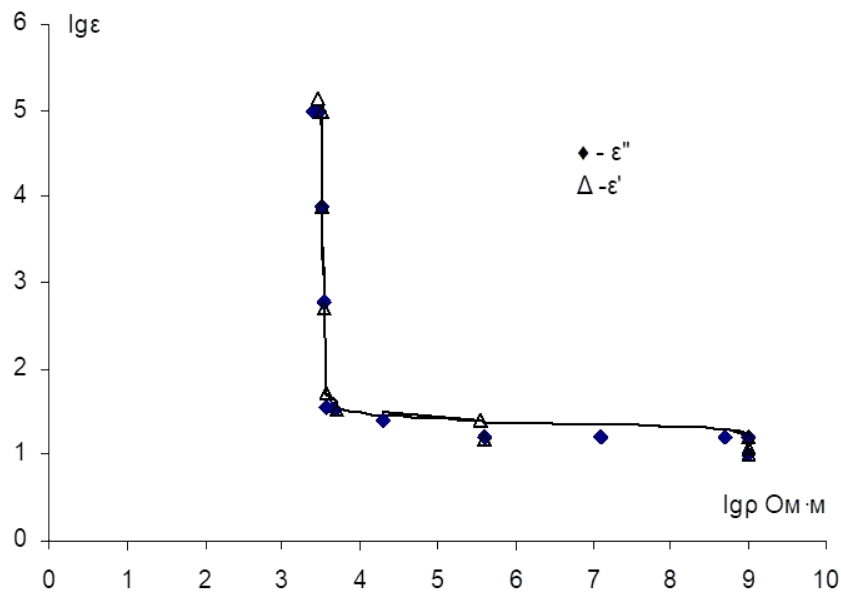


Рисунок 1 - Логарифмическая зависимость диэлектрической проницаемости от удельного объемного сопротивления для композита парафин-железо
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.166.94.2>

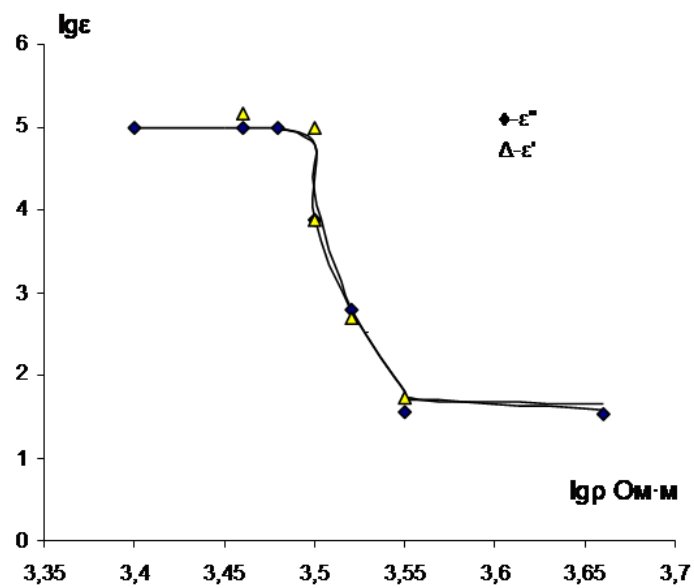


Рисунок 2 - Логарифмическая зависимость диэлектрической проницаемости от удельного объемного сопротивления для композита парафин-железо
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.166.94.3>

