

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.148.18>

## ВОПРОСЫ СОЗДАНИЯ ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ

Научная статья

Шарапов Д.А.<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>ORCID : 0000-0001-8650-2375;

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация

\* Корреспондирующий автор (sharapov.dm[at]gmail.com)

### Аннотация

Численное моделирование стало важнейшим инструментом в различных научных и инженерных дисциплинах, позволяющим моделировать и прогнозировать сложные процессы. В этой статье обобщается комплексный процесс разработки численной модели, включающий определение проблемы, математическую формулировку, дискретизацию, реализацию и проверку. Технологии высокопроизводительных вычислений, включая суперкомпьютеры и параллельную обработку сейчас играют важную роль в управлении крупномасштабным моделированием и повышении эффективности вычислений. Важные стратегии, такие как оптимизация алгоритмов, параллельные вычисления и эффективное управление данными, необходимы для максимизации вычислительных ресурсов. Интеграция новых технологий, таких как искусственный интеллект и квантовые вычисления, открывает значительные перспективы для расширения возможностей численного моделирования. Сейчас облачные вычисления предлагают масштабируемые и гибкие ресурсы, что делает высокопроизводительные вычисления более доступными. В работе подчеркивается важность проверки численных моделей для подтверждения их точности.

**Ключевые слова:** численные модели, методы дискретизации, высокопроизводительные вычисления, эффективность вычислений, инженерное проектирование.

### ISSUES OF NUMERICAL MODELLING

Research article

Sharapov D.A.<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>ORCID : 0000-0001-8650-2375;

<sup>1</sup> Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University, Saint-Petersburg, Russian Federation

\* Corresponding author (sharapov.dm[at]gmail.com)

### Abstract

Numerical modelling has become an essential tool in various scientific and engineering disciplines to simulate and predict complex processes. This article summarizes the complex process of numerical model development, including problem definition, mathematical formulation, discretization, implementation and verification. High-performance computing technologies including supercomputers and parallel processing now play an important role in managing large-scale modelling and improving computational efficiency. Important strategies such as algorithm optimization, parallel computing and efficient data management are necessary to maximize computational resources. The integration of new technologies such as artificial intelligence and quantum computing offers significant prospects for enhancing numerical modelling capabilities. Cloud computing now offers scalable and flexible resources, making high-performance computing more accessible. The work emphasizes the importance of validation of numerical models to confirm their accuracy.

**Keywords:** numerical models, discretization methods, high-performance computing, computational efficiency, engineering design.

### Введение

Численное моделирование стало незаменимым инструментом в широком спектре научных и инженерных дисциплин. Численные модели позволяют исследователям и практикам моделировать сложные системы и прогнозировать их поведение в различных условиях – от прогнозирования погодных условий и понимания изменения климата до проектирования передовых инженерных систем и оптимизации экономических стратегий. Сущность численного моделирования заключается в его способности переводить физические, биологические, экономические или социальные явления в математические формулы, которые можно решить с помощью вычислительных алгоритмов. Этот преобразующий подход позволяет исследовать сценарии, которые часто непрактично или невозможно изучить только посредством прямых экспериментов.

Целью работы является концептуальное рассмотрение общих вопросов теории составления численных моделей в современной реальности. Постоянно появляются новые научные труды по разработке новых моделей применительно к какому-либо частному случаю. Между тем постоянное развитие области знания невозможно без периодического осмысления достижений и систематизации накопленных подходов к рассмотрению проблемы.

Задачами работы является определение и описание ключевых моментов составления моделей, которые актуальны в настоящее время, включая методы и средства.

Актуальность работы обуславливается стремительным развитием и проникновением численного моделирования во все сферы человеческой деятельности, что тесно связано с достижениями в области вычислительных технологий. Появление высокопроизводительных вычислений значительно расширило возможности решения крупномасштабных и

сложных задач, которые ранее были недоступны. Суперкомпьютеры, параллельная обработка и сложные алгоритмы раздвинули границы возможного, превратив численное моделирование в постоянно развивающуюся область, которая постоянно адаптируется к растущим требованиям к точности и вычислительной мощности.

В основе численного моделирования лежит процесс абстракции и упрощения, при котором системы реального мира представляются посредством математических уравнений. Эти уравнения часто принимают форму дифференциальных уравнений, которые описывают, как переменные изменяются во времени и пространстве. Переход от непрерывных уравнений к дискретным формам, которые можно решать численно, включает ряд шагов, каждый из которых имеет решающее значение для обеспечения точности и надежности модели. Этот процесс включает определение проблемы, математическую формулировку, дискретизацию, реализацию, анализ и верификацию [1], [2], [3] и [4], [5], [6].

