

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.147.11>ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ ЛЯПУНОВА
ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКТОРОВ

Научная статья

Шашихин В.Н.^{1,*}¹ ORCID : 0000-0002-3718-9623;¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (shashihin[at]bk.ru)

Аннотация

Актуальность работы обусловлена необходимостью обеспечения устойчивого протекания технологических процессов в химических реакторах. Выполнен обзор методов управления химическими реакторами с учетом их особенностей как нелинейных объектов. Построена динамическая модель последовательно соединенных химических реакторов в виде системы взаимодействующих между собой подсистем. Математическая модель на основе законов сохранения массы и энергии представлена как объект с сосредоточенными параметрами. Для нелинейной модели химического реактора в виде пространства состояний в форме Коши предложена децентрализованная структура управления и процедура синтеза обратной связи, которая обеспечивает повышение степени устойчивости системы химических реакторов. В качестве показателя устойчивости системы выступает старший характеристический показатель Ляпунова. Параметры децентрализованного регулятора вычисляются с использованием линейных матричных неравенств, позволяющих обеспечить расположение спектра характеристических показателей Ляпунова в левой полуплоскости.

Ключевые слова: нелинейная система, химические реакторы, децентрализованное управление, характеристические показатели Ляпунова.

DECENTRALIZED CONTROL OF LYAPUNOV CHARACTERISTIC EXPONENTS OF INTERACTING
CHEMICAL REACTORS

Research article

Shashikhin V.N.^{1,*}¹ ORCID : 0000-0002-3718-9623;¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint-Petersburg, Russian Federation

* Corresponding author (shashihin[at]bk.ru)

Abstract

The relevance of the work is conditioned by the necessity to ensure the stable flow of technological processes in chemical reactors. The review of control methods of chemical reactors is performed, taking into account their characteristics as nonlinear objects. A dynamic model of sequentially connected chemical reactors in the form of a system of interacting subsystems is constructed. The mathematical model on the basis of the laws of conservation of mass and energy is represented as an object with concentrated parameters. A decentralized control structure and feedback synthesis procedure are proposed for a nonlinear model of a chemical reactor in the form of a state space in the Cauchy form, which provides an increase in the degree of stability of the chemical reactor system. The senior Lyapunov exponent acts as an indicator of system stability. The parameters of the decentralized controller are calculated using linear matrix inequalities, which allow to ensure the location of the spectrum of Lyapunov exponents in the left half-plane.

Keywords: nonlinear system, chemical reactors, decentralized control, Lyapunov exponents.

Введение

Технологическим процессам в химической промышленности, включая и процессы в системах химических реакторов, присущ ряд специфических свойств: многомерность (высокая размерность вектора состояния); много связность (наличие взаимодействия между подсистемами); нелинейный характер динамики и неконтролируемые параметрические возмущения [1]. Кроме того, возможно возникновение хаотических режимов [2]. Все эти особенности необходимо учитывать для поддержания качества и количества конечного продукта.

При исследовании процессов, протекающих в химических реакторах, и синтезе управляющих воздействий широкое распространение получили методы на основе пространства состояний, использующих описание динамики в виде многомерных систем дифференциальных уравнений в форме Коши [3].

При управлении химическими реакторами исторически первыми были пропорционально-интегрально-дифференцирующие (ПИД) регуляторы [4]. Однако ПИД регуляторы не обеспечивают надлежащего качества стабилизации рабочих режимов в условиях параметрических возмущений и наличие нелинейности. В настоящее время широкое распространение получили регуляторы на основе методов оптимального [5], адаптивного [6] и робастного [7] управления. Используются и регуляторы, основанные на методах синергетической теории управления [8], [9].

Цель исследования состоит в уменьшении затрат на вычисление параметров регулятора и увеличение устойчивости (робастности) системы взаимосвязанных химических реакторов. Для уменьшения затрат на синтез и реализацию регулятора, по сравнению с централизованной структурой управления [4], [5], необходимо синтезировать регулятор с децентрализованной структурой [10]. Для увеличения устойчивости и робастности по отношению к параметрическим возмущениям замкнутой системы, в отличие от [7], [8], надо ввести в систему химических реакторов обратную связь по фазовому вектору, вычисленную с использованием метода модального управления на основе решения линейных матричных неравенств [11].

Модель системы

В качестве исходной принимается модель процессов в химическом реакторе, построенная при следующих допущениях: все реагенты образуют однофазную систему; поступающие элементы реагирующей смеси мгновенно перемешиваются с содержимым реактора и состояние смеси (концентрация, температура реагентов) в каждый момент времени будет иметь одинаковые значения во всём объеме реактора; теплоотвод от реакторов осуществляется через рубашку и все реакторы неизотермические (теплоотвод через стенку реактора осуществляется не мгновенно); реакторы проточного типа. В системе осуществляется экзотермическая реакция первого порядка, скорость реакции повышается с ростом температуры и подчиняется закону Аррениуса.

Структурная схема взаимодействующих химических реакторов. Схема взаимосвязей химических реакторов имеет следующий вид (см.рис. 1).

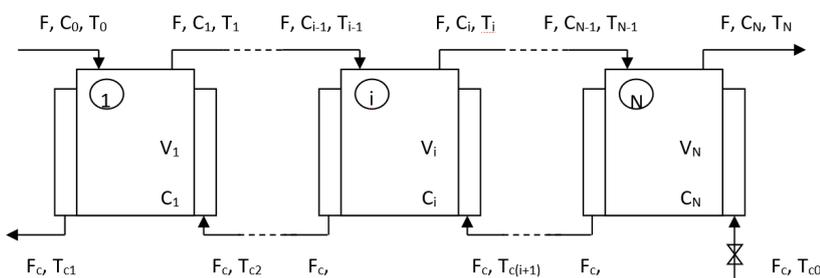


Рисунок 1 - Структурная схема взаимодействия химических реакторов

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.147.11.1>

На структурной схеме F_i – объемная скорость подачи вещества в i -й реактор; C_{i-1} , C_i – начальная и конечная концентрация вещества в i -м реакторе; T_{i-1} , T_i – температура на входе и выходе i -ого реактора; F_C – объемная скорость подачи хладагента в реакторы; T_{Ci} – температура хладагента в i -м реакторе.