Примечание: выделен участок интенсивного роста из рис. 1

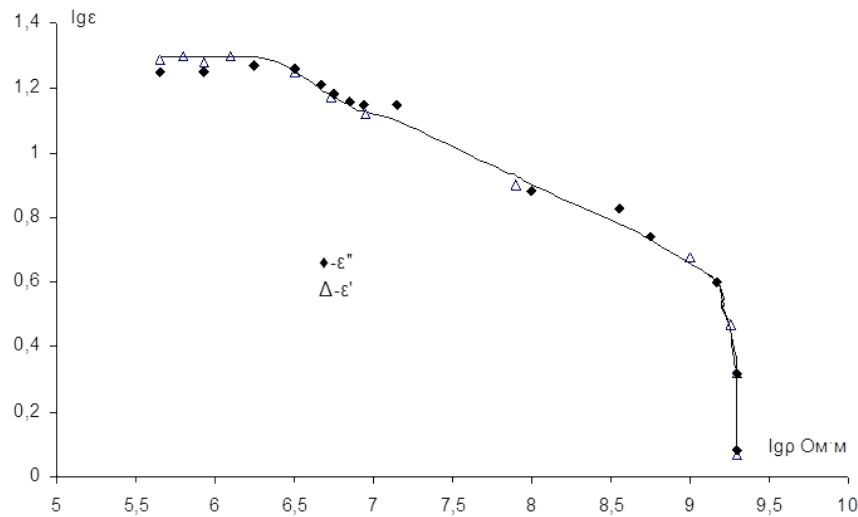


Рисунок 3 - Логарифмическая зависимость диэлектрической проницаемости от удельного объемного сопротивления для композита парафин-алюминий
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.166.94.4>

Критическое поведение. Участок роста является прямым экспериментальным подтверждением критического поведения, описываемого скейлинговым законом $\epsilon_{\text{eff}} \propto \epsilon_d |r - r_c|^{-s}$. В использованных логарифмических координатах этот степенной закон должен проявляться в виде прямолинейного участка, что качественно согласуется с данными.

Роль оксидных пленок. Наличие на поверхности частиц железа (Fe_{203}) и алюминия (Al_{203}) высокоомных оксидных пленок делает модель туннельной перколяции особенно релевантной для данных систем. Именно эти тонкие диэлектрические барьеры обеспечивают существование эффективной сетки «микроконденсаторов» и препятствуют резкому переходу в проводящее состояние после формирования геометрической связности. Это позволяет наблюдать гигантские значения ϵ' в широком диапазоне сопротивлений.

Анализ «участка насыщения». Насыщение ϵ' при дальнейшем уменьшении сопротивления (увеличении r) может быть объяснено двумя основными факторами.

1) Частотная зависимость: измерения в проводились на фиксированной частоте $\omega/2\pi = 1$ kHz. Как было показано, характерное время релаксации системы $\tau \propto |r - r_c|^{-(t+s)}$ расходится при $r \rightarrow r_c$. Когда частота измерений становится сравнима или превышает частоту релаксации ($\omega \geq 1/\tau$), система не успевает полностью поляризоваться за период колебаний поля. Измеряемое значение $\epsilon'(\omega)$ оказывается ниже статического значения $\epsilon'(0)$, что и проявляется как насыщение на графике.

2) Переход через порог перколяции: при $r > r_c$ в системе формируется бесконечный проводящий кластер. Система переходит из диэлектрического состояния в проводящее. Дивергенция ϵ' характерна только для непосредственной близости к r_c со стороны диэлектрика. При $r > r_c$ диэлектрическая проницаемость перестает расти, а мнимая часть ϵ'' , связанная с потерями на проводимость, начинает доминировать.

Контрастное поведение системы парафин-графит.

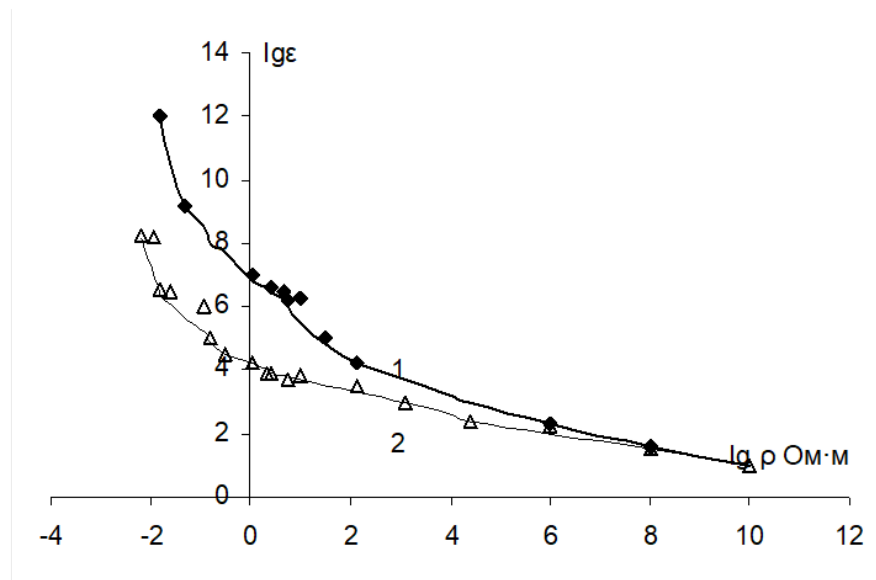


Рисунок 4 - Логарифмическая зависимость диэлектрической проницаемости от удельного объемного сопротивления для композита парафин-графит:
 1 – $\lg \epsilon'' = \lg \rho$; 2 – $\lg \epsilon' = \lg \rho$
 DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.166.94.5>