Поскольку численное моделирование продолжает становиться все более сложным и масштабным, эффективное использование вычислительных ресурсов становится все более важным. Высокопроизводительные вычислительные системы, включая суперкомпьютеры и архитектуры параллельных вычислений, играют решающую роль в управлении крупномасштабным моделированием. Достижения в области вычислительной мощности, памяти, хранения и использования графических процессоров значительно расширили возможности решения сложных задач. Стратегии оптимизации, включая оптимизацию алгоритмов, параллельные вычисления и эффективное управление данными, необходимы для обеспечения эффективности вычислений и масштабируемости [7], [8], [9], [10].

Модели проникают в самые разные сферы. Например, экспериментальные методы для новых сплавов Mg, недостаточны для полного понимания этих процессов, но многомасштабное моделирование и симуляция позволяют глубже понять микроструктуру и механизмы деформации [11]. Так, в статье [11] рассматриваются последние достижения в области численного моделирования сплавов Mg в процессах формовки, таких как литье, экструзия, прокатка и сварка, с использованием методов кристаллопластичности конечных элементов (CPFEM) и молекулярной динамики (DM).

Численное моделирование помогает в проектировании машин, выборе параметров и оптимизации размеров, позволяя сравнивать различные схемы и процессы. Так, например, численное моделирование стало мощным инструментом для изучения процессов барабанной сушки, свойств газо-твердотельной флюидизации, исследований механизмов потока и оптимизацию дизайна и масштабирования [12].

В механике твердых тел численный многообразный метод (NMM) используется для решения задач с переходами между непрерывностью и разрывами, используя двойную систему покрытия [13]. В работе [13] применен штрафной контактный алгоритм для 3DNMM на основе теории контакта, основанной на покрытиях, для задач механики удара.

В работе [14] представлен подход к предсказанию погоды, который использует геометрическое глубокое обучение, учитывая как контролируемые потери, так и физические; интеграция физической информации снижает требование к объему данных и ускоряет обучение, улучшая обобщение и точность модели.

В работе [15] предложен численный метод высокого порядка, основанный на дробных сплайнах, для целей аппроксимации дробного интеграла в определении производной Римана-Лиувилля и решении задачи субдиффузии с помощью этого подхода.

В работе [16] представлена новая численная модель, которая учитывает неоднородность грунтов в откосах, используя распределение Вейбулла в бесконечносеточном методе численных многообразий на основе метода снижения прочности. Эта модель оценивает влияние неоднородности на коэффициент запаса устойчивости и критическую поверхность скольжения. Введение распределения Вейбулла решает проблему множественных углов текучести в рамках Мора-Кулона, учитывая неоднородность пород и грунтов.

В работе [17] было проведено сравнение численных моделей для прогнозирования разрушения пород. По утверждению авторов, методы, основанные на дискретных моделях, показали лучшие результаты по сравнению с континуальными методами.

В статье [18] представлен обзор численных методов для исследования гидродинамических характеристик волновых энергогенераторов с осциллирующей водяной колонной и рассмотрены аналитические методы, частотные и временные численные модели на основе теории потенциального течения, модели вычислительной гидродинамики (CFD) на основе уравнений Навье-Стокса и метод сглаженных частиц (SPH). Обзор сравнивает различные численные методы, определяет их пригодность для разных этапов проектирования OWC и дает рекомендации для будущих исследований [18].

В статье [19] исследуются три численных метода для вычисления матрицы переходов полумарковского процесса: алгебраический, усеченный и итерационный методы; рассматриваются их ошибки усечения, дискретизации и вычислительные сложности, а также обсуждаются методы на основе преобразования Лапласа и полумарковской цепи для сравнения их эффективности.

Будущее численного моделирования связано со значительными достижениями, обусловленными новыми технологиями и методологическими инновациями; интеграция с машинным обучением и искусственным интеллектом позволяет повысить точность модели и сократить вычислительные затраты. Квантовые вычисления, хотя и находятся на ранних стадиях своего развития, обещают совершить революцию в численном моделировании, решая определенные классы задач экспоненциально быстрее, чем классические алгоритмы.

### **Методы и анализ**

Численное моделирование, краеугольный камень современных научных исследований и инженерной практики, предполагает использование математических моделей для моделирования и анализа сложных систем.

Истоки численного моделирования можно проследить до середины 20-го века, когда достижения в области вычислительных технологий сделали возможным решение сложных математических уравнений, которые ранее были неразрешимы. Ранние применения были в основном в физике и технике, где модели использовались для решения

дифференциальных уравнений, управляющих динамикой жидкости, теплопередачей и строительной механикой. За прошедшие десятилетия объем численного моделирования резко расширился, включая достижения в вычислительных методах, разработку алгоритмов и увеличение вычислительной мощности [20], [21], [22], [23].

По своей сути численное моделирование включает в себя дискретизацию непрерывных математических уравнений в форму, которую можно решить с помощью численных методов. Этот процесс обычно включает в себя следующие этапы: определение проблемы, математическая формулировка, дискретизация, реализация, анализ и проверка.