Модель одиночного реактора. При принятых допущениях из закона сохранения массы следует дифференциальное уравнение, определяющее скорость изменения концентрации реагента в i -м реакторе

$$\dot{C}_i = \frac{F_i}{V_i} (C_{i-1} - C_i) - K \exp\left(\frac{-E_i}{R} T_i^{-1}\right) C_i, \quad (1)$$

где V_i – рабочий объём i -ого реактора; K – множитель в законе Аррениуса; E_i – энергия активации реакции в i -м реакторе; R – универсальная газовая константа; здесь и далее $\dot{C} = \frac{dC_i}{dt}$ – производная по времени.

Из закона сохранения энергии получаем дифференциальное уравнение, определяющее скорость изменения температуры в i -м реакторе

$$\dot{T}_i = \frac{F_i}{V_i} (T_{i-1} - T_i) - \frac{L_i S_i}{\rho_i \gamma_i V_i} (T_i - T_{Ci}) + \frac{K \Delta H_i}{\rho_i \gamma_i} \exp\left(\frac{-E_i}{R} T_i^{-1}\right) C_i, \quad (2)$$

где ΔH_i – тепловой эффект реакции; ρ_i – удельная массовая теплоемкость реагента; γ_i – плотность реагента; L_i – коэффициент теплопередачи; S_i – площадь поверхности теплообмена.

Аналогично, для скорости изменения температуры хладагента в i -м реакторе справедливо

$$\dot{T}_{Ci} = \frac{F_C}{V_C} (T_{C(i+1)} - T_{Ci}) + \frac{L_i S_i}{\rho_C \gamma_C V_C} (T_i - T_{Ci}), \quad (3)$$

где ρ_C – удельная массовая теплоемкость хладагента; γ_C – плотность хладагента.

Если ввести вектор состояний

$$z_i = (z_{i1}, z_{i2}, z_{i3})^T = (C_i, T_i, T_{Ci})^T$$

и вектор-функцию

$$g_i(z_i) : R^{n_i} \rightarrow R^{n_i},$$

где

$$g_i(z_i) = \begin{bmatrix} g_{i1}(z_i) \\ g_{i2}(z_i) \\ g_{i3}(z_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{F_i}{V_i} + K \exp\left\{-\frac{E_i}{R} z_{i2}^{-1}\right\}\right) z_{i1} \\ \frac{K\Delta H_i}{\rho_i \gamma_i} \exp\left\{-\frac{E_i}{R} z_{i2}^{-1}\right\} z_{i1} - \left(\frac{F_i}{V_i} + \frac{L_i S_i}{\rho_i \gamma_i V_i}\right) z_{i2} + \frac{L_i S_i}{\rho_i \gamma_i V_i} z_{i3} \\ \frac{L_i S_i}{\rho_C \gamma_C V_C} z_{i2} - \left(\frac{F_C}{V_C} + \frac{L_i S_i}{\rho_C \gamma_C V_C}\right) z_{i3} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

тогда уравнения (1)-(4), описывающие динамику i -го реактора, можно представить в векторной форме

$$\dot{z}_i = g_i(z_i), \quad i = \overline{1, N} \quad (5)$$

Модель системы взаимосвязанных реакторов. Для химических реакторов, соединенных последовательно, существует взаимное влияние реакторов друг на друга. По основному реагенту ($i-1$)-й реактор воздействует на i -й реактор, а по хладагенту ($i+1$) реактор влияет на i -й. Векторная функция $h_i(z): R^n \rightarrow R^{n_i}$, определяющая степень влияния на i -й реактор ($i-1$ -го и $(i+1)$ -го реакторов равна

$$h_i(z) = h_i(z_{i-1}) + h_i(z_{i+1}). \quad (6)$$

Здесь

$$h_i(z_{i-1}) = \begin{bmatrix} h_{i1}(z_{i-1}) \\ h_{i2}(z_{i-1}) \\ h_{i3}(z_{i-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_i^{-1} F_i z_{(i-1),1} \\ V_i^{-1} F_i z_{(i-1),2} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$h_i(z_{i+1}) = \begin{bmatrix} h_{i1}(z_{i+1}) \\ h_{i2}(z_{i+1}) \\ h_{i3}(z_{i+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_C^{-1} F_C z_{(i+1),3} \end{bmatrix} \quad (8)$$

а $z = (z_1, z_2, \dots, z_N)^T \in R^n$ – вектор состояний. Уравнения (5)-(8) определяют переходный процесс в i -м реакторе с учётом взаимодействия в форме системы нелинейных дифференциальных уравнений в нормальной форме Коши

$$\dot{z}_i = g_i(z_i) + h_i(z) = f_i(z), \quad i = \overline{1, N} \quad (9)$$

Модель системы, состоящей из цепочки N последовательно соединенных реакторов, путем объединения уравнений (9), может быть представлена в векторной форме

$$\dot{z} = F(z(t)), \quad z(0) = z_0 \quad (10)$$

где $F(z(t)) = (f_i(z(t)))_{i=1}^N : R^n \rightarrow R^n$ – вектор-функция, описывающая динамические свойства исследуемой системы химических реакторов.

Постановка задачи

Одна из особенностей нелинейных систем, включая и химические реакторы, состоит в возможности возникновения процессов, характеризующихся неустойчивостью особых точек, которые определяют режимы оборудования, вплоть до появления хаотической динамики.

Количественной мерой этой неустойчивости являющийся характеристический показатель Ляпунова, который вводится следующим образом. Характеристическим показателем функции $z(t)$ называется число (или символ $\pm\infty$), определенное как

$$\chi(z) = \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} (t^{-1} \ln \|z(t)\|)$$

Среди всего набора характеристических показателей Ляпунова наиболее важен наибольший (старший) показатель $\chi_1 = \chi_{\max}$. Набор характеристических показателей, упорядоченных по убыванию $\chi_1 \geq \chi_2 \geq \dots \geq \chi_n$, определяет спектр Ляпунова нелинейной динамической системы.

Пусть нелинейная система химических реакторов совместно с управляющим воздействием описывается автономным векторным дифференциальным уравнением

$$\dot{z} = F(z(t)) + Bu(t), \quad z(0) = z_0 \quad (11)$$

где $z(t) \in R^n$ – вектор состояния; $u(t) \in R^m$ – вектор управления, $m \leq n$; $F(z(t)) = (f_i(z(t)))_{i=1}^n$ – векторная функция, удовлетворяющая условиям существования решений уравнения (11); $f_i(z(t))$ – вещественные функции, определенные и непрерывные по совокупности аргументов.