Система с графитовым наполнителем (рис. 4) демонстрирует принципиально иное поведение: ϵ' и ϵ'' растут без явного насыщения, причем мнимая часть ϵ'' значительно превышает действительную. Это различие является ключевым и находит простое объяснение в рамках перколяционной модели.

Частицы графита имеют очень низкое контактное сопротивление. Это означает, что данная система гораздо ближе к идеальной модели «проводник-диэлектрик» без существенных туннельных барьеров. В такой системе после достижения порога перколяции ρ_c проводимость резко возрастает по закону $\sigma_{\text{eff}} \propto (\rho - \rho_c)^t$. Учитывая высокое значение показателя t в трехмерном случае ($t \approx 2.0$), даже небольшой прирост концентрации выше ρ_c приводит к падению сопротивления на много порядков. Образец фактически становится проводником. Измеряемая мнимая часть диэлектрической проницаемости связана с проводимостью как $\epsilon'' = \sigma_{\text{eff}} / (\epsilon_{0\omega})$. Таким образом, наблюдаемый неограниченный рост ϵ'' является прямым отражением резкого роста проводимости σ_{eff} выше порога перколяции. В этом режиме измерение «емкости» и действительной части ϵ' теряет физический смысл из-за огромных омических потерь.

Таким образом, различие в поведении трех исследованных систем является демонстрацией перехода от одного физического режима к другому, управляемого микроскопическими свойствами межчастичных контактов. Системы с железом и алюминием находятся в режиме диэлектрической дивергенции (доминирует показатель s), обусловленной туннельными барьерами. Система с графитом находится в режиме перколяции проводимости (доминирует показатель t).

Заключение

В работе представлена комплексная теоретическая модель, основанная на скейлинговых концепциях теории перколяции, для описания диэлектрических свойств композитов диэлектрик-проводник вблизи критической концентрации наполнителя.

Основные результаты работы можно сформулировать следующим образом:

1) Показано, что аномальное возрастание диэлектрической проницаемости вблизи порога перколяции является критическим явлением, которое подчиняется универсальным степенным законам с предсказанными теорией критическими показателями.

2) Концепция «фрактальной поляризации», введенная ранее на качественном уровне, получила строгое физическое обоснование. Она интерпретируется как коллективный поляризационный отклик фрактальных перколяционных кластеров, характерный размер которых определяется расходящейся корреляционной длиной.

3) Учет квантового туннелирования между частицами наполнителя является ключевым элементом для адекватного описания реальных систем, особенно при наличии диэлектрических барьеров (например, оксидных пленок). Этот механизм объясняет наблюдаемое снижение порога перколяции и позволяет системе демонстрировать гигантский диэлектрический отклик.

Проведенный анализ позволил на единой теоретической основе объяснить широкий круг экспериментальных данных, включая контрастное поведение систем с различными типами наполнителей. Модель преодолевает ограничения классических теорий эффективной среды и открывает путь к целенаправленному дизайну материалов с заданными диэлектрическими характеристиками путем прецизионного контроля их микроструктуры вблизи критической концентрации. Понимание механизмов, лежащих в основе гигантской диэлектрической проницаемости,



критически важно для разработки нового поколения высокоэффективных конденсаторов, гибкой электроники, сенсоров и материалов для экранирования электромагнитного излучения.

Конфликт интересов

Не указан.

Рецензия

Жидик Ю., Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск
Российская Федерация
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.166.94.6>

Conflict of Interest

None declared.