Численные модели незаменимы для исследований климата, где они моделируют атмосферные и океанические процессы для прогнозирования будущих климатических условий. Такие модели, как модели общей циркуляции, помогают понять динамику климата и оценить влияние выбросов парниковых газов на глобальную температуру, характер осадков и экстремальные погодные явления. Эти прогнозы формируют международную климатическую политику и стратегии по смягчению последствий и адаптации.

В машиностроении численные модели используются для проектирования и оптимизации систем и конструкций, обеспечивающих безопасность, эффективность и надежность. Например, модели вычислительной гидродинамики (CFD) моделируют поток жидкости вокруг самолетов, автомобилей и промышленных процессов, что приводит к улучшению конструкции и производительности. Модели структурного анализа прогнозируют поведение зданий, мостов и другой инфраструктуры при различных нагрузках, способствуя более безопасным и устойчивым методам строительства [24], [25], [26], [27].

Экономические модели используют численные методы для моделирования динамики рынка, оценки экономической политики и прогнозирования финансовых тенденций. Эти модели помогают политикам и предприятиям принимать обоснованные решения, предоставляя представление о потенциальных результатах различных экономических сценариев. Например, агентные модели моделируют взаимодействие между отдельными агентами для изучения поведения рынка и возникновения сложных экономических явлений.

В здравоохранении численное моделирование помогает понять развитие заболеваний, оптимизировать планы лечения и проектировать медицинские устройства. Модели биологических систем, такие как симуляция сердца, дают представление о физиологических процессах и помогают в разработке новых методов лечения и лекарств. Во время пандемии COVID-19 эпидемиологические модели сыграли решающую роль в прогнозировании распространения вируса и оценке воздействия мер общественного здравоохранения.

В основе численного моделирования лежат математические уравнения, описывающие поведение физических, биологических или экономических систем. Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) описывают системы относительно одной переменной, обычно времени. Например, скорость изменения численности населения в экосистеме. Уравнения с частными производными (PDE) описывают системы относительно нескольких переменных, таких как время и пространство. Например, уравнение теплопроводности моделирует изменение температуры с течением времени и в разных точках среды.

Чтобы решить эти непрерывные уравнения численно, их необходимо дискретизировать. Дискретизация предполагает разбиение уравнений на конечный набор точек, которые можно обработать вычислительным путем. К наиболее распространенным методам дискретизации относятся: метод конечных разностей (FDM), метод конечных элементов (FEM), метод конечных объемов (FVM).

FDM аппроксимирует производные разностями между значениями функции в дискретных точках. Он прост и широко используется для решения задач, заданных на регулярных сетках.

FEM делит область на более мелкие простые формы (элементы) и использует тестовые функции для аппроксимации решения. FEM очень гибок и может обрабатывать сложную геометрию.

FVM интегрирует уравнения по контрольным объемам и обеспечивает сохранение свойств. Это особенно полезно в гидродинамике и других законах сохранения.

После дискретизации уравнений для решения полученной системы уравнений используются численные алгоритмы. Некоторые ключевые алгоритмы включают в себя: прямые методы, итеративные методы. Прямые методы решают систему уравнений за конечное число операций. Исключение Гаусса – распространенный прямой метод для линейных систем. Итеративные методы начинаются с первоначального предположения и итеративно уточняют решение. Такие методы, как Якоби, Гаусса-Зейделя и сопряженный градиент, популярны для больших систем, где прямые методы требуют больших вычислительных затрат.

Для обеспечения надежности численной модели необходимо учитывать стабильность, согласованность и сходимость. Численное решение не должно демонстрировать неограниченный рост по мере выполнения вычислений. Стабильность часто зависит от выбора параметров дискретизации, таких как размер временного шага. Дискретизированные уравнения должны точно аппроксимировать исходные дифференциальные уравнения (согласованность). Когда параметры дискретизации приближаются к нулю, численное решение должно сходиться к истинному решению дифференциальных уравнений. Решение дискретизированных уравнений должно приближаться к точному решению непрерывных уравнений по мере измельчения сетки (сходимости). Модель, которая одновременно непротиворечива и стабильна, обычно сходится (теорема Лакса об эквивалентности).

Численные модели по своей сути содержат ошибки, которые могут возникать по нескольким причинам. Результат аппроксимации бесконечного процесса конечным, например, использование конечных разностей для аппроксимации производных (ошибка усечения). Ошибка, вызванная конечной точностью компьютерной арифметики (ошибка округления). Ошибка дискретизации возникает в результате аппроксимации непрерывной задачи дискретной. Тщательный анализ ошибок помогает понять точность модели и способствовать совершенствованию численных методов [28], [29], [30].

Верификация и валидация являются важными шагами, гарантирующими, что численная модель правильно реализована и точно представляет реальную систему. Проверка включает проверку того, что числовые алгоритмы

реализованы правильно и что модель решает уравнения так, как предполагалось. Это можно сделать с помощью проверок кода, аналитических решений и тестов производительности. Валидация включает сравнение предсказаний модели с экспериментальными или наблюдательными данными, чтобы гарантировать, что модель точно представляет реальную систему. В этом процессе часто используются статистические методы и анализ чувствительности.