Задача стабилизации (увеличение степени устойчивости) состояния равновесия (рабочего режима системы химических реакторов) заключается в преобразовании сигнатуры спектра Ляпунова вида

$$\underbrace{(+, \dots, +, 0, -, \dots, -)}_s, \quad s \geq 1.$$

в сигнатуру вида

$$\underbrace{(-, -, -, \dots, -, -, -)}_n. \quad (12)$$

или иными словами – смещение спектра вида (12) в открытой левой полуплоскости на расстояние $\alpha > 0$ от мнимой оси. В данном случае коэффициент α определяет степень устойчивости нелинейной системы.

Для решения этой задачи будем искать управление в виде обратной связи по вектору состояния нелинейной системы (11)

$$u(t) = -Kx(t), \quad K \in R^{m \times n} \quad (13)$$

которое обеспечит в замкнутой системе спектр характеристических показателей Ляпунова

$$\sigma(\varphi) = \{\chi_i(\varphi), i = 1, n\}$$

с сигнатурой вида (12).

Для уменьшения вычислительных затрат на синтез управления нелинейной системой (11) необходимо реализовать с учетом структурных ограничений в виде регулятора (13) с децентрализованной структурой

$$\begin{aligned} u_i(z_i) &= -K_{ii}z_i, \quad i = \overline{1, N} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow u(z) &= -K_D z, \quad K_D = \text{blockdiag} \{K_{ii}\}_{i=1}^N \end{aligned} \quad (14)$$

Децентрализованный регулятор – совокупность локальных регуляторов (14), реализующих обратную связь по фазовому вектору подсистем (11).

Синтез управления

Спектр характеристических показателей Ляпунова нелинейной системы зависит от собственных значений матрицы Якоби линеаризованной системы. Изменение собственных чисел матрицы Якоби влечёт за собой изменение характеристических показателей Ляпунова нелинейной системы. Задать желаемые собственные числа матрице Якоби можно с помощью методики синтеза модального управления на основе решения линейных матричных неравенств.

Правомочность такого подхода обосновывается теоремами о структурной устойчивости (грубости) нелинейных динамических систем и топологической эквивалентности нелинейной системы и гиперболической линеаризованной модели [12]. Из теоремы следует, что если линеаризованная система является гиперболической (не имеет чисто мнимых собственных чисел), то нелинейная система имеет устойчивое или неустойчивое многообразие, которые являются гладкими аналогами устойчивых или неустойчивых пространств линеаризованной системы. Иначе нелинейная система и линеаризованная системы имеют одинаковое количество особых точек и предельных циклов.

Линеаризация нелинейной системы. Пусть уравнение (11) описывает отклонения фазовых координат нелинейной системы взаимосвязанных химических реакторов от некоторой особой точки, в которой она удерживается с помощью управляющего воздействия. Используя формулу Тейлора в предположении дифференцируемости компонент функции $F(z(t)) = (f_i(z(t)))_{i=1}^n$ в окрестности особой точки, преобразуем уравнение (11) к квазилинейному виду

$$\dot{z}(t) = A(z^*)z(t) + Bu(t) + H(z^*), \quad z(0) = z_0. \quad (15)$$

В уравнении (15) $A(z^*)$ – матрица Якоби нелинейной системы (11), равна

$$A(z^*) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(z(t))}{\partial z_1} & \cdots & \frac{\partial f_1(z(t))}{\partial z_n} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(z(t))}{\partial z_1} & \cdots & \frac{\partial f_n(z(t))}{\partial z_n} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Если для отклонений значений фазовых координат нелинейной системы от номинальных значений $(z - z^*) \in S((z - z^*), \rho) = \{(z - z^*) : \|z - z^*\| \leq \rho, \rho > 0\} \subset R^n$.

выполняются оценки

$$\|H(z - z^*)\| \leq q\|z - z^*\|,$$

а матрица Якоби (16) не имеет собственных чисел на мнимой оси, тогда для синтеза управления, стабилизирующего нелинейную систему (11), в силу теоремы Гробмана-Хартмана, может быть использовано линеаризованное уравнение

$$\dot{w}(t) = A(z^*)w(t) - BKw(t) = A_c w(t), \quad w(0) = w_0, \quad A_c = A(z^*) - BK. \quad (17)$$

Синтез централизованного регулятора. С помощью методики синтеза на основе линейных матричных неравенств [13] можно найти такой коэффициент обратной связи K что матрица Якоби, замкнутая обратной связью (5) нелинейной системы (11), будет иметь заданные собственные числа.

В соответствии с вторым методом Ляпунова система (17) будет асимптотически устойчивой если у неё существует положительно определённая функция Ляпунова

$$V(w) = w^T P w, \quad P = P^T > 0,$$

производная которой в силу системы (17) является отрицательно определённой функцией

$$\dot{V} = w^T (A_c^T P + P A_c) w < 0, \quad \forall w \neq 0. \quad (18)$$

С учётом (17) неравенство (18) имеет вид

$$A^T P + P A - K^T B^T P - P B K < 0, \quad (19)$$

умножая которое слева и справа на матрицу P^{-1} и обозначая $G = P^{-1}$, имеем

$$A^T + A G + G K^T B^T + B K G < 0, \quad G > 0. \quad (20)$$

Таким образом, синтез стабилизирующего управления сводится к вычислению пары матриц (G, K) , удовлетворяющих матричным неравенствам (20). Введём новую матричную переменную $L = KG$ и запишем неравенства (20) в виде

$$GA^T + AG - L^T B^T - BL < 0, G > 0 \quad (21)$$

Параметры искомой обратной связи вычисляются по формуле

$$K = LG^{-1}, \quad (22)$$

где матрицы L и G решения матричных неравенств (21).

Система (17) будет иметь степень устойчивости α , если область корней характеристического уравнения замкнутой системы на комплексной плоскости ограничивается областью, расположенной строго левее вертикальной линии, которая отстоит от мнимой оси на расстоянии $-\alpha$. Это требование будет выполнено если полная производная квадратичной функции Ляпунова удовлетворяет условию

$$\dot{V} = w^T (A_c^T P + P A_c) w < -2\alpha w^T P w, \forall w \neq 0,$$

из которого следует необходимость выполнения условия

$$GA^T + AG + L^T B^T + BL + 2\alpha G < 0, G > 0. \quad (23)$$

Параметры обратной связи также вычисляются по формуле (22).

