

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.145.167>

СХЕМОТЕХНИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ГЕНЕРАТОРА ХАОТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ НА ОПЕРАЦИОННЫХ УСИЛИТЕЛЯХ

Научная статья

Писарев С.М.^{1,*}, Титов П.Л.²

¹ ORCID : 0009-0009-0224-7553;

² ORCID : 0000-0002-3408-5757;

^{1,2} Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (pisarev.sm[at]dvfu.ru)

Аннотация

В данной статье проведено исследование, посвященное схемотехнической реализации генератора хаотических сигналов на операционных усилителях. Работа включает в себя обзор теории динамического хаоса, анализ особенностей хаотических колебаний и выбор схемы Чуа для реализации генератора.

Результаты исследования позволяют понять принципы функционирования хаотических систем, осуществить моделирование генератора хаотических колебаний на основе операционных усилителей.

Эта статья будет полезна специалистам в области электроники, средств связи и телекоммуникаций, а также всем, кто интересуется применением динамического хаоса и хаотических сигналов в современных технологиях. Результаты и выводы исследования могут быть использованы для разработки новых устройств и систем, работающих на основе хаотических колебаний, а также для углубленного изучения динамического хаоса в научных и практических целях.

Ключевые слова: динамическая система, хаотический сигнал, операционные усилители, моделирование, схемотехника, генератор Чуа.

SHEET-ORIENTED IMPLEMENTATION OF THE GENERATOR OF CHAOTIC SIGNALS ON OPERATIONAL AMPLIFIERS

Research article

Pisarev S.M.^{1,*}, Titov P.L.²

¹ ORCID : 0009-0009-0224-7553;

² ORCID : 0000-0002-3408-5757;

^{1,2} Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russian Federation

* Corresponding author (pisarev.sm[at]dvfu.ru)

Abstract

In this article, a study is carried out on the sheet-oriented implementation of a chaotic signal generator on operational amplifiers. The work includes a review of the theory of dynamic chaos, analysis of the features of chaotic oscillations and the choice of Chua circuit for the implementation of the generator.

The results of the study allow to understand the principles of functioning of chaotic systems, to carry out modelling of the generator of chaotic oscillations on the basis of operational amplifiers.

This article will be useful for specialists in electronics, communications and telecommunications, as well as for anyone interested in the application of dynamic chaos and chaotic signals in modern technologies. The results and conclusions of the study can be used for the development of new devices and systems operating on the basis of chaotic oscillations, as well as for in-depth study of dynamic chaos for scientific and practical purposes.

Keywords: dynamic system, chaotic signal, operational amplifiers, modelling, circuit technique, Chua oscillator.

Введение

Цель: изучение, моделирование, создание и применение хаотических генераторов на ОУ.

Задачи:

- Изучить схемы и режимы работы генераторов хаотических колебаний.
- Промоделировать схемы для анализа хаотических режимов.
- Собрать аппаратную реализацию генератора.
- Исследовать применение хаотических сигналов.
- Подтвердить теорию экспериментами.

Ожидаемые результаты:

- Понимание работы генераторов хаотических сигналов.
- Новые подходы к их применению в современных технических системах.

Методы:

- Моделирование схем.
- Эксперименты.

Значимость:

- Расширение знаний о хаотических генераторах.
- Развитие технологий, основанных на хаосе.

Вклад:

- Информация о практической реализации генераторов хаотических сигналов.
- Характеристики нелинейных динамических систем.

Фокус:

- Моделирование схемы генератора хаотических колебаний.
- Выбор элементов схемы, расчет параметров.
- Изучение характеристик работы устройства.

Обзор литературы

История:

- 1880-е: первые исследования хаоса.
- 1961: Эдвард Лоренц и его модель погоды:
- Открытие сверхчувствительности к начальным условиям.
- Невозможность долгосрочного прогнозирования в нелинейных системах.

Вклад российских математиков: Колмогоров, Арнольд, Синай и др.

Современные исследования: МЭИ, МГТУ им. Баумана, СГУ, НГУ, ИРЭ РАН.

Изучение и применение:

- Развитие теорий и устройств на основе динамического хаоса.
- Применение: системы скрытой передачи информации с помощью хаотических колебаний.
- Исследования в радиотехнических лабораториях.

Генератор Чуа (1983):

- Классический образец хаотического автогенератора в радиоэлектронике.
- Широкий интерес к исследованию схемы.
- Инструменты исследования: компьютерное моделирование, эксперименты.

Детерминированный хаос – это активно развивающаяся область исследований с широким спектром потенциальных применений. Изучение генераторов хаоса, таких как генератор Чуа, играет важную роль в понимании нелинейных систем и разработке новых технологий.

2.1. Генераторы хаотических сигналов на операционных усилителях

В настоящее время существует большое количество работ, посвященных схемотехнической реализации генераторов хаотических сигналов на операционных усилителях. Наиболее известными являются следующие решения:

- Генератор Чуа. Данный генератор основан на дифференциальных уравнениях системы Чуа, которая является классической моделью нелинейной динамической системы, демонстрирующей хаотическое поведение. Генератор Чуа является одним из наиболее простых и эффективных схемотехнических решений для генерации хаотических сигналов.

- Генератор Лоренца. Данный генератор основан на дифференциальных уравнениях системы Лоренца, которая также является динамической системой, демонстрирующей хаотическое поведение. Генератор Лоренца обладает более сложными свойствами, чем генератор Чуа, и может быть использован для генерации более разнообразных хаотических сигналов.

- Генератор Сильвестра. Данный генератор основан на дифференциальных уравнениях системы Сильвестра, которая является еще одной динамической системой, демонстрирующей хаотическое поведение. Генератор Сильвестра обладает более высокой чувствительностью к параметрам, чем генераторы Чуа и Лоренца, и может быть использован для генерации более сложных хаотических сигналов.

2.2. Генератор Лоренца

Генератор Лоренца является одним из наиболее популярных решений для генерации хаотических сигналов на операционных усилителях. Он основан на дифференциальных уравнениях системы Лоренца, которые имеют следующий вид:

$$x' = -x + y$$

$$y' = x + z$$

$$z' = -bxz + c$$

Генератор Лоренца обладает следующими преимуществами:

- Широкий диапазон параметров, при которых обеспечивается хаотическое поведение;
- Большая глубина хаоса.

Генератор Лоренца обладает следующими недостатками:

- Более сложная реализация;
- Более низкая устойчивость к помехам.

Генераторы Лоренца могут быть использованы в различных областях, включая:

- Телекоммуникации;
- Радиолокация;
- Навигация;
- Медицина.

Аналоги

В настоящее время существует большое количество работ, посвященных модификации и усовершенствованию схемы генератора Лоренца. Эти работы направлены на улучшение характеристик генератора и его применимости в конкретных областях.

Генераторы хаотических сигналов на операционных усилителях могут генерировать хаотические сигналы с различными характеристиками, такими как ширина спектра, коэффициент шума и устойчивость к помехам. Также

предлагается метод подавления хаоса в параметрически управляемой системе Лоренца [11]. Однако этот метод приводит к переходу системы в периодический режим, что может не соответствовать требованиям приложения.

В целом, генераторы хаотических сигналов на операционных усилителях имеют ряд преимуществ перед параметрически управляемой системой Лоренца. Генераторы хаотических сигналов на операционных усилителях могут генерировать хаотические сигналы с различными характеристиками, имеют более широкий диапазон рабочих частот и более низкое энергопотребление. Однако генераторы хаотических сигналов на операционных усилителях могут быть подвержены влиянию помех.