Review

Zhidik Y., Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk Russian Federation
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2026.166.94.6>

Список литературы / References

1. Stauffer D. Introduction to Percolation Theory / D. Stauffer, A. Aharony. — 2nd ed. — London: Taylor & Francis, 1992. — 181 p.
2. Nan C.-W. Physical properties of composites / C.-W. Nan, Y. Shen, J. Ma // Progress in Materials Science. — 2010. — Vol. 55, № 8. — P. 1–67.
3. Psarras G.C. Hopping conductivity in polymer matrix-metal particles composites / G.C. Psarras // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. — 2006. — Vol. 37, № 10. — P. 1545–1553.
4. Jackson J.D. Classical electrodynamics / J.D. Jackson. — New York: John Wiley & Sons, 1999. — 808 p.
5. Иудин Д.И. Фракталы: от простого к сложному / Д.И. Иудин, Е.В. Копосов; Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. — Н. Новгород: ННГАСУ, 2012. — 200 с.
6. Казанцева Н.Е. Электрофизические свойства полимерных композитов с дисперсными наполнителями / Н.Е. Казанцева, Н.Г. Рывкина, И.А. Чмутин // Радиотехника и электроника. — 2003. — Т. 48, № 2. — С. 196–201.
7. Schönhals A. Dynamics of Composite Materials / A. Schönhals, P. Szymoniak. — Advances in dielectrics. — Springer, 2022. — 384 p.
8. Wu J. A review on magnetic and dielectric properties of polymer-based nanocomposites for microwave absorption / J. Wu, L. Kong // RSC Advances. — 2017. — Vol. 7, № 63. — P. 39682–39699.
9. Гарипов Р.Р. Электропроводность композиционных материалов на основе полимеров, легированных углеродными нанотрубками / Р.Р. Гарипов, С.М. Хантимеров, С.Г. Львов [и др.] // Фазовые переходы и неоднородные состояния в оксидах: материалы международного семинара, Казань, 4–8 июля 2022 г. — Казань, 2022. — С. 84.
10. Toker D. Tunneling and Percolation in Metal-Insulator Composite Materials / D. Toker, D. Azulay, N. Shimoni, I. Balberg, O. Millo. — Jerusalem: The Racah Institute of Physics, The Hebrew University, 2013. — DOI: 10.1103/PhysRevB.68.041403.
11. Гущина Е.А. Моделирование эффекта Максвелла – Вагнера и оценка поляризуемости на границе раздела сред / Е.А. Гущина // Вестник Дагестанского государственного университета. Серия 1. Естественные науки. — 2025. — Т. 40, вып. 1. — С. 56–63.
12. Колесников В.А. Частотная зависимость диэлектрической проницаемости и электропроводности композитов на основе эпоксидной смолы и углеродных нанотрубок / В.А. Колесников, С.Н. Бобрышева, В.И. Бугаков // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. — 2018. — Т. 23, № 125. — С. 312–318.
13. Hunt A. Percolation and the universal features of the AC conductivity of disordered materials / A. Hunt, J. Ewing // Journal of Physics: Condensed Matter. — 2020. — Vol. 32, № 31. — P. 313001.
14. Камалов А.М. Влияние углеродных нанотрубок на электрические и механические свойства хитозановых пленок / А.М. Камалов, В.В. Кодолова-Чухонцева, Е.Н. Дресвянина [и др.] // Журнал технической физики. — 2022. — Т. 92, вып. 3. — С. 435–442.
15. ГОСТ Р 8.623–2006. Относительная диэлектрическая проницаемость и тангенс угла диэлектрических потерь твердых диэлектриков. — Введ. 01.06.2008. — Москва: Стандартинформ, 2008. — 27 с.
16. Сухарников А.Е. Электротехническое материаловедение: учебное пособие / А.Е. Сухарников. — Казань: Казанский государственный энергетический университет, 2019. — 195 с.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Stauffer D. Introduction to Percolation Theory / D. Stauffer, A. Aharony. — 2nd ed. — London: Taylor & Francis, 1992. — 181 p.
2. Nan C.-W. Physical properties of composites / C.-W. Nan, Y. Shen, J. Ma // Progress in Materials Science. — 2010. — Vol. 55, № 8. — P. 1–67.
3. Psarras G.C. Hopping conductivity in polymer matrix-metal particles composites / G.C. Psarras // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. — 2006. — Vol. 37, № 10. — P. 1545–1553.
4. Jackson J.D. Classical electrodynamics / J.D. Jackson. — New York: John Wiley & Sons, 1999. — 808 p.
5. Iudin D.I. Fraktaly: ot prostogo k slozhnomu [Fractals: from simple to complex] / D.I. Iudin, E.V. Kopusov; Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering. — N. Novgorod: NNSACE, 2012. — 200 p. [in Russian]
6. Kazanceva N.E. Jelektrofizicheskie svojstva polimernyh kompozitov s dispersnymi napolniteljami [Electrophysical properties of polymer composites with dispersed fillers] / N.E. Kazanceva, N.G. Ryvkina, I.A. Chmutin // Radiotekhnika i elektronika [Journal of Communications Technology and Electronics]. — 2003. — Vol. 48, № 2. — P. 196–201. [in Russian]