Численное моделирование часто требует значительных вычислительных ресурсов и специализированного программного обеспечения. Популярные инструменты включают языки программирования (Python, C++, Fortran и т. д.) и пакеты программного обеспечения (ANSYS, COMSOL Multiphysics, Abaqus и т. д.).

Эффективность и результативность численного моделирования во многом зависят от доступных вычислительных ресурсов и стратегий, используемых для оптимизации их использования. Поскольку модели становятся более сложными, а наборы данных увеличиваются, потребность в вычислительной мощности возрастает. Понимание и управление вычислительными ресурсами имеет решающее значение для обеспечения эффективной работы численных моделей и получения точных результатов в разумные сроки.

Системы высокопроизводительных вычислений, включая суперкомпьютеры и архитектуры параллельных вычислений, необходимы для крупномасштабного численного моделирования. Системы высокопроизводительных вычислений состоят из нескольких процессоров, работающих в тандеме, что позволяет решать сложные задачи быстрее, чем традиционные однопроцессорные системы. Это особенно важно для моделирования, включающего большие наборы данных, модели высокого разрешения или требования к обработке в реальном времени. Оперативная память и хранилище являются важнейшими компонентами вычислительных ресурсов. Достаточный объем памяти гарантирует, что большие наборы данных могут быть загружены и эффективно обработаны. Решения для хранения данных, такие как твердотельные накопители и распределенные файловые системы, обеспечивают необходимую емкость и скорость для управления операциями ввода и вывода данных (I/O), которые в противном случае могут стать узкими местами при моделировании. процесс. Графические процессоры, изначально предназначенные для рендеринга графики, оказались очень эффективными для численных вычислений благодаря своим возможностям параллельной обработки. Они могут ускорить многие вычислительные задачи, особенно те, которые включают матричные операции и моделирование, значительно сокращая время обработки по сравнению с традиционными центральными процессорами.

Выбор и оптимизация численных алгоритмов имеет решающее значение для повышения эффективности вычислений. Эффективные алгоритмы снижают сложность вычислений и повышают скорость моделирования. Например, итеративные решатели, такие как методы сопряженного градиента и многосеточные методы, часто предпочтительнее прямых решателей для больших систем из-за их меньших вычислительных требований. Параллельные вычисления подразумевают разделение большой вычислительной задачи на более мелкие подзадачи, которые могут обрабатываться одновременно. При параллельных вычислениях балансировка нагрузки гарантирует, что все процессоры выполняют примерно равный объем работы. Неравномерное распределение задач может привести к тому, что одни процессоры будут простаивать, а другие перегружены, что снизит общую эффективность. Методы динамической балансировки нагрузки корректируют распределение задач во время выполнения для поддержания оптимальной производительности. Масштабируемость означает способность модели поддерживать производительность по мере увеличения размера проблемы или количества процессоров. Проблемы масштабируемости возникают из-за таких факторов, как накладные расходы на связь в параллельных системах и ограничения численных алгоритмов. Разработка масштабируемых алгоритмов и оптимизация шаблонов связи необходимы для эффективного использования ресурсов высокопроизводительных вычислений.

Постоянное развитие численного моделирования обусловлено повышением вычислительной мощности, разработкой алгоритмов и интеграцией с новыми технологиями, такими как машинное обучение и искусственный интеллект. Высокопроизводительные вычисления и параллельная обработка позволяют моделировать все более сложные системы с более высоким разрешением. Методы машинного обучения интегрируются с традиционными численными методами для повышения точности модели и снижения вычислительных затрат. Эти достижения открывают новые горизонты в таких областях, как персонализированная медицина, управление интеллектуальными сетями и автономные системы. Достижения в области вычислительной мощности, алгоритмов и интеграции машинного обучения расширяют возможности и приложения численного моделирования. Будущее численного моделирования лежит в более точном, эффективном и универсальном моделировании, позволяющем обрабатывать все более сложные и крупномасштабные системы.

### **Заключение**

В связи с интенсивным темпом исследований и развитием технологий, исследования, включающие концептуальные рассуждения о современных вопросах современного состояния моделирования, должны обновляться для поддержания актуальности и новизны, что отражено в работе. В результате работы были сделаны выводы о состоянии развития численного моделирования в современной реальности, как большой области пересекающихся научных направлений, методах и средствах составления моделей, перспективах развития.

1. Численное моделирование находится на стыке теоретического анализа, вычислительных методов и практического применения. За последние несколько десятилетий он превратился в незаменимый инструмент для ученых, инженеров, экономистов и других специалистов, стремящихся понять и предсказать поведение сложных систем. Разработка и применение числовых моделей охватывают широкий спектр действий: от первоначального определения проблемы и математической формулировки до дискретизации, реализации и тщательного анализа и проверки.