Синтез децентрализованного управления. Для построения децентрализованного управления и уменьшения вычислительных затрат при проектировании матрица P в неравенстве (19) должна иметь диагональную структуру. Выполним тождественное преобразование неравенства (19), приводящее к диагональной структуре его решения. В силу представления матриц A в виде суммы двух матриц – блочной диагональной A_D и блочной недиагональной A_O , равенства $B=B_D$ и выполнения структурного ограничения $K=K_D$, неравенство (19) преобразуется к двум неравенствам следующего вида

$$A_D^T P + P A_D - K_D^T B_D^T P - P B_D K_D < 0, \quad (24)$$

$$A_O^T P + P A_O < 0, \quad (25)$$

умножая неравенство (24) слева и справа на матрицу P^{-1} и обозначая $G=P^{-1}$, имеем

$$GA_D^T + A_D G - GK_D^T B_D^T - B_D K_D G < 0, G > 0. \quad (26)$$

Неравенство (25) накладывает ограничения на интенсивность взаимного влияния подсистем.

Так как матрицы A_D , B_D , K_D имеют блочную диагональную структуру, то матрица G также будет иметь аналогичную структуру и неравенство (26) эквивалентно N «расщепленным» неравенствам меньшей размерности, которые соответствуют изолированным подсистемам,

$$G_{ii} A_{ii}^T + A_{ii} G_{ii} - G_{ii} K_{ii}^T B_{ii}^T - B_{ii} K_{ii} G_{ii} < 0, G_{ii} > 0, i = \overline{1, N}. \quad (27)$$

Таким образом, синтез стабилизирующего управления сводится к вычислению пары матриц (G_{ii}, K_{ii}) , удовлетворяющих матричным неравенствам (27). Введя новую матричную переменную $L_{ii}=K_{ii}G_{ii}$, запишем неравенства (27) в виде

$$G_{ii} A_{ii}^T + A_{ii} G_{ii} - L_{ii}^T B_{ii}^T - B_{ii} L_{ii} < 0, G_{ii} > 0. \quad (28)$$

Стабилизирующее управление принимает искомую децентрализованную структуру

$$K_{ii} = L_{ii} G_{ii}^{-1}, i = \overline{1, N} \Leftrightarrow K_D = L_D G_D^{-1}. \quad (29)$$

Из условия обеспечения степени устойчивости α_{ii} , следует необходимость выполнения условия

$$G_{ii} A_{ii}^T + A_{ii} G_{ii} + L_{ii}^T B_{ii}^T + B_{ii} L_{ii} + 2\alpha_{ii} G_{ii} < 0, G_{ii} > 0. \quad (30)$$

И стабилизирующее управление вычисляется по формуле (28).

Свойства системы

В особой точке нелинейной системы взаимосвязанных химических реакторов (10)

$$O_1 = (z_1 = 5,98, z_2 = 301,37, z_3 = 301,37, z_4 = 5,96,$$

$$z_5 = 300,77, z_6 = 300,77, z_7 = 5,95, z_8 = 300,19, z_9 = 300,18)$$

при постоянных параметрах $V_i=0,08\text{см}^3$, $K=2000\text{с}^{-1}$, $E_i=42290\text{Дж/моль}$, $\rho_i=4190000\text{Дж/кгК}$, $R=8,314\text{Дж/моль}$, $\Delta H_i=-146538\text{Дж/моль}$, $S_i=0,09\text{м}^2$, $\gamma_i=0,001\text{кг/м}^3$, $L_i=167,472\text{Дж/м}^2\text{с}$, $\rho_c=4190\text{Дж/кгК}$, $\gamma_c=0,001\text{кг/см}^3$, $F=0,0025\text{ м}^3/\text{с}$, $F_c=0,002\text{ м}^3/\text{с}$ и начальных условиях $C_i(0)=6\text{ моль/м}^3$, $T_i(0)=302\text{ К}$, $T_c(0)=298\text{ К}$ матрица Якоби (16) имеет вид

$$A(z^*) = \begin{bmatrix} -0,03 & -3,13 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3,27 \cdot 10^{-3} & -0,07 & 0,04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 35,97 & -35,99 & 0 & 0 & 0,02 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,03 & 0 & 0 & -0,03 & -3,03 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,03 & 0 & -3,16 \cdot 10^{-3} & -0,07 & 0,04 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 35,97 & -35,99 & 0 & 0 & 0 & 0,02 \\ 0 & 0 & 0 & 0,03 & 0 & 0 & -0,03 & -2,94 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,03 & 0 & -3,05 \cdot 10^{-3} & -0,07 & 0,04 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 35,97 & -35,99 & 0 \end{bmatrix}$$

Спектр характеристических показателей Ляпунова равен

$$\rho(F) = \{\chi_1 = -0,0121; \chi_2 = -0,0127; \chi_3 = -0,0313; \chi_4 = -0,1171; \chi_5 = -0,1662$$

$$\chi_6 = -0,3256; \chi_7 = -35,6937; \chi_8 = -35,9035; \chi_9 = -36,0409\}$$

Близость старшего характеристического показателя Ляпунова к мнимой оси свидетельствует о возможности потери устойчивости при незначительных изменениях параметров системы. Степень устойчивости может быть увеличена сдвигом спектра Ляпунова влево путем введения управляющего воздействия в виде обратной связи по вектору состояния.