7. Schönhals A. Dynamics of Composite Materials / A. Schönhals, P. Szymoniak. — Advances in dielectrics. — Springer, 2022. — 384 p.
8. Wu J. A review on magnetic and dielectric properties of polymer-based nanocomposites for microwave absorption / J. Wu, L. Kong // RSC Advances. — 2017. — Vol. 7, № 63. — P. 39682–39699.
9. Garipov R.R. Jelektroprovodnost' kompozicionnyh materialov na osnove polimerov, legirovannyh uglernodnymi nanotrubkami [Electrical conductivity of polymer-based composites doped with carbon nanotubes] / R.R. Garipov, S.M. Hantimerov, S.G. L'vov [et al.] // Fazovye perekhody i neodnorodnye sostojanija v oksidax [Phase transitions and inhomogeneous states in oxides]: Proceedings of the International Seminar, Kazan, 4–7 July 2022 — Kazan, 2022. — P. 84. [in Russian]
10. Toker D. Tunneling and Percolation in Metal-Insulator Composite Materials / D. Toker, D. Azulay, N. Shimoni, I. Balberg, O. Millo. — Jerusalem: The Racah Institute of Physics, The Hebrew University, 2013. — DOI: 10.1103/PhysRevB.68.041403.
11. Gushhina E.A. Modelirovanie jeffekta Maksvella – Vagnera i ocenka poljarizuемости na granice razdela sred [Modeling of the Maxwell–Wagner effect and estimation of polarizability at the interface] / E.A. Gushhina // Vestnik Dagestanskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija 1. Estestvennye nauki [Bulletin of Dagestan State University. Series 1. Natural Sciences]. — 2025. — Vol. 40, № 1. — P. 56–63. [in Russian]
12. Kolesnikov V.A. Chastotnaja zavisimost' dielektricheskoy pronicaемости i jelektroprovodnosti kompozitov na osnove jepoksidnoj smoly i uglernodnyh nanotrubok [Frequency dependence of permittivity and conductivity of composites based on epoxy resin and carbon nanotubes] / V.A. Kolesnikov, S.N. Bobrysheva, V.I. Bugakov // Vestnik Tambovskogo universiteta. Serija: Estestvennye i tehicheskie nauki [Bulletin of Tambov University. Series: Natural and Technical Sciences]. — 2018. — Vol. 23, № 125. — P. 312–318. [in Russian]
13. Hunt A. Percolation and the universal features of the AC conductivity of disordered materials / A. Hunt, J. Ewing // Journal of Physics: Condensed Matter. — 2020. — Vol. 32, № 31. — P. 313001.
14. Kamalov A.M. Vlijanie uglernodnyh nanotrubok na jelektricheskie i mehanicheskie svojstva hitozanovyh plenok [Influence of carbon nanotubes on electrical and mechanical properties of chitosan films] / A.M. Kamalov, V.V. Kodolova-Chuhonceva, E.N. Dresvjanina [et al.] // Zhurnal tehicheskoj fiziki [Technical Physics]. — 2022. — Vol. 92, № 3. — P. 435–442. [in Russian]
15. GOST R 8.623–2006. Otnositel'naja dielektricheskaja pronicaемость i tangens ugla dielektricheskikh poter' tverdyh dielektrikov [Relative permittivity and dielectric loss tangent of solid dielectrics]. — Introduced 01.06.2008. — Moscow: Standartinform, 2008. — 27 p. [in Russian]
16. Sukharnikov A.E. Jelektrotehicheskoe materialovedenie [Electrical materials science]: textbook / A.E. Sukharnikov. — Kazan: Kazan State Energy University, 2019. — 195 p. [in Russian]