2.3. Генератор Сильвестра

Генератор Сильвестра – это алгоритм генерации псевдослучайной последовательности, основанный на матрице Сильвестра.

Матрица Сильвестра – это матрица, которая определяется следующим образом:

$$S = (A + B) / 2,$$

где A и B – две произвольные матрицы.

Генератор Сильвестра имеет ряд преимуществ перед другими алгоритмами генерации псевдослучайной последовательности:

- Он является криптографически стойким, что означает, что его невозможно предсказать с помощью криптоанализа.
- Он является равномерным, что означает, что все значения псевдослучайной последовательности имеют равные вероятности.
- Он является рекурсивным, что означает, что его можно легко реализовать с помощью программного обеспечения или аппаратного обеспечения.

Генератор Сильвестра используется в различных приложениях, включая криптографию, моделирование и обработку сигналов.

Статья, посвящённая разработке нового криптографически стойкого генератора псевдослучайных последовательностей [12], основанного на матрицах Сильвестра, авторы рассматривают матрицу Сильвестра как оператор блочного умножения. Авторы показывают, что генератор псевдослучайных последовательностей, основанный на матрицах Сильвестра, имеет следующие преимущества:

- Криптографическая стойкость: генератор псевдослучайных последовательностей, основанный на матрицах Сильвестра, является криптографически стойким, что означает, что его невозможно предсказать с помощью криптоанализа.
- Равномерность: генератор псевдослучайных последовательностей, основанный на матрицах Сильвестра, генерирует псевдослучайные последовательности, которые имеют равные вероятности для всех значений.
- Рекурсивность: генератор псевдослучайных последовательностей, основанный на матрицах Сильвестра, является рекурсивным, что означает, что его можно легко реализовать с помощью программного обеспечения или аппаратного обеспечения.

В статье также исследуются недостатки генератора псевдослучайных последовательностей, основанного на матрицах Сильвестра. К недостаткам можно отнести следующие:

- Сложность реализации: генератор псевдослучайных последовательностей, основанный на матрицах Сильвестра, может быть сложно реализовать с помощью аппаратного обеспечения.
- Высокое энергопотребление: генератор псевдослучайных последовательностей, основанный на матрицах Сильвестра, может потреблять много энергии.

2.4. Применение в генераторе хаотических сигналов

Генератор псевдослучайных последовательностей, основанный на матрицах Сильвестра, можно применить в генераторе хаотических сигналов следующим образом:

1. Используем матрицу Сильвестра для генерации псевдослучайной последовательности.
2. Используем псевдослучайную последовательность для управления параметрами системы хаотического генератора.

В результате мы получим генератор хаотических сигналов, который будет генерировать хаотические сигналы с заданными свойствами.

2.5. Преимущества перед генератором Чуа

Генератор псевдослучайных последовательностей, основанный на матрицах Сильвестра, имеет следующие преимущества перед генератором Чуа:

- Криптографическая стойкость: генератор псевдослучайных последовательностей, основанный на матрицах Сильвестра, является криптографически стойким, а генератор Чуа не является.
- Равномерность: генератор псевдослучайных последовательностей, основанный на матрицах Сильвестра, генерирует псевдослучайные последовательности, которые имеют равные вероятности для всех значений, а генератор Чуа может генерировать псевдослучайные последовательности с неравномерной распределенной вероятностью.

2.6. Недостатки перед генератором Чуа

Генератор псевдослучайных последовательностей, основанный на матрицах Сильвестра, имеет следующие недостатки перед генератором Чуа:

- Сложность реализации: генератор псевдослучайных последовательностей, основанный на матрицах Сильвестра, может быть сложно реализовать с помощью аппаратного обеспечения, а генератор Чуа может быть реализован относительно просто.
- Высокое энергопотребление: генератор псевдослучайных последовательностей, основанный на матрицах Сильвестра, может потреблять много энергии, а генератор Чуа может потреблять меньше энергии.

В статье "A Sylvester matrix based pseudorandom number generator with improved randomness" [13] авторы предлагают новый алгоритм генерации псевдослучайной последовательности, основанный на матрицах Сильвестра. Авторы показывают, что их алгоритм имеет улучшенную случайность по сравнению с другими алгоритмами, основанными на матрицах Сильвестра.

2.7. Применение в генераторе хаотических сигналов

Выбор того или иного подхода к генерации хаотических сигналов зависит от конкретных требований приложения. Если требуется высокий уровень безопасности или равномерность, то генератор Сильвестра может быть предпочтительным выбором. Однако если требуется хаотический сигнал с устойчивостью к помехам и непредсказуемостью, то генератор Чуа может быть более подходящим решением.

2.8. Генератор Чуа

Генератор хаотических сигналов Чуа – это одна из самых простых и эффективных схем для генерации хаотических сигналов. Генератор Чуа основан на системе дифференциальных уравнений, описывающих движение точки в трехмерном пространстве.

Система дифференциальных уравнений для генератора Чуа имеет следующий вид:

$$dx/dt = \sigma(y - x)$$

$$dy/dt = x(\rho - z) - y$$

$$dz/dt = x y - \beta z,$$

где σ , ρ и β – параметры системы.

Эта система описывает движение точки в трехмерном пространстве. Параметры σ , ρ и β определяют свойства хаотического поведения системы.

Параметр σ определяет степень нелинейности системы. Чем больше σ , тем более нелинейна система и тем более хаотично ее поведение.

Параметр ρ определяет расстояние от точки до оси z . Чем больше ρ , тем дальше точка от оси z и тем более хаотично ее поведение.

Параметр β определяет скорость движения точки. Чем больше β , тем быстрее движется точка и тем более хаотично ее поведение.

2.9. Характеристики хаотического поведения

Хаотическое поведение системы характеризуется следующими свойствами:

- **Непредсказуемость:** Хаотические сигналы генератора Чуа не имеют повторяющихся циклов и не могут быть предсказаны с помощью математических методов. Это свойство делает хаотические сигналы генератора Чуа пригодными для использования в приложениях, где требуется высокая безопасность, например, в криптографии.

- **Устойчивость к помехам:** Хаотические сигналы генератора Чуа устойчивы к помехам. Это свойство делает хаотические сигналы генератора Чуа пригодными для использования в приложениях, где требуется высокая надежность, например, в системах связи.

- **Широкий спектр:** Хаотические сигналы генератора Чуа имеют широкий спектр частот. Это свойство делает хаотические сигналы генератора Чуа пригодными для использования в различных приложениях, например, в обработке сигналов.

2.10. Применения

Генератор Чуа имеет широкий спектр применений, включая:

- **Криптография:** Хаотические сигналы генератора Чуа могут быть использованы для генерации ключей шифрования. Это позволяет создавать более безопасные криптографические системы, чем традиционные системы, основанные на случайных числах.

- **Обработка сигналов:** Хаотические сигналы генератора Чуа могут быть использованы для обработки сигналов, таких как фильтрация, сжатие и восстановление. Хаотические сигналы могут быть использованы для создания новых методов обработки сигналов, которые обладают улучшенными характеристиками, например, более высокой помехоустойчивостью или более высокой разрешающей способностью.

- **Моделирование:** Хаотические сигналы генератора Чуа могут быть использованы для моделирования различных динамических систем, таких как погода, экономика и социальные процессы. Хаотические сигналы могут быть использованы для создания более реалистичных моделей этих систем.

2.11. Схемотехнические реализации

Генератор Чуа может быть реализован с использованием различных схемотехнических решений. Наиболее распространенными являются схемы на основе операционных усилителей.