Централизованное управление. Задавшись степенью устойчивости $\alpha=-5$ и решая линейные матричные неравенства (23), находим матрицы

$$L = \begin{bmatrix} -7,72 \cdot 10^7 & 2,33 \cdot 10^4 & -0,02 & -2,2 \cdot 10^5 & 4,94 \cdot 10^{-5} & 2,69 \cdot 10^{-5} & 1,25 \cdot 10^{-4} & 5,43 \cdot 10^{-7} & 3,29 \cdot 10^{-7} \\ 2,33 \cdot 10^4 & -7,65 \cdot 10^7 & -2,54 \cdot 10^8 & -3,31 \cdot 10^{-5} & -2,2 \cdot 10^5 & -0,02 & -2,7 \cdot 10^{-7} & -9,71 \cdot 10^{-4} & 6,71 \cdot 10^{-5} \\ 0,02 & -2,54 \cdot 10^8 & 4,3 \cdot 10^8 & -8,75 \cdot 10^{-6} & 0,06 & -1,41 \cdot 10^5 & -1,32 \cdot 10^{-7} & -1,82 \cdot 10^{-4} & -1,65 \cdot 10^{-5} \\ -2,2 \cdot 10^5 & 3,31 \cdot 10^{-5} & 8,75 \cdot 10^{-6} & -7,71 \cdot 10^7 & 2,25 \cdot 10^4 & 4,82 \cdot 10^{-3} & -2,20 \cdot 10^5 & 2,29 \cdot 10^{-4} & -1,36 \cdot 10^{-5} \\ -4,94 \cdot 10^{-5} & -2,2 \cdot 10^5 & -0,06 & 2,25 \cdot 10^4 & -7,65 \cdot 10^7 & -2,5 \cdot 10^8 & 1,24 \cdot 10^{-4} & -2,2 \cdot 10^5 & 0,05 \\ -2,69 \cdot 10^{-5} & 0,02 & -1,41 \cdot 10^5 & -4,82 \cdot 10^{-3} & -2,5 \cdot 10^8 & 4,3 \cdot 10^8 & -1,57 \cdot 10^{-5} & 9,72 \cdot 10^{-3} & -1,41 \cdot 10^5 \\ -1,25 \cdot 10^{-4} & 2,7 \cdot 10^{-7} & 1,32 \cdot 10^{-7} & -2,20 \cdot 10^5 & -1,24 \cdot 10^4 & 1,57 \cdot 10^{-5} & -7,71 \cdot 10^7 & 2,18 \cdot 10^4 & -4,23 \cdot 10^{-3} \\ -5,43 \cdot 10^{-7} & 9,71 \cdot 10^{-4} & 1,82 \cdot 10^{-4} & -2,29 \cdot 10^{-4} & -2,2 \cdot 10^5 & -9,72 \cdot 10^{-3} & 2,18 \cdot 10^4 & -7,65 \cdot 10^7 & -2,54 \cdot 10^8 \\ -3,29 \cdot 10^{-7} & -6,71 \cdot 10^{-5} & 1,65 \cdot 10^{-5} & 1,36 \cdot 10^{-5} & -0,05 & -1,41 \cdot 10^5 & 4,23 \cdot 10^{-3} & -2,54 \cdot 10^8 & 4,3 \cdot 10^8 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1,41 \cdot 10^7 & -1,92 \cdot 10^{-12} & -1,08 \cdot 10^{-11} & 6,02 \cdot 10^{-11} & -1,85 \cdot 10^{-14} & -2,2 \cdot 10^{-14} & -1,2 \cdot 10^{-14} & 5,84 \cdot 10^{-16} & 1,54 \cdot 10^{-16} \\ -1,92 \cdot 10^{-12} & 1,41 \cdot 10^7 & 2,73 \cdot 10^{-8} & 6,12 \cdot 10^{-14} & -2,33 \cdot 10^{-10} & -1,63 \cdot 10^{-11} & -3,97 \cdot 10^{-16} & 9,24 \cdot 10^{-13} & -3,97 \cdot 10^{-13} \\ -1,08 \cdot 10^{-11} & 2,73 \cdot 10^{-8} & 1,41 \cdot 10^7 & -6,24 \cdot 10^{-14} & -5,98 \cdot 10^{-11} & -1,69 \cdot 10^{-11} & -4,05 \cdot 10^{-17} & 1,67 \cdot 10^{-13} & -2,51 \cdot 10^{-13} \\ 6,02 \cdot 10^{-11} & 6,12 \cdot 10^{-14} & -6,24 \cdot 10^{-14} & 1,41 \cdot 10^7 & 2,43 \cdot 10^{-11} & 1,66 \cdot 10^{-11} & 1,19 \cdot 10^{-11} & -4,03 \cdot 10^{-14} & 6,99 \cdot 10^{-15} \\ -1,85 \cdot 10^{-14} & -2,33 \cdot 10^{-10} & -5,98 \cdot 10^{-11} & 2,43 \cdot 10^{-11} & 1,41 \cdot 10^7 & 1,52 \cdot 10^{-8} & -1,68 \cdot 10^{-13} & -1,15 \cdot 10^{-11} & -2,64 \cdot 10^{-11} \\ -2,2 \cdot 10^{-14} & -1,63 \cdot 10^{-11} & -1,69 \cdot 10^{-11} & 1,66 \cdot 10^{-11} & 1,52 \cdot 10^{-8} & 1,41 \cdot 10^7 & -1,68 \cdot 10^{-13} & -1,67 \cdot 10^{-11} & 7,19 \cdot 10^{-11} \\ -1,2 \cdot 10^{-14} & -3,97 \cdot 10^{-16} & -4,05 \cdot 10^{-17} & 1,19 \cdot 10^{-11} & -1,68 \cdot 10^{-13} & -1,68 \cdot 10^{-13} & 1,41 \cdot 10^7 & 1,25 \cdot 10^{-11} & 1,28 \cdot 10^{-11} \\ 5,84 \cdot 10^{-16} & 9,24 \cdot 10^{-13} & 1,67 \cdot 10^{-13} & -4,03 \cdot 10^{-14} & -1,15 \cdot 10^{-11} & -1,67 \cdot 10^{-11} & 1,25 \cdot 10^{-11} & 1,41 \cdot 10^7 & 2,8 \cdot 10^{-8} \\ 1,54 \cdot 10^{-16} & -3,97 \cdot 10^{-13} & -2,51 \cdot 10^{-13} & 6,99 \cdot 10^{-15} & -2,64 \cdot 10^{-11} & 7,19 \cdot 10^{-11} & 1,28 \cdot 10^{-11} & 2,8 \cdot 10^{-8} & 1,41 \cdot 10^7 \end{bmatrix}$$