2. Эффективность численного моделирования неразрывно связана с наличием и эффективным использованием вычислительных ресурсов. Системы высокопроизводительных вычислений, включая суперкомпьютеры и архитектуры параллельных вычислений, необходимы для крупномасштабного моделирования. Достижения в области

вычислительной мощности, памяти, хранения и использования графических процессоров значительно расширили возможности решения сложных проблем.

3. Для полного использования вычислительных ресурсов необходимо решить такие проблемы, как масштабируемость, энергоэффективность и интеграция программного обеспечения. По мере роста спроса на более сложные и крупномасштабные модели необходимость эффективного использования вычислительных ресурсов становится все более важной.

4. Будущее численного моделирования связано со значительными достижениями, обусловленными новыми технологиями и методологическими инновациями. Интеграция с машинным обучением и искусственным интеллектом позволяет повысить точность модели и сократить вычислительные затраты. Машинное обучение может помочь в оценке параметров, калибровке модели и определении оптимальных численных методов, тем самым повышая общую эффективность. Квантовые вычисления, хотя и находятся на начальной стадии своего развития, обещают совершить революцию в численном моделировании. Облачные вычисления предлагают масштабируемые и гибкие вычислительные ресурсы по требованию, что делает высокопроизводительные вычисления более доступными.

### Финансирование

Это исследование было профинансировано Российским научным фондом, соглашение № 23-19-20062 и Санкт-Петербургским научным фондом, соглашение № 23-19-20062

### Funding

This research was funded by the Russian Science Foundation, agreement no. 23-19-20062, and the St. Petersburg Science Foundation, agreement no. 23-19-20062.

### Конфликт интересов

Не указан.

### Conflict of Interest

None declared.

### Рецензия

Все статьи проходят рецензирование. Но рецензент или автор статьи предпочли не публиковать рецензию к этой статье в открытом доступе. Рецензия может быть предоставлена компетентным органам по запросу.

### Review

All articles are peer-reviewed. But the reviewer or the author of the article chose not to publish a review of this article in the public domain. The review can be provided to the competent authorities upon request.

### Список литературы / References

1. Tang J. A numerical model for calculating the impact-induced depression / J. Tang, J. Fan, S. Chen // *International Journal of Impact Engineering*. — 2024. — 183. — P. 104792. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2023.104792
2. Qui G. Development and validation of a numerical model for frost growth based on nucleation theory / G. Qui, S. Li, Y. Shi [et al.] // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. — 2024. — 221. — P. 125137. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.125137
3. Крицук Л.А. Динамический расчет на сейсмическую нагрузку в PLAXIS 2D / Л.А. Крицук, Д.А. Шарапов // *Неделя науки ИСИ : материалы всероссийской конференции в 3-х частях, Санкт-Петербург, 26–30 апреля 2021 года.* — Санкт-Петербург : Инженерно-строительный институт Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, 2021. — Том 1. — 1. — С. 125–127.
4. Andreeva S. Hazard Mitigation, Engineering Risks and Advantages of Ice Islands / S. Andreeva, E. Kudryashova, V. Saveleva // *Lecture Notes in Civil Engineering*. — 2024. — 474. — P. 259–266. DOI: 10.1007/978-981-97-1514-5\_26
5. Андреева С.А. Ледовые острова, схемы и особенности / С.А. Андреева, Д.А. Шарапов // *Современное строительство и архитектура*. — 2023. — 9(40). DOI: 10.18454/mca.2023.40.1
6. Карпова А.А. Расчет больверка в составе искусственного острова методом КЭ / А.А. Карпова, Ю.В. Стрябкова, Д.А. Шарапов // *Неделя науки ИСИ : материалы всероссийской конференции в 3-х частях, Санкт-Петербург, 26–30 апреля 2021 года.* — Санкт-Петербург : Инженерно-строительный институт Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, 2021. — Том 1. — 1. — С. 61–62.
7. Adityawan M.B. Numerical modeling of dam break induced flow through multiple buildings in an idealized city / M.B. Adityawan, C. Sandi, D. Harlan [et al.] // *Results in Engineering*. — 2023. — 18. — P. 101060. DOI: 10.1016/j.rineng.2023.101060
8. Faheem A. Numerical models simulating frost action in cement-based materials / A. Faheem, M.T. Hasholt // *CEMENT*. — 2024. — 16. — P. 100101. DOI: 10.1016/j.cement.2024.100101
9. Andreeva S. Harbor and Coastal Structural Engineering, Ice Challenges / S. Andreeva, V. Saveleva, E. Kudryashova // *Lecture Notes in Civil Engineering*. — 2024. — 474. — P. 250–258. DOI: 10.1007/978-981-97-1514-5\_25
10. Andreeva S. Structural Engineering and Wind Renewable Energy in Arctic / S. Andreeva, V. Saveleva, E. Kudryashova // *Lecture Notes in Civil Engineering*. — 2024. — 474. — P. 267–275. DOI: 10.1007/978-981-97-1514-5\_27
11. Li G. Research advances in multi-scale numerical simulations of forming and micro-structures for magnesium alloys / G. Li, X. Bai, H. Chen [et al.] // *Journal of Magnesium and Alloys*. — 2024. — 1. DOI: 10.1016/j.jma.2024.06.031
12. Kang M. Advanced progress of numerical simulation in drum drying process: Gas–solid flow model and simulation of flow characteristics / M. Kang, J. Bian, B. Li [et al.] // *International Communications in Heat and Mass Transfer*. — 2024. — 157. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2024.107758
13. Ouyang Q. Implementation of three-dimensional contact algorithm in numerical manifold method for the structural impact simulation / Q. Ouyang, X. Zhuang, T. Rabczuk [et al.] // *International Journal of Impact Engineering*. — 2024. — 193. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2024.105040
14. Seol Y. A novel physics-aware graph network using high-order numerical methods in weather forecasting model / Y. Seol, S. Kim, M. Jung [et al.] // *Knowledge-Based Systems*. — 2024. — 300. DOI: 10.1016/j.knosys.2024.112158