Схемы на основе операционных усилителей просты в реализации и имеют хорошие характеристики. Однако они могут быть чувствительны к помехам и иметь ограниченный динамический диапазон.

Для повышения устойчивости к помехам и динамического диапазона могут быть использованы схемы на основе других компонентов, таких как транзисторы или микросхемы.

2.12. Преимущества и недостатки

Генератор Чуа имеет следующие преимущества:

- **Простота реализации:** Генератор Чуа может быть реализован с использованием простых схемотехнических решений. Это делает генератор Чуа доступным для широкого круга разработчиков.

- **Эффективность:** Генератор Чуа может генерировать хаотические сигналы с широким спектром характеристик. Это делает генератор Чуа пригодным для использования в различных приложениях.

- **Устойчивость к помехам:** Генератор Чуа обладает высокой устойчивостью к помехам. Это делает генератор Чуа пригодным для использования в приложениях, где требуется высокая надежность.

Однако, генератор Чуа также имеет следующие недостатки:

• **Нестабильность:** Хаотическое поведение генератора Чуа может быть нестабильным, что может привести к непредсказуемым результатам. Это может быть проблемой для приложений, где требуется высокая точность.

• **Сложная настройка:** Генератор Чуа может быть сложным для настройки, чтобы получить желаемое хаотическое поведение. Это может быть проблемой для разработчиков, которые не имеют опыта работы с хаосом.

2.13. Сравнительный анализ

Сравнительный анализ различных схемотехнических решений для генерации хаотических сигналов на операционных усилителях показывает, что каждый из них обладает своими преимуществами и недостатками. Выбор конкретного решения зависит от конкретных требований к хаотическому сигналу и области его применения.

• Генератор Чуа является наиболее простым и эффективным решением для генерации хаотических сигналов с ограниченным диапазоном параметров. Он может быть использован в различных областях, включая телекоммуникации, радиолокацию, навигацию и другие.

• Генератор Лоренца является более сложным решением, которое может быть использовано для генерации более разнообразных хаотических сигналов. Он может быть использован в приложениях, требующих высокой степени variability сигналов.

• Генератор Сильвестра является еще более сложным решением, которое может быть использовано для генерации хаотических сигналов с очень большой глубиной хаоса. Он может быть использован в приложениях, требующих высокой степени непредсказуемости сигналов.

В целом, генератор Чуа является хорошим выбором для исследовательской работы по хаосу. Он обладает рядом преимуществ, которые делают его удобным и эффективным инструментом для исследования хаотических систем.

Динамическая система

Динамический хаос: непредсказуемые движения в нелинейных системах

Динамический хаос представляет собой широко распространенное явление, состоящее в возникновении в нелинейных динамических системах сложных непериодических колебаний с непрерывным спектром.

Два типа ДС:

• **Линейные:** простые и предсказуемые траектории движения.

• **Нелинейные:** хаотичные, непредсказуемые и завораживающие траектории.

Динамический хаос: возникает в нелинейных ДС, где невозможно предсказать будущее состояние системы.

Факторы, которыми обусловлены нелинейные свойства электромагнитных систем:

- 1) нелинейные сопротивления, емкости или индуктивные элементы;
- 2) гистерезис в ферромагнитных материалах;
- 3) нелинейные активные элементы, такие как вакуумные лампы, диоды и транзисторы.
- 4) эффекты, характерные для движущихся сред, например электродвижущая сила $v \cdot B$, где v - скорость, а B - магнитное поле.
- 5) электромагнитные силы, например $F = J \cdot B$, где J - ток, или $F = M \cdot \Delta B$, где M - дипольный магнитный момент.

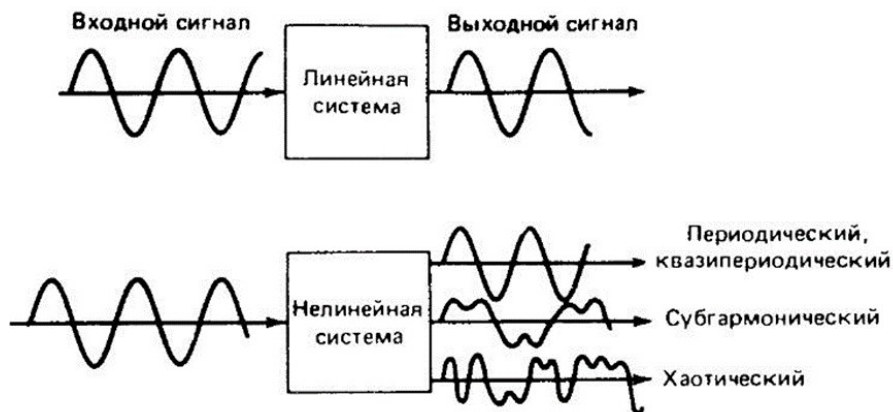


Рисунок 1 - Схема возможных преобразований сигнала в линейных и нелинейных системах

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.145.167.1>

Нелинейные элементы в электронике:

Диоды, транзисторы: нелинейная зависимость тока от напряжения, сложные схемы.

Магнитные материалы: нелинейная зависимость потока от поля, гистерезис.

ОУ и диоды: устройства с отрицательным сопротивлением, применение в электронике.

В мире динамических систем существует два основных типа: консервативные и неконсервативные.

• **Консервативные системы:** В консервативных системах энергия не рассеивается (не происходит диссипации) во время движения. Это означает, что объем фазового пространства системы остается неизменным. Примерами консервативных систем являются маятники, планеты, вращающиеся вокруг Солнца, и идеальные пружины.

• **Неконсервативные системы:** В неконсервативных системах энергия рассеивается со временем. Это приводит к изменению объема фазового пространства.

Особым подклассом неконсервативных систем являются диссипативные системы. В этих системах энергия теряется, что приводит к сокращению объема фазового пространства. Существуют также неконсервативные системы, в которых объем фазового пространства увеличивается со временем. Это происходит, когда в систему подкачивается энергия извне.

Колебательные системы:

Множество динамических систем демонстрируют колебательные движения. Это означает, что система совершает частично или полностью повторяющиеся движения вокруг одного или нескольких положений равновесия.

- Автоколебательные системы: Среди колебательных систем выделяют автоколебательные системы. Эти системы, будучи диссипативными, способны генерировать незатухающие колебания без внешнего подвода энергии.

- Автоколебательные системы – это *faszinierende* объекты, которые демонстрируют сложные и непредсказуемые поведения.

Примеры автоколебательных систем:

- Сердце человека: Сердце человека является автоколебательной системой, которая генерирует ритмичные сокращения, обеспечивая кровоток по всему организму.

- Электронные генераторы: Электронные генераторы, такие как генераторы синусоидального сигнала, используют автоколебательные системы для создания колебаний напряжения или тока.

Изучение нелинейных систем:

Изучение нелинейных систем – это увлекательная и важная область науки, понимание поведения нелинейных систем которой позволяет нам:

- Разрабатывать новые технологии: Нелинейные системы используются в различных областях, от робототехники до медицины.

- Понимать сложные явления: Изучение нелинейных систем помогает нам разобраться в хаотичных явлениях, таких как погода или экономика.

- Предсказывать будущее: Математические модели нелинейных систем позволяют нам прогнозировать будущие события, например, траекторию космического аппарата.

Фазовое пространство и аттрактор:

Фазовая точка: состояние ДС в фазовом пространстве.

Фазовая траектория: путь фазовой точки в фазовом пространстве.