и по формуле (22) коэффициент обратной связи

$$K = \begin{bmatrix} -5,47 & 16,51 \cdot 10^{-3} & -1,17 \cdot 10^{-9} & -0,02 & 3,5 \cdot 10^{-12} & 1,9 \cdot 10^{-12} & 8,85 \cdot 10^{-12} & 3,85 \cdot 10^{-14} & 2,33 \cdot 10^{-14} \\ 16,51 \cdot 10^{-3} & -5,42 & -18 & -2,35 \cdot 10^{-12} & -0,02 & -1,49 \cdot 10^{-9} & -1,91 \cdot 10^{-14} & -6,88 \cdot 10^{-11} & 4,76 \cdot 10^{-12} \\ 1,17 \cdot 10^{-9} & -18 & 30,49 & -6,2 \cdot 10^{-13} & 4,13 \cdot 10^{-9} & -0,01 & -9,37 \cdot 10^{-15} & -1,29 \cdot 10^{-11} & -1,17 \cdot 10^{-12} \\ -0,02 & 2,35 \cdot 10^{-12} & 6,2 \cdot 10^{-13} & -5,47 & 15,96 \cdot 10^{-3} & 3,42 \cdot 10^{-10} & -0,02 & 1,62 \cdot 10^{-11} & -9,63 \cdot 10^{-13} \\ -3,5 \cdot 10^{-12} & -0,02 & -4,13 \cdot 10^{-9} & 15,96 \cdot 10^{-3} & -5,42 & -18 & 8,79 \cdot 10^{-12} & -0,02 & -3,4 \cdot 10^{-9} \\ -1,9 \cdot 10^{-12} & 1,49 \cdot 10^{-9} & -0,01 & -3,42 \cdot 10^{-10} & -18 & 30,49 & -1,11 \cdot 10^{-12} & 6,89 \cdot 10^{-10} & -0,01 \\ -8,85 \cdot 10^{-12} & 1,91 \cdot 10^{-14} & 9,37 \cdot 10^{-15} & -0,02 & -8,79 \cdot 10^{-12} & 1,11 \cdot 10^{-12} & -5,47 & 15,45 \cdot 10^{-3} & -3 \cdot 10^{-10} \\ -3,85 \cdot 10^{-14} & 6,88 \cdot 10^{-11} & 1,29 \cdot 10^{-11} & -1,62 \cdot 10^{-11} & -0,02 & -6,89 \cdot 10^{-10} & 15,45 \cdot 10^{-3} & -5,42 & -18 \\ 2,33 \cdot 10^{-14} & -4,76 \cdot 10^{-12} & 1,17 \cdot 10^{-12} & 9,63 \cdot 10^{-13} & -3,4 \cdot 10^{-9} & -0,01 & 3 \cdot 10^{-10} & -18 & 30,49 \end{bmatrix}$$

Для системы химических реакторов (11), замкнутой централизованным регулятором с найденным коэффициентом обратной связи, спектр Ляпунова смещается влево. Последнее свидетельствует об увеличении степени устойчивости замкнутой системы на заданную величину.

Децентрализованное управление. Матрицы Якоби, соответствующие изолированным реакторам (5), имеют вид

$$J_{11} = \begin{bmatrix} -0,03 & -3,13 \cdot 10^{-5} & 0 \\ -3,27 \cdot 10^{-3} & -0,08 & 0,04 \\ 0 & 35,97 & -35,99 \end{bmatrix}, \quad J_{22} = \begin{bmatrix} -0,03 & -3,03 \cdot 10^{-5} & 0 \\ -3,16 \cdot 10^{-3} & -0,08 & 0,04 \\ 0 & 35,97 & -35,99 \end{bmatrix},$$

$$J_{33} = \begin{bmatrix} -0,03 & -2,94 \cdot 10^{-5} & 0 \\ -3,06 \cdot 10^{-3} & -0,08 & 0,04 \\ 0 & 35,97 & -35,99 \end{bmatrix}$$

Задавшись степенью устойчивости $\alpha_i=-5$ для каждого химического реактора и решая линейные матричные неравенства (30), находим матрицы

$$L_{11} = \begin{bmatrix} -1,3 \cdot 10^8 & 4,03 \cdot 10^4 & -1,17 \cdot 10^{-3} \\ 4,03 \cdot 10^4 & -1,3 \cdot 10^8 & -4,4 \cdot 10^8 \\ 1,17 \cdot 10^{-3} & -4,4 \cdot 10^8 & 7,45 \cdot 10^8 \end{bmatrix}$$

$$L_{22} = \begin{bmatrix} -1,3 \cdot 10^8 & 3,9 \cdot 10^4 & -2,21 \cdot 10^{-3} \\ 3,9 \cdot 10^4 & -1,3 \cdot 10^8 & -4,4 \cdot 10^8 \\ 2,21 \cdot 10^{-3} & -4,4 \cdot 10^8 & 7,45 \cdot 10^8 \end{bmatrix}$$

$$L_{33} = \begin{bmatrix} -1,3 \cdot 10^8 & 3,77 \cdot 10^4 & -2,52 \cdot 10^{-5} \\ 3,77 \cdot 10^4 & -1,3 \cdot 10^8 & -4,4 \cdot 10^8 \\ 2,52 \cdot 10^{-5} & -4,4 \cdot 10^8 & 7,45 \cdot 10^8 \end{bmatrix}$$

$$G_{11} = \begin{bmatrix} 2,44 \cdot 10^7 & -8,24 \cdot 10^{-12} & 7,32 \cdot 10^{-12} \\ -8,24 \cdot 10^{-12} & 2,44 \cdot 10^7 & 5,33 \cdot 10^{-8} \\ 7,32 \cdot 10^{-12} & 5,33 \cdot 10^{-8} & 2,44 \cdot 10^7 \end{bmatrix}$$

$$G_{22} = \begin{bmatrix} 2,44 \cdot 10^7 & 1,57 \cdot 10^{-11} & 1,09 \cdot 10^{-11} \\ 1,57 \cdot 10^{-11} & 2,44 \cdot 10^7 & 3,71 \cdot 10^{-8} \\ 1,09 \cdot 10^{-11} & 3,71 \cdot 10^{-8} & 2,44 \cdot 10^7 \end{bmatrix}$$

$$G_{33} = \begin{bmatrix} 2,44 \cdot 10^7 & 2,41 \cdot 10^{-11} & 4,95 \cdot 10^{-12} \\ 2,41 \cdot 10^{-11} & 2,44 \cdot 10^7 & 5,12 \cdot 10^{-8} \\ 4,95 \cdot 10^{-12} & 5,12 \cdot 10^{-8} & 2,44 \cdot 10^7 \end{bmatrix}$$