15. Jesus C. High order numerical method for a subdiffusion problem / C. Jesus, E. Sousa // *Applied Numerical Mathematics*. — 2024. — 205. — P. 169-183. DOI: 10.1016/j.apnum.2024.07.006
16. Cao X. Integration of strength-reduction meshless numerical manifold method and unsupervised learning in stability analysis of heterogeneous slope / X. Cao, S. Lin, H. Guo [et al.] // *Engineering Analysis with Boundary Elements*. — 2022. — 168. DOI: 10.1016/j.enganabound.2024.105906
17. Hao Y. A comparison study on the predictive ability of numerical methods for fracturing of rock with different pre-existing flaws / Y. Hao, X. Wei, G. Zhao // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. — 2023. — 171. — P. 105584. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2023.105584
18. Zhao M. A review of numerical methods for studying hydrodynamic performance of oscillating water column (OWC) devices / M. Zhao, D. Ning // *Renewable Energy*. — 2024. — 233. — P. 121177. DOI: 10.1016/j.renene.2024.121177
19. Wu B. A comparative study of numerical methods for reliability assessment based on semi-Markov processes / B. Wu, N. Limnios // *Reliability Engineering & System Safety*. — 2024. — 252. — P. 110431. DOI: 10.1016/j.res.2024.110431
20. Савельева В.В. Влияние ледовой нагрузки на устойчивость основания ЛСП-1 / В.В. Савельева, Д.А. Шарапов // *Неделя науки ИСИ : сборник материалов Всероссийской конференции, Санкт-Петербург, 03–09 апреля 2023 года*. — Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2023. — Том 1. — 1. — С. 35–37.
21. Bajaj S. Numerical modelling of sandwich beam structure with MRE core / S. Bajaj, C. Susheel, S. Salodkar // *Materials Today*. — 2024. — 1. DOI: 10.1016/j.matpr.2024.05.082
22. Hu B. Numerical modeling with experimental verification investigating the effect of various nonlinearities on the sideband peak count-index technique / B. Hu, H. Alnuaimi, U. Amjad [et al.] // *Ultrasonics*. — 2024. — 138. — P. 107259. DOI: 10.1016/j.ultras.2024.107259
23. Примак Н.В. Выбор оптимального количества ребер сегментного затвора методом КЭ / Н.В. Примак, Д.А. Шарапов // *Неделя науки ИСИ : сборник материалов Всероссийской конференции, Санкт-Петербург, 03–09 апреля 2023 года*. — Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2023. — Том 1. — 1. — С. 69–71.
24. Cai Y. Numerical modelling of flow performance of fresh concrete considering rheo-logical characteristics / Y. Cai, M. Chen, J. Xia [et al.] // *Cement and Concrete Composites*. — 2024. — 1. — P. 105632. DOI: 10.1016/j.cemconcomp.2024.105632
25. Fernandes C.R. Impact of different numerical approaches on the magnetocaloric effect modeling / C.R. Fernandes, J.O. Ventura, D.J. Silva // *Heliyon*. — 2024. — 10. — P. e31826. DOI: 10.1016/j.heliyon.2024.e31826
26. Li R. Development of a numerical model for RC columns considering seismic dynamic effect and different failure modes / R. Li, M. Li, C. Li [et al.] // *Structures*. — 2024. — 62. — P. 106272. DOI: 10.1016/j.istruc.2024.106272
27. Sharapov D. Ice adhesion to hydrotechnical structures / D. Sharapov // *E3S Web of Conferences*. — 2023. — 431. — P. 03006. DOI: 10.1051/e3sconf/202343103006
28. Peng J. An improved numerical model based on the equivalent thermal conductivity method for downhole thermal management systems / J. Peng, W. Lan, C. Deng [et al.] // *International Communications in Heat and Mass Transfer*. — 2024. — 152. — P. 107317. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2024.107317
29. Shabara M.A. Numerical Methods for Modelling Wave Energy Converters / M.A. Shabara, H. Abdulkadir // *Reference Module in Earth Systems and Environmental Sciences*. — 2024. — 1. DOI: 10.1016/B978-0-323-93940-9.00244-9
30. Ahmadi M. Experimental and numerical modeling of a novel surfactant flooding: Core scale to reservoir models / M. Ahmadi, Q. Hou, Y. Wang [et al.] // *Chemical Engineering Research and Design*. — 2024. — 204. — P. 32–52. DOI: 10.1016/j.cherd.2024.02.029