Фазовый портрет: множество фазовых траекторий.

Аттрактор: область фазового пространства, куда «попадает» фазовая траектория.

Свойства аттрактора:

- Отражает характер колебаний ДС.

- Простой аттрактор – регулярные колебания.

Самым простым типом аттрактора является неподвижная точка (рис. 2.а). При рассмотрении маятника, данный аттрактор соответствует его поведению при наличии трения. Независимо от начала колебаний маятник всегда приходит в одно и то же положение покоя. Регулярным периодическим колебаниям (например, движение маятника в часах) автоколебательных систем в фазовом пространстве соответствуют аттракторы, называемые предельными циклами (рис.2.б) – это гладкие замкнутые линии. Сложным колебаниям, или квазипериодическому движению, соответствует аттрактор в форме тора (рис. 2.в). Поведение всех трех аттракторов можно прогнозировать с любой точностью, они предсказуемы. Хаотическим колебаниям соответствуют сложно устроенные аттракторы, им присуще непредсказуемое движение и более сложная геометрическая форма. Их называют странными аттракторами. Локально они выглядят как произведение некоторого двумерного многообразия на канторово множество. Внутри странного аттрактора фазовые траектории блуждают явно нерегулярным образом. Области фазового пространства, от которых фазовые траектории ДС отталкиваются, называют репеллерами. Три примера хаотических аттракторов изображены на рисунке 2. Они были получены Э. Лоренцем (рис. 2.г), О. Ресслером (рис. 2.д) и С. Шоу (рис. 2.е) соответственно путем решения простых систем дифференциальных уравнений с трехмерным фазовым пространством

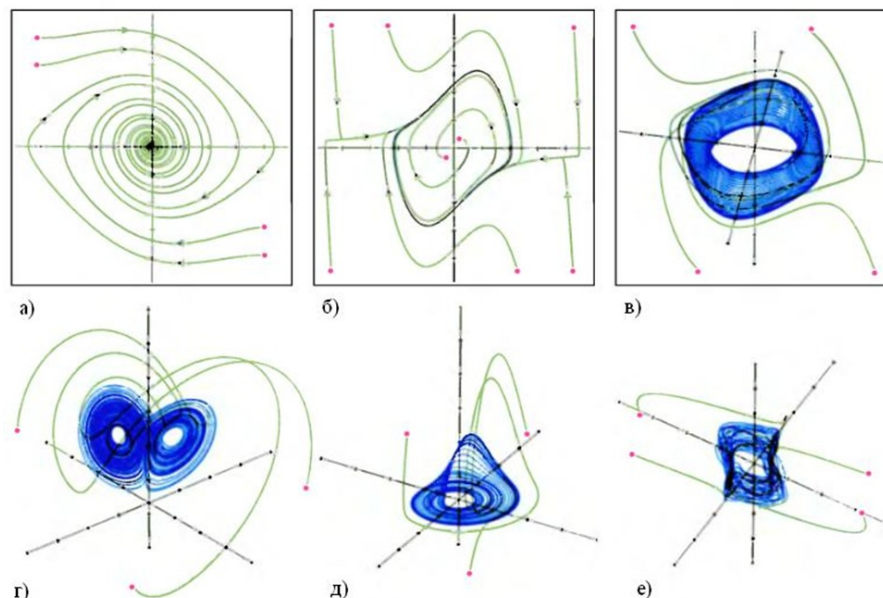


Рисунок 2 - Виды аттракторов:

a – неподвижная точка; *б* – предельные циклы; *в* – аттрактор в форме тора; *г* – хаотический аттрактор Э. Лоренца; *д* – хаотический аттрактор О. Ресслера; *е* – хаотический аттрактор С. Шоу

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.145.167.2>

Хаотические аттракторы:

Представьте себе хаотический аттрактор – странную и очаровательную фигуру, к которой притягиваются траектории системы. Это не просто точка, а сложное образование, которое можно сравнить с фракталом. Вначале близкие траектории на аттракторе расходятся экспоненциально. Затем, чтобы «вместиться» в ограниченную область, аттрактор складывается, его поверхность изгибается, а края соединяются.

Устойчивость:

В мире динамических систем важна устойчивость. Она определяет, как система реагирует на малые возмущения.

- Устойчивость по Ляпунову: Если при малом возмущении фазовая траектория системы мало отличается от траектории без возмущения, то движение системы устойчиво по Ляпунову.
- Асимптотическая устойчивость: Если со временем малое различие между траекториями стремится к нулю, то движение системы асимптотически устойчиво.

Бифуркации:

Внезапные изменения поведения системы могут происходить при бифуркациях. Эти изменения связаны с критическими значениями параметров системы. При переходе через критическое значение происходит качественная перестройка фазового портрета, то есть меняется характер движения системы. Бифуркации могут привести к мультистабильности, когда при одних и тех же параметрах система может демонстрировать разные устойчивые и неустойчивые движения.

Показатели Ляпунова:

Математически устойчивость определяется показателями Ляпунова. Знаки этих показателей в каждой точке фазовой траектории определяются математической моделью системы и ее текущим состоянием. Показатель Ляпунова вычисляется на основе расстояния между возмущенной и невозмущенной фазовыми траекториями.

С математической точки зрения устойчивость ДС определяется знаками показателей Ляпунова в каждой точке фазовой траектории, которые полностью определяются математической моделью ДС и ее текущим состоянием, т. е. координатами фазовой точки. Показатель Ляпунова определяется в терминах расстояния между возмущенной и невозмущенной фазовыми траекториями. Пусть $d(t_0)$ – расстояние между фазовыми траекториями в некоторый момент времени t_0 , а $d(t)$ – момент времени t . Тогда за показатель Ляпунова принимают величину:

$$\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t - t_0} \ln \frac{d(t)}{d(t_0)}$$

Рисунок 3 - Формула (1)

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.145.167.3>

В соответствии с этим определением расстояние между фазовыми траекториями с течением времени изменяется следующим образом:

$$d(t) = d(t_0)e^{\lambda(t-t_0)}$$

Рисунок 4 - Формула (2)

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.145.167.4>

Из этого определения следует, что устойчивым ДС соответствуют отрицательные или нулевые показатели Ляпунова. Для неустойчивых ДС значения показателей Ляпунова положительные, что соответствует экспоненциальному, т. е. очень быстрому росту расстояния между фазовыми траекториями. В неустойчивых линейных ДС фазовые траектории уходят на бесконечность, что требует бесконечно много энергии и, следовательно, не соответствует никаким реальным процессам.

Краткие выводы:

- Хаотические колебания в НДС неслучайны, хотя и кажутся таковыми.
- Случайные процессы: фазовые траектории непредсказуемы и невоспроизводимы.
- Хаотические колебания: фазовые траектории детерминированы, но сложны.
- Название «хаос» сохраняется: из-за схожести со случайными процессами.
- Детерминированный хаос: обладает свойствами случайных процессов.

Преимущества и применение динамического хаоса

Хаотические колебания в радиотехнике: преимущества и применение

Раньше думали, что хаос в НДС вызывают шумы и помехи. Сейчас известно, что он возникает из-за собственной динамики системы. Хаотические колебания используют как несущие для передачи информации.

Преимущества:

- Широкие возможности для наложения информации: в отличие от гармонических сигналов, которые модулируются только по амплитуде, частоте или фазе, хаотические сигналы предлагают больше вариантов.
- Стойкость к помехам: хаотические сигналы сложнее перехватить и расшифровать, чем обычные.
- Спектр хаотического сигнала: хаотические сигналы имеют широкий спектр, что позволяет им занимать меньше места в частотном диапазоне.