и по формуле (29) коэффициент обратной связи децентрализованного регулятора

$$K_{11} = \begin{bmatrix} -5,47 & 1,65 \cdot 10^{-3} & -4,81 \cdot 10^{-11} \\ 1,65 \cdot 10^{-3} & -5,42 & -18 \\ 4,81 \cdot 10^{-11} & -18 & 30,49 \end{bmatrix},$$

$$K_{22} = \begin{bmatrix} -5,47 & 1,57 \cdot 10^{-3} & -9,03 \cdot 10^{-11} \\ 1,57 \cdot 10^{-3} & -5,42 & -18 \\ 9,03 \cdot 10^{-11} & -18 & 30,49 \end{bmatrix},$$

$$K_{33} = \begin{bmatrix} -5,47 & 1,55 \cdot 10^{-3} & -1,03 \cdot 10^{-12} \\ 1,55 \cdot 10^{-3} & -5,42 & -18 \\ 1,03 \cdot 10^{-12} & -18 & 30,49 \end{bmatrix}$$

Для системы химических реакторов (11), замкнутой децентрализованным регулятором с найденным коэффициентом обратной связи, спектр Ляпунова равен

$$\sigma_D(F - BK_D) = \{\chi_1 = -5,4816; \chi_2 = -5,4876; \chi_3 = -5,4876; \chi_4 = -5,4993;$$

$$\chi_5 = -5,5004; \chi_6 = -5,5004; \chi_7 = -5,5131; \chi_8 = -5,5131; \chi_9 = -5,5170\}.$$

Значения характеристических показателей Ляпунова свидетельствует: о регулярной динамике химических реакторов; об увеличении степени устойчивости замкнутой синтезированной системой на заданную величину; об уменьшении времени переходного процесса в системе.

На рис. 2, для примера, представлены временные диаграммы переходных процессов по концентрации реагента в первом реакторе без управляющего воздействия, с централизованным и децентрализованным управлением. Графики 2б и 2в иллюстрируют уменьшение длительности переходного процесса по концентрации реагента в одном из трех химических реакторов при централизованном и децентрализованном управлении. Затухание переходного процесса свидетельствует об устойчивости по Ляпунову исследуемой системы. Сравнение централизованного и децентрализованного управления по длительности переходного процесса для всех трех компонент фазового вектор и трех химических реакторов приведено в табл. 1. Величины, приведенные в табл. 1 и полученные на основе расчетов по значениям характеристических показателей, говорят об уменьшении длительности переходных процессов при децентрализованном управлении примерно в 100 раз.

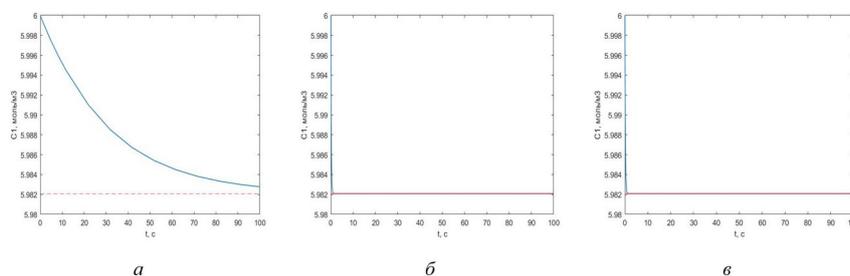


Рисунок 2 - Переходные процессы по концентрации реагента в первом реакторе:
а - без управления; б - с централизованным управлением; в - с децентрализованным управлением
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.147.11.2>

Таблица 1 - Время переходного процесса в системе с управлением

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.147.11.3>

Структура управления	C_1	T_1	$T_{c,1}$	C_2	T_2	$T_{c,2}$	C_3	T_3	$T_{c,3}$
Централизованная	1,39	3,33	4,07	1,54	3,26	2,40	1,65	3,03	2,36
Децентрализованная	1,40	3,32	4,06	1,55	3,24	2,39	1,67	1,55	3,46

где:

C_i – концентрация вещества в i -м реакторе, моль/м²

T_i – температура на выходе i -ого реактора, К

$T_{c,i}$ – температура хладагента в i -м реакторе, К.

Заключение

Цель работы, состоящая в уменьшении затрат на синтез и увеличение робастности по отношению к параметрическим возмущениям, достигнута, что подтверждается выполненными аналитическими расчетами и математическим моделированием взаимодействующих химических реакторов с синтезированным децентрализованным управлением. Синтез децентрализованного регулятора осуществлен на основе декомпозиции исходного линейного матричного неравенства размерности n на систему неравенств меньшей размерности n_i ($n > n_i$). Увеличение устойчивости, и как следствие робастности, замкнутой системы достигнуто смещением спектра характеристических показателей Ляпунова влево по вещественной оси путем введения обратной связи, параметры которой рассчитаны методом модального управления, обобщенного на нелинейный случай.

Конфликт интересов

Не указан.

Рецензия

Все статьи проходят рецензирование. Но рецензент или автор статьи предпочли не публиковать рецензию к этой статье в открытом доступе. Рецензия может быть предоставлена компетентным органам по запросу.

Conflict of Interest

None declared.

Review

All articles are peer-reviewed. But the reviewer or the author of the article chose not to publish a review of this article in the public domain. The review can be provided to the competent authorities upon request.