### Список литературы на английском языке / References in English

1. Tang J. A numerical model for calculating the impact-induced depression / J. Tang, J. Fan, S. Chen // *International Journal of Impact Engineering*. — 2024. — 183. — P. 104792. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2023.104792
2. Qui G. Development and validation of a numerical model for frost growth based on nucleation theory / G. Qui, S. Li, Y. Shi [et al.] // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. — 2024. — 221. — P. 125137. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.125137
3. Kritsuk L.A. Dinamicheskij raschet na sejsmicheskiju nagruzku v PLAXIS 2D [Dynamic analysis of seismic loads in PLAXIS 2D] / L.A. Kritsuk, D.A. Sharapov // *Nedelja nauki ISI [ISI Science Week] : proceedings of the All-Russian conference in 3 parts, St. Petersburg, April 26–30, 2021*. — St. Petersburg : Institute of Civil Engineering of Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 2021. — Vol. 1. — 1. — P. 125–127. [in Russian]
4. Andreeva S. Hazard Mitigation, Engineering Risks and Advantages of Ice Islands / S. Andreeva, E. Kudryashova, V. Saveleva // *Lecture Notes in Civil Engineering*. — 2024. — 474. — P. 259–266. DOI: 10.1007/978-981-97-1514-5\_26
5. Andreeva S.A. Ledovye ostrova, shemy i osobennosti [Ice islands, schemes and features] / S.A. Andreeva, D.A. Sharapov // *Sovremennoe stroitel'stvo i arhitektura [Modern construction and architecture]*. — 2023. — 9(40). DOI: 10.18454/mca.2023.40.1 [in Russian]
6. Karpova A.A. Raschet bol'verka v sostave iskusstvennogo ostrova metodom KE [Calculation of the boltwork as part of an artificial island using the FE method] / A.A. Karpova, Ju.V. Strjabkova, D.A. Sharapov // *Nedelja nauki ISI [ISI Science Week] : Proceedings of the All-Russian conference in 3 parts, St. Petersburg, April 26–30, 2021*. — St. Petersburg : Institute of Civil Engineering of Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 2021. — Vol. 1. — 1. — P. 61–62. [in Russian]
7. Adityawan M.B. Numerical modeling of dam break induced flow through multiple buildings in an idealized city / M.B. Adityawan, C. Sandi, D. Harlan [et al.] // *Results in Engineering*. — 2023. — 18. — P. 101060. DOI: 10.1016/j.rineng.2023.101060