Применение:

- Скрытая передача информации: хаотические сигналы используют для передачи конфиденциальной информации, так как их сложно перехватить и расшифровать.
- Защита информации от помех: хаотические сигналы устойчивы к помехам, поэтому их используют в системах связи, где важна надежность передачи данных.
- Широкополосная связь: хаотические сигналы имеют широкий спектр, что позволяет использовать их в системах широкополосной связи.

Важно:

- Изучение хаотических колебаний открывает новые возможности для создания более надежных и защищенных систем связи.
- Разработка методов управления хаотическими системами имеет большой потенциал для развития новых технологий.

Ограничения гармонических колебаний:

- Модуляция по ограниченному числу параметров (амплитуда, частота, фаза).
- Чувствительность к изменениям параметров: даже небольшие изменения приводят к изменению характера колебаний.

Преимущества хаотических сигналов:

- Разнообразие схем модуляции: Широкий спектр методов для наложения информационного сигнала на хаотический носитель.
- Широкополосность и сверхширокополосность: Повышенная информационная емкость по сравнению с узкополосными сигналами.
- Устойчивость к помехам: Широкополосные хаотические сигналы менее подвержены влиянию шумов.
- Высокая скорость передачи данных: Обеспечивается за счет широкой полосы частот.

Сигналы с расширением спектра

Расширение полосы частот передаваемого сигнала превосходит полосу частот информационного сигнала. Модуляция хаотических сигналов обладает существенными преимуществами перед традиционными методами, позволяя повысить эффективность передачи информации в различных системах.

У таких схем с расширением спектра есть свои достоинства. В результате расширения информационного сигнала на большую полосу частот допустимо применение малых отношений SNR (отношение сигнала к шуму). Это следует из теоремы Шеннона для емкости гауссовского канала (формула 3):

$$C = W \cdot \log_2 \left[1 + \left(\frac{S}{N} \right) \right]$$

Рисунок 5 - Формула (3)

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.145.167.5>

Где C – емкость канала, бит/с;

W – полоса передаваемого сигнала.

S/N – отношение сигнал/шум.

Чем шире полоса W , тем меньшее отношение сигнала к шуму возможно при данной скорости потока.

Преимущества хаотических сигналов в радиотехнике

1. Устойчивость к замиранию:

Сигнал менее подвержен влиянию многолучевого распространения, что улучшает связь в мобильных сетях.

Распределение сигнала по широкой полосе частот минимизирует влияние на других пользователей.

2. Скрытая передача информации:

Расширение и сжатие сигнала в приемнике затрудняет его перехват и расшифровку.

Низкая спектральная мощность сигнала делает его незаметным на фоне шумов.

3. Защита от несанкционированного доступа:

Для восстановления информации злоумышленнику нужно знать точную структуру генератора хаоса и способ модуляции.

Синхронизация генераторов на приемнике и передатчике препятствует несанкционированному доступу.

Требования к генераторам:

- Равномерная спектральная плотность: В полосе генерации.

- Микросхемная реализация: Возможность создания микросхемных генераторов.

- Повторяемость и стабильность параметров: У разных генераторов.

Высокоскоростная передача данных:

- Преимущества хаотических сигналов: Широкополосность, устойчивость к помехам.

- Перспективное направление: Разработка систем высокоскоростной передачи данных на основе хаотических сигналов.

Преимущества ДС в передаче информации является:

- Широкополосность: Хаотические сигналы обладают широким спектром, что позволяет им передавать больше информации по сравнению с узкополосными сигналами.

- Сложность: Непредсказуемая структура хаотических колебаний делает их устойчивыми к перехвату и расшифровке.

- Ортогональность: Хаотические сигналы с различными параметрами ортогональны друг другу, что позволяет использовать их для мультиплексной передачи информации.

Хаотические сигналы, сочетая в себе непредсказуемость и управляемость, открывают новые возможности для создания криптографических систем нового поколения, способных противостоять самым изощренным атакам. Благодаря хаотичной природе автокорреляционная функция хаотических сигналов быстро затухает. Это, в свою очередь, означает, что сигналы от разных генераторов можно считать некоррелированными (ортогональными). Это свойство открывает широкие возможности для применения хаотических сигналов в многопользовательских системах связи. В таких системах один и тот же частотный диапазон может одновременно использоваться несколькими пользователями без взаимного влияния.

Исследования в области применения хаоса в системах связи раскрывают широкий спектр практических применений:

- Синхронизация приемника и передатчика: Обеспечение надежной синхронизации для точной передачи информации.

- Фильтрация шумов: Эффективное подавление шумов и помех, улучшение качества сигнала.

- Восстановление информационных сигналов: Надежное восстановление информации даже при сильных искажениях.

- Разработка алгоритмов кодирования-декодирования: Новые методы представления и передачи информации с использованием динамики хаотических систем.

Перечисленные преимущества стимулировали активные исследования хаотических коммуникационных систем. Было установлено, что хаотические колебания, генерируемые нелинейными динамическими системами (НДС), обладают рядом полезных свойств, делающих их перспективными для передачи информации:

- Широкополосность: Обеспечивает высокую пропускную способность и устойчивость к помехам.

- Детерминированность: Позволяет синхронизировать приемник и передатчик, а также декодировать сигнал.

- Чувствительность к начальным условиям: Повышает стойкость к несанкционированному доступу.

Многообразие схем

Также предложено множество различных схем передачи информации, использующих динамический хаос:

- Маскировка информационного сигнала: В хаотический сигнал вносится информационный сигнал, который затем извлекается на приемной стороне.

- Нелинейное подмешивание информационного сигнала: Информационный сигнал нелинейно смешивается с хаотическим, что повышает безопасность и устойчивость к помехам.

- Переключение хаотических режимов: Состояние хаотической системы меняется в зависимости от передаваемого информационного сигнала.

В прямых хаотических системах связи хаотические колебания напрямую используются в качестве носителя информации. Извлечение информации происходит без промежуточного преобразования частоты, что упрощает конструкцию системы и повышает ее эффективность.

Исследователи предлагают использовать хаотические процессы для хранения и кодирования данных. Разрабатываются принципиально новые системы обработки информации – хаотические процессоры, такие как:

- Программный комплекс "AssociativeMemoryforPictures": запись и извлечение изображений.
- Система управления факсимильными документами "FacsDataWizard": работа с текстовыми документами.
- Программный комплекс «Незабудка»: поиск документов по запросам на естественном языке.

Хаотические системы демонстрируют перспективность в области хранения, обработки и поиска информации. Развитие хаотических процессоров и алгоритмов открывает новые горизонты для создания надежных и эффективных систем управления информацией.

Алгоритмы передачи информации с применением динамического хаоса

Рассмотренные на сегодняшний день алгоритмы передачи информации с применением хаоса. В случае хаотической маскировки (рис. 6) в передатчике информационный сигнал $s(t)$ суммируется с хаотическим сигналом $y(t)$. Это называется ведущей системой (передатчик). Результирующий сигнал $s(t)+y(t)$ передается в канал. Приемник, т. е. ведомая система является нелинейным фильтром, согласованным с генератором хаотических колебаний. Таким образом, сигналы на входе и выходе этой системы совпадают.