Список литературы / References

1. Быков В.И. Нелинейные модели химической кинетики / В.И. Быков, С.Б. Цыбенова. — М.: Красанд, 2011. — 312 с.
2. Кольцов Н.И. Двумерный хаос в химической реакции / Н.И. Кольцов, В.Х. Федотов // Химическая физика. — 2018 — Т. 37. — № 6. — С. 91–105.
3. Невиницын В.Ю. Системный анализ химического реактора как объекта управления / В.Ю. Невиницын, А.Н. Лабутин, Г.В. Волкова [и др.] // Изв. вузов. Химия и хим. технология. — 2017. — Т. 60. — № 9. — С. 92–109.
4. Babu D.C. Tuning of PID controllers for unstable systems using direct synthesis method / D.C. Babu, D.B.S. Kumar, R.P. Sree // Int. Chem. Eng. — 2017. — Vol. 50. — № 3. — P. 215–216.
5. Зиятдинов Н.Н. Моделирование и оптимизация химико-технологических процессов и систем / Н.Н. Зиятдинов // Теорет. основы хим. технологии. — 2017. — Т. 51. — № 6. — С. 613–619.
6. Petre E. Nonlinear robust adaptive control strategies for lactic fermentation process / E. Petre, D. Selisteanu, M. Roman // J. Chem. Technol. Biotechnol. — 2018. — Vol. 93. — № 2. — P. 518–527.
7. Лабутин А.Н. Робастное управление концентрацией целевого продукта в химическом реакторе / А.Н. Лабутин, В.Ю. Невиницын, В.А. Зайцев [и др.] // Изв. вузов. Химия и хим. технология. — 2018. — Т. 61. — № 12. — С. 131.
8. Лабутин А.Н. Синтез нелинейного алгоритма управления химическим реактором с использованием синергетического подхода / А.Н. Лабутин, В.Ю. Невиницын // Изв. вузов. Химия и хим. технология. — 2017. — Т. 60. — № 2. — С. 38–49.
9. Лабутин А.Н. Аналитический синтез системы управления химическим реактором / А.Н. Лабутин, В.Ю. Невиницын // Теорет. основы хим. технологии. — 2014. — Т. 48. — № 3. — С. 318–327.
10. Kozlov V.N. Synthesis of decentralized robust stabilizing control for the systems with parametric perturbations / V.N. Kozlov, V.N. Shashikhin // Computing, Telecommunications and Control. — 2020. — Vol. 13. — № 2. — P. 49–57.
11. Budnik S.V. Stabilization of nonlinear systems with dynamic chaos / S.V. Budnik, V.N. Shashikhin // Automatic Control and Computer Sciences. — 2021. — Vol. 55. — № 3. — P. 213–219.
12. Оморов Р.О. Теория топологической грубости систем / Р.О. Оморов. — Бишкек: Илим, 2019. — 288 с.
13. Баландин Д.В. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств / Д.В. Баландин, М.М. Коган. — М.: Физматлит, 2007. — 324 с.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Bykov V.I. Nelinejnye modeli himicheskoj kinetiki [Nonlinear models of chemical kinetics] / V.I. Bykov, S.B. Cybenova. — М.: Krasand, 2011. — 312 p. [in Russian]
2. Kol'cov N.I. Dvumernyj haos v himicheskoj reakcii [Two-dimensional chaos in a chemical reaction] / N.I. Kol'cov, V.H. Fedotov // Himicheskaja fizika [Chemical Physics]. — 2018 — Vol. 37. — № 6. — P. 91–105. [in Russian]
3. Nevinicyn V.Ju. Sistemnyj analiz himicheskogo reaktora kak ob'ekta upravlenija [System analysis of the chemical reactor as a control object] / V.Ju. Nevinicyn, A.N. Labutin, G.V. Volkova [et al.] // Izv. vuzov. Himija i him. tehnologija [Proc. of universities. Chemistry and chemical technology]. — 2017. — Vol. 60. — № 9. — P. 92–109. [in Russian]
4. Babu D.C. Tuning of PID controllers for unstable systems using direct synthesis method / D.C. Babu, D.B.S. Kumar, R.P. Sree // Int. Chem. Eng. — 2017. — Vol. 50. — № 3. — P. 215–216.
5. Zijatdinov N.N. Modelirovanie i optimizacija himiko-tehnologicheskix processov i sistem [Modelling and optimization of chemical-technological processes and systems] / N.N. Zijatdinov // Teoret. osnovy him. tehnologii [Theoretical bases of chemical technology]. — 2017. — Vol. 51. — № 6. — P. 613–619. [in Russian]

6. Petre E. Nonlinear robust adaptive control strategies for lactic fermentation process / E. Petre, D. Selisteanu, M. Roman // J. Chen. Technol. Biotechnol. — 2018. — Vol. 93. — № 2. — P. 518–527.
7. Labutin A.N. Robastnoe upravlenie koncentraciej celevogo produkta v himicheskom reaktore [Robust control of the target product concentration in a chemical reactor] / A.N. Labutin, V.Ju. Nevinicyn, V.A. Zajcev [et al.] // Izv. vuzov. Himija i him. tehnologija [Proceedings of Universities. Chemistry and chemical technology]. — 2018. — Vol. 61. — № 12. — P. 131. [in Russian]
8. Labutin A.N. Sintez nelinejnogo algoritma upravlenija himicheskim reaktorom s ispol'zovaniem sinergeticheskogo podhoda [Synthesis of a nonlinear control algorithm for a chemical reactor using a synergetic approach] / A.N. Labutin, V.Ju. Nevinicyn // Izv. vuzov. Himija i him. tehnologija [Proceedings of Universities. Chemistry and chemical technology]. — 2017. — Vol. 60. — № 2. — P. 38-49. [in Russian]
9. Labutin A.N. Analiticheskij sintez sistemy upravlenija himicheskim reaktorom [Analytical synthesis of the chemical reactor control system] / A.N. Labutin, V.Ju. Nevinicyn // Teoret. osnovy him. tehnologii [Theoretical bases of chemical technology]. — 2014. — Vol. 48. — № 3. — P. 318-327. [in Russian]
10. Kozlov V.N. Synthesis of decentralized robust stabilizing control for the systems with parametric perturbations / V.N. Kozlov, V.N. Shashikhin // Computing, Telecommunications and Control. — 2020. — Vol. 13. — № 2. — P. 49–57.
11. Budnik S.V. Stabilization of nonlinear systems with dynamic chaos / S.V. Budnik, V.N. Shashihin // Automatic Control and Computer Sciences. — 2021. — Vol. 55. — № 3. — P. 213–219.
12. Omorov R.O. Teorija topologicheskoi grubosti sistem [Theory of topological coarseness of systems] / R.O. Omorov. — Bishkek: Ilim, 2019. — 288 p. [in Russian]
13. Balandin D.V. Sintez zakonov upravlenija na osnove linejnyh matrichnyh neravenstv [Synthesis of control laws based on linear matrix inequalities] / D.V. Balandin, M.M. Kogan. — M.: Fizmatlit, 2007. — 324 p. [in Russian]