8. Faheem A. Numerical models simulating frost action in cement-based materials / A. Faheem, M.T. Hasholt // CEMENT. — 2024. — 16. — P. 100101. DOI: 10.1016/j.cement.2024.100101
9. Andreeva S. Harbor and Coastal Structural Engineering, Ice Challenges / S. Andreeva, V. Saveleva, E. Kudryashova // Lecture Notes in Civil Engineering. — 2024. — 474. — P. 250–258. DOI: 10.1007/978-981-97-1514-5\_25
10. Andreeva S. Structural Engineering and Wind Renewable Energy in Arctic / S. Andreeva, V. Saveleva, E. Kudryashova // Lecture Notes in Civil Engineering. — 2024. — 474. — P. 267–275. DOI: 10.1007/978-981-97-1514-5\_27
11. Li G. Research advances in multi-scale numerical simulations of forming and micro-structures for magnesium alloys / G. Li, X. Bai, H. Chen [et al.] // Journal of Magnesium and Alloys. — 2024. — 1. DOI: 10.1016/j.jma.2024.06.031
12. Kang M. Advanced progress of numerical simulation in drum drying process: Gas–solid flow model and simulation of flow characteristics / M. Kang, J. Bian, B. Li [et al.] // International Communications in Heat and Mass Transfer. — 2024. — 157. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2024.107758
13. Ouyang Q. Implementation of three-dimensional contact algorithm in numerical manifold method for the structural impact simulation / Q. Ouyang, X. Zhuang, T. Rabczuk [et al.] // International Journal of Impact Engineering. — 2024. — 193. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2024.105040
14. Seol Y. A novel physics-aware graph network using high-order numerical methods in weather forecasting model / Y. Seol, S. Kim, M. Jung [et al.] // Knowledge-Based Systems. — 2024. — 300. DOI: 10.1016/j.knosys.2024.112158
15. Jesus C. High order numerical method for a subdiffusion problem / C. Jesus, E. Sousa // Applied Numerical Mathematics. — 2024. — 205. — P. 169–183. DOI: 10.1016/j.apnum.2024.07.006
16. Cao X. Integration of strength-reduction meshless numerical manifold method and unsupervised learning in stability analysis of heterogeneous slope / X. Cao, S. Lin, H. Guo [et al.] // Engineering Analysis with Boundary Elements. — 2022. — 168. DOI: 10.1016/j.enganabound.2024.105906
17. Hao Y. A comparison study on the predictive ability of numerical methods for frac-turing of rock with different pre-existing flaws / Y. Hao, X. Wei, G. Zhao // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. — 2023. — 171. — P. 105584. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2023.105584
18. Zhao M. A review of numerical methods for studying hydrodynamic performance of oscillating water column (OWC) devices / M. Zhao, D. Ning // Renewable Energy. — 2024. — 233. — P. 121177. DOI: 10.1016/j.renene.2024.121177
19. Wu B. A comparative study of numerical methods for reliability assessment based on semi-Markov processes / B. Wu, N. Limnios // Reliability Engineering & System Safety. — 2024. — 252. — P. 110431. DOI: 10.1016/j.ress.2024.110431
20. Savel'eva V.V. Vlijanie ledovoj nagruzki na ustojchivost' osnovanija LSP-1 [Influence of ice load on the stability of the base of LSP-1] / V.V. Savel'eva, D.A. Sharapov // Nedelja nauki ISI [ISI Science Week] : collection of materials of the All-Russian Conference, St. Petersburg, April 03–09, 2023. — St. Petersburg : Academic Council of Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 2023. — Vol. 1. — 1. — P. 35–37. [in Russian]
21. Bajaj S. Numerical modelling of sandwich beam structure with MRE core / S. Bajaj, C. Susheel, S. Salodkar // Materials Today. — 2024. — 1. DOI: 10.1016/j.matpr.2024.05.082
22. Hu B. Numerical modeling with experimental verification investigating the effect of various nonlinearities on the sideband peak count-index technique / B. Hu, H. Alnuaimi, U. Amjad [et al.] // Ultrasonics. — 2024. — 138. — P. 107259. DOI: 10.1016/j.ultras.2024.107259
23. Primak N.V. Vybór optimal'nogo kolichestva reber segmentnogo zatvora metodom KE [Selection of the optimal number of segment gate ribs using the FE method] / N.V. Primak, D.A. Sharapov // Nedelja nauki ISI [ISI Science Week] : collection of materials of the All-Russian Conference, St. Petersburg, April 03–09, 2023. — St. Petersburg : Academic Council of Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 2023. — Vol. 1. — 1. — P. 69–71. [in Russian]
24. Cai Y. Numerical modelling of flow performance of fresh concrete considering rheo-logical characteristics / Y. Cai, M. Chen, J. Xia [et al.] // Cement and Concrete Composites. — 2024. — 1. — P. 105632. DOI: 10.1016/j.cemconcomp.2024.105632
25. Fernandes C.R. Impact of different numerical approaches on the magnetocaloric effect modeling / C.R. Fernandes, J.O. Ventura, D.J. Silva // Heliyon. — 2024. — 10. — P. e31826. DOI: 10.1016/j.heliyon.2024.e31826
26. Li R. Development of a numerical model for RC columns considering seismic dy-namic effect and different failure modes / R. Li, M. Li, C. Li [et al.] // Structures. — 2024. — 62. — P. 106272. DOI: 10.1016/j.istruc.2024.106272
27. Sharapov D. Ice adhesion to hydrotechnical structures / D. Sharapov // E3S Web of Conferences. — 2023. — 431. — P. 03006. DOI: 10.1051/e3sconf/202343103006
28. Peng J. An improved numerical model based on the equivalent thermal conductivity method for downhole thermal management systems / J. Peng, W. Lan, C. Deng [et al.] // International Communications in Heat and Mass Transfer. — 2024. — 152. — P. 107317. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2024.107317
29. Shabara M.A. Numerical Methods for Modelling Wave Energy Converters / M.A. Shabara, H. Abdulkadir // Reference Module in Earth Systems and Environmental Sciences. — 2024. — 1. DOI: 10.1016/B978-0-323-93940-9.00244-9
30. Ahmadi M. Experimental and numerical modeling of a novel surfactant flooding: Core scale to reservoir models / M. Ahmadi, Q. Hou, Y. Wang [et al.] // Chemical Engineering Research and Design. — 2024. — 204. — P. 32–52. DOI: 10.1016/j.cherd.2024.02.029