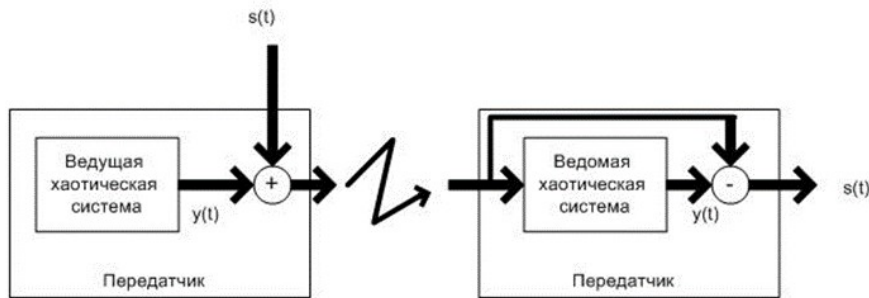


Рисунок 6 - Схема хаотической маскировки информационного сигнала

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.145.167.6>

Если во входном сигнале присутствуют незначительные помехи по отношению к выходному сигналу генератора хаотических колебаний, то эти помехи уменьшаются при прохождении через приемник.

Условия работоспособности:

- Мощность сигнала в канале связи должна быть намного больше мощности информационного сигнала.
- Низкое отношение сигнал/шум на выходе приемника.

Схема кодирования с переключением режимов:

- Бинарный информационный сигнал $s(t)$ кодируется посредством переключения хаотических режимов (рис. 7).
- "1" кодируется хаотическим сигналом одного типа.
- "0" кодируется хаотическим сигналом другого типа.
- Схожие спектральные и статистические свойства выбранных хаотических сигналов.

Преимущества:

- Простая конфигурация приемника.

Недостатки:

- Низкая скорость передачи данных из-за времени, необходимого для установления синхронизации при переключении хаотического режима.



Рисунок 7 - Схема использования переключения хаотических режимов для передачи информации
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.145.167.7>

При нелинейной маскировке информационный сигнал непосредственно участвует в формировании сложного хаотического поведения ведущей системы.

Реализация:

Информационный сигнал $s(t)$ подмешивается к собственному сигналу системы $y(t)$, как показано на рисунке 8. Подмешивание может осуществляться, например, введением сигнала в кольцевую связь генератора хаотических колебаний.

Структура генератора:

Генератор хаотических колебаний представляет собой последовательное соединение:

- ФНЧ первого порядка ($R1, C1$)
- ФНЧ второго порядка ($R2, L2, C2$)
- Нелинейный элемент с амплитудной характеристикой $F(z)$ (рис. 8).

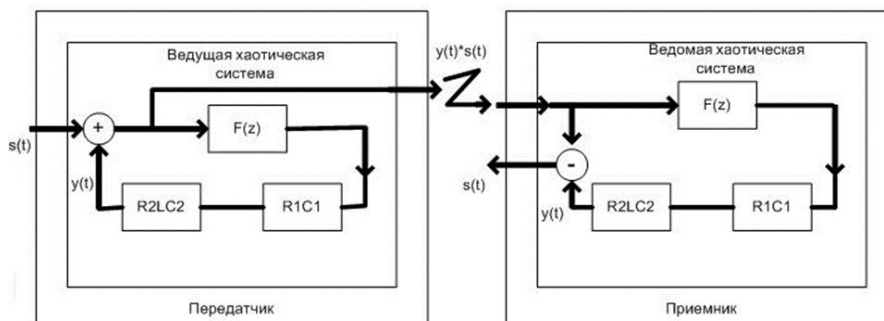


Рисунок 8 - Схема нелинейного подмешивания сигнала и хаотической составляющей
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.145.167.8>

Демодуляция сигнала:

- Согласованный нелинейный фильтр: В приемнике используется фильтр, осуществляющий тот же тип нелинейного преобразования, что и в передатчике.

- Вычитание сигнала: Из сигнала, прошедшего фильтр, вычитается сигнал, поступивший на его вход.

- Извлечение сигнала: При идеально согласованном фильтре на выходе приемника сигнал извлекается без искажений.

Пространственное разнесение:

- Использование двух каналов: Для разнесения частей хаотического генератора между передатчиком и приемником используются два канала связи.

- Повышение устойчивости: Разнесение повышает устойчивость системы к помехам и затуханию сигнала.

Сочетание нелинейного подмешивания и пространственного разнесения позволяет создавать надежные и устойчивые к помехам хаотические системы связи.

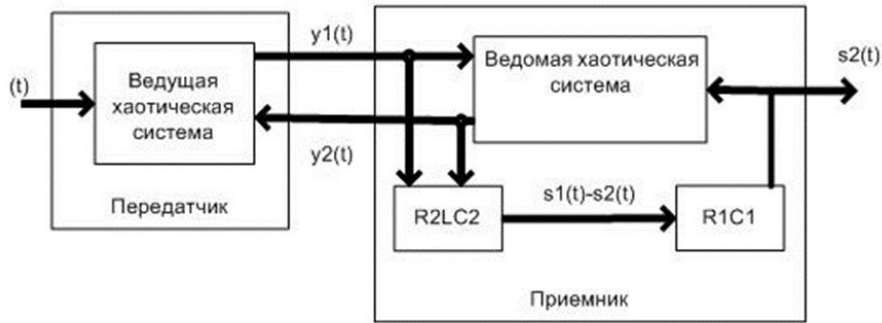


Рисунок 9 - Схема разнесения в пространстве отдельных систем хаотического генератора
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.145.167.9>

Сигнал $s(t)$ на входе приемника возмущает его хаотический режим. При рассогласовании сигналов $y_1(t)$ и $y_2(t)$ в прямом и обратном каналах, на приемном контуре работает следящая система, она же восстанавливает информацию. Особенностью этого метода является чувствительность к расстройке параметров приемника и передатчика, но для этого требуется два канала связи.

Далее рассмотрим пути и перспективы реализации этих алгоритмов на существующей элементной базе. Следствием требования воспроизводимости режимов работы и их характеристик является простота конструкции генераторов хаоса. На рисунке 10 приведена схема генератора Чуа. Схема содержит четыре стандартных элемента (C_1, C_2, L) и один нелинейный элемент N_R , который представлен в виде нелинейной проводимости и кусочно-линейная характеристика изображена на рисунке 11. К нашему времени существует несколько схемотехнических идей реализации диода Чуа. Они все включают в себя различные комбинации с ОУ или диодами. Реализация схемы генератора хаотических колебаний предполагает подбор в передатчике и приемнике одинаковых элементов с максимально возможной точностью.

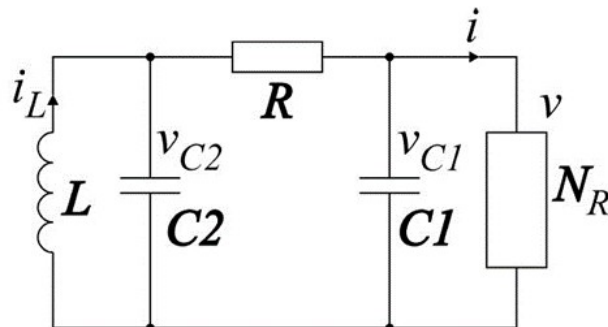


Рисунок 10 - Структурная схема генератора Чуа
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.145.167.10>

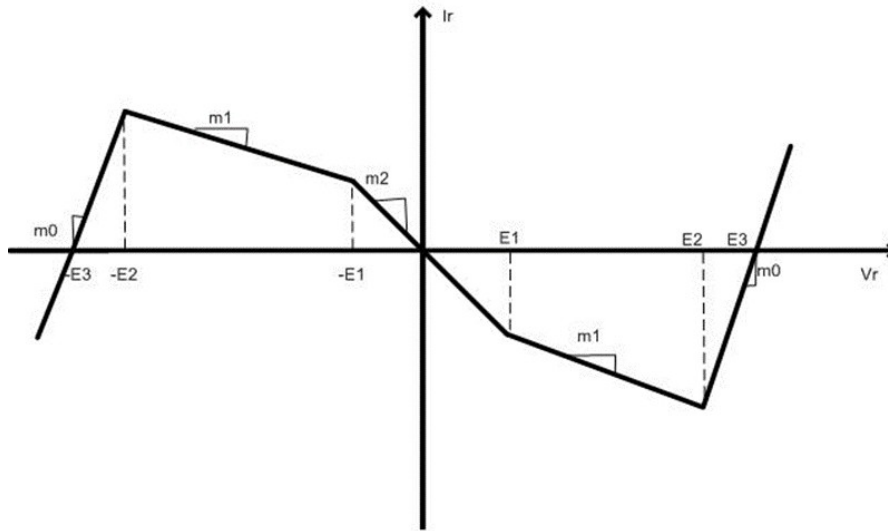


Рисунок 11 - Кусочно-линейная характеристика диода Чуа
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.145.167.11>

Рассмотрим эксперимент по передаче суммированного сигнала, состоящего из хаотической и информационной составляющих, через радиоканал. Целью эксперимента было продемонстрировать ограничения данного подхода. Стандартная схема приема-передачи сигнала была модифицирована для подмешивания хаотического сигнала к информационному. Восстановление информационного сигнала из полученной смеси осуществлялось при помощи двух хаотических модулей, построенных по схеме, представленной на рисунке 8. Качество восстановленного сигнала в ходе эксперимента оказалось неудовлетворительным. Одной из возможных причин этого являлась ограниченная точность подбора параметров одинаковых элементов схемы, не превышающая 12%.

Второй подход к решению проблемы воспроизводимости характеристик генераторов хаотических колебаний:

• Использование комплементарной логики на металло-оксидных транзисторах (КМОП), где интегрирована разработка специальных интегральных схем, заменяющих генераторы хаотических колебаний в схемах передачи информации.

Пример микросхемы для цепи Чуа:

- Блок-схема: Рисунок 12.
- Питание: 9 В.
- Внешний резистор R: Для выбора конкретного хаотического режима.
- Технология: 2 мкм КМОП.
- Размер кремниевой пластины: 2,5×2,8 мм.

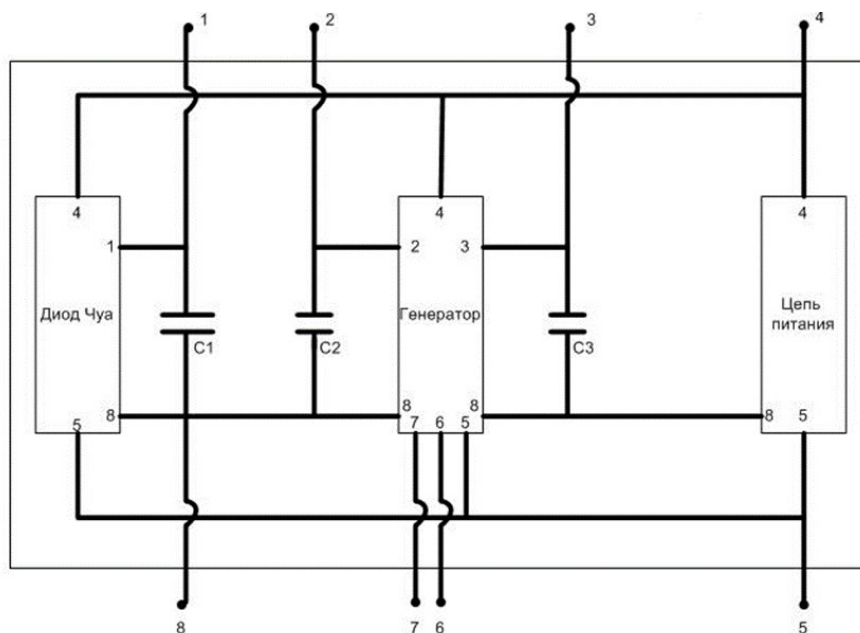


Рисунок 12 - Схема генератора Чуа в исполнении интегральной системы
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.145.167.12>

Другая интегральная схема не имеет внешних элементов. Здесь управление режимами с помощью изменения тока на управляющем входе. Интегральная схема выполнена по 2,4 мкм КМОП технологии, размер кремниевой пластины 1,92,6 мм, питание 5 В, мощность 1,8 мВт, ток управления 12 мкА.

Третий подход заключается в использовании цифровых сигнальных процессоров (ЦСП) для приема/передачи хаотических сигналов в звуковом диапазоне частот. Данный подход был реализован на основе ЦСП ADSP 2181 фирмы AnalogDevices. Для передачи речевых сообщений процессор использовался в составе отладочно-лабораторного комплекта EZ-KITlite совместно с ИС кодека AD1817. Структурная схема экспериментальной установки приведена на рисунке 12.

В данной работе для генерации хаотического сигнала в ЦСП была численно интегрирована система трех дифференциальных уравнений первого порядка, моделирующая генератор Чуа. Для передачи информации применялась схема с нелинейным подмешиванием информационного сигнала (Рис. 13).

Простота генератора хаотических колебаний (около 150 операций в отсчет) позволила реализовать его работу и обработку сигнала в звуковом диапазоне частот (0-25 кГц) в режиме реального времени. Уровень остаточных шумов на выходе приемника не превышал –70 дБ.

Использование 16-разрядного целочисленного представления данных в процессоре, несмотря на ограничение точности, обеспечивало приемлемое качество передаваемой речевой и музыкальной информации.

Из-за недостаточного быстродействия цифровых сигнальных процессоров на тот момент времени обработка сигналов радиодиапазона была невозможна.

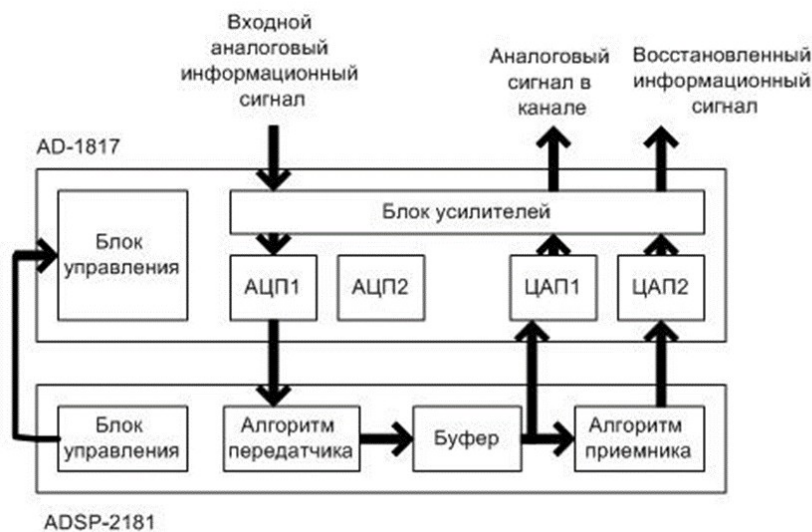


Рисунок 13 - Структурная схема экспериментальной установки на основе ЦСП ADSP 2181
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.145.167.13>

Выбор схемы генератора хаотических колебаний для реализации

При выборе схемы генератора хаотических колебаний важно учитывать простоту изготовления, удобство управления режимами и использование дешевых, но качественных элементов. Работа включает исследование режимов работы генератора Чуа, расчет необходимых номиналов элементов, создание модели генератора в Multisim и схемотехническую реализацию генератора.

Исходя из всего вышесказанного и учета необходимости исследования хаотических режимов работы было решено использовать схему генератора Чуа (рис.10). Исполнение диода Чуа будет реализовано на двух преобразователях обратного сопротивления на операционных усилителях. Также существует другой вариант реализации нелинейного диода Чуа, он представлен исключительно для ознакомления на рис. 14, расчетов этой схемы и сравнений с выбранной проводится не будет, так как режимы работы у них одинаковы, различие состоит лишь в выборе метода реализации нелинейного элемента диода Чуа.

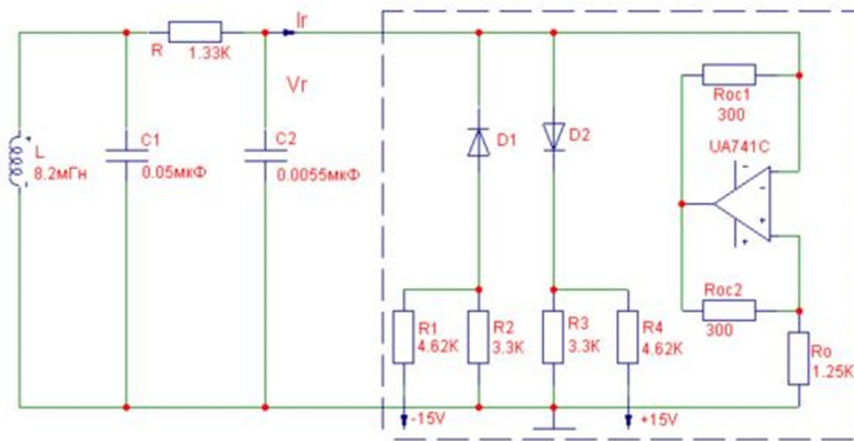


Рисунок 14 - Один из вариантов реализации схемы хаотического генератора с диодом Чуа
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.145.167.14>

Заключение

Актуальность

Статья важна для нелинейной динамики и теории хаоса, имея значимость для инженерных приложений, особенно в коммуникационных и информационных системах. Использование детерминированного хаоса и генерация хаотических сигналов с помощью простых схем открывают новые возможности в защищенной связи, расширенном спектре, фильтрации помех и шифровании данных. Изучение хаотических генераторов, таких как схема Чуа, критично для понимания нелинейных систем и их свойств. Хаотические сигналы предлагают решения для современных систем связи, требующих высокой скорости передачи данных, безопасности и устойчивости к помехам. Статья также подчеркивает междисциплинарное значение теории хаоса, связывая электронику, телекоммуникации, компьютерные науки, биологию и экономику.

Новшество

Хотя теория хаоса в динамических системах изучена широко, статья представляет новый практический подход, реализующий генератор хаотических сигналов на уровне схемы с доступными компонентами, такими как операционные усилители. Дается обзор схемы Чуа и различных методов проектирования критического нелинейного элемента (диода Чуа). Перспектива схемотехнического подхода является новой и ценной для практических реализаций теории хаоса. Рассматриваются последние достижения в реализации хаотических генераторов на интегральных схемах (ИС) с использованием КМОП-технологии, что обещает компактные и энергоэффективные источники хаотических сигналов.

Оригинальность

Статья оригинальна, преодолевая разрыв между теорией хаоса и её практической реализацией через проектирование и внедрение схем. В отличие от работ, фокусирующихся на математическом анализе или моделировании, здесь детально рассматриваются схемы и проблемы генерации хаотических сигналов с использованием электронных компонентов. Обсуждение топологий для реализации диода Чуа является оригинальным вкладом, полезным для исследователей и инженеров. Акцент на воспроизводимости хаотических режимов и точности согласования компонентов в аппаратных реализациях важен для надежной работы технологий на основе хаоса в реальных условиях. Уникальное сочетание теории, конструктивных соображений и практической реализации делает статью ценным вкладом в область нелинейной динамики и инженерных приложений хаоса.

Результаты

Основываясь на теоретическом и обзорном характере статьи, сделаны следующие выводы и результаты:

1. Хаотические колебания в нелинейных динамических системах обладают уникальными свойствами, полезными для систем связи, включая широкополосные спектральные характеристики, низкую вероятность обнаружения и перехвата, а также устойчивость к узкополосным шумам и помехам.

2. Для передачи информации с использованием хаотических сигналов предложены несколько схем модуляции и алгоритмов кодирования, таких как хаотическая маскировка, переключение между хаотическими режимами, нелинейное смешивание и пространственное разделение.

3. Схема Чуа, предложенная в 1983 году, является каноническим генератором хаотических колебаний. Ее простые и динамические характеристики делают ее подходящим выбором для систем связи на основе хаоса. Для реализации диода Чуа используются операционные усилители и диодные сети.

4. Для практических применений необходимо обеспечить воспроизводимость хаотических режимов и точное согласование компонентов между передатчиком и приемником. Этот аспект важен для надежной работы технологий, основанных на хаосе. Статья закладывает основу для будущих работ, включая моделирование и аппаратную реализацию генераторов хаотических колебаний с использованием операционных усилителей.

Статья предоставляет теоретическую базу, освещает преимущества хаотических сигналов в коммуникациях, рассматривает схемы модуляции и обосновывает выбор схемы для дальнейших исследований. Выводы подчеркивают уникальные свойства хаотических колебаний и схемные соображения для их практической реализации.

Конфликт интересов

Не указан.

Рецензия

Гибадуллин Р.Ф., Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ, Казань, Российская Федерация
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.145.167.15>

Conflict of Interest

None declared.

Review

Gibadullin R.F., Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russian Federation
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.145.167.15>

Список литературы / References

1. Шахтарин Б.И. Генераторы хаотических колебаний / Б.И. Шахтарин — Москва : М.: Гелиос АРВ, 2007. — 248 с.
2. Шелухин О.В. Фрактальные процессы в телекоммуникациях / О. И. Шелухин, А. М. Тенякшев, А. В. Осин. — Москва: Радиотехника, 2003. — 481 с.
3. Когай Г.Д. Системы связи с использованием хаоса / Г.Д. Когай, Т.Л. Тен, А.М. Буркитбаев // Международный журнал экспериментального образования. — 2017. — 12. — с. 461–463.
4. Губанов Д. Генераторы хаоса в интегральном исполнении / Д. Губанов, А. Дмитриев, А. Панас // Рынок микроэлектроники. — 2007. — 5. — с. 30–36.
5. Митин С. Е. Алгоритмы кодирования и декодирования двоичных информационных последовательностей с использованием дискретных хаотических отображений : дис. ...канд. : 05.13.01 : защищена 2017-05-27 : утв. 2017-05-27 / С. Е. Митин — Москва: 2017.— 19 с.
6. Тен Т.Л. Методы и модели хаотических процессов в системах связи / Т.Л. Тен, Г.Д. Когай // Современные наукоемкие технологии. — 2014. — 10. — с. 61-64.
7. Когай Г.Д. Системы связи с использованием хаоса / Г.Д. Когай, Т.Л. Тен, А.М. Буркитбаев // Международный журнал экспериментального образования. — 2016. — 12. — с. 461-463.
8. Мазора Ю.Л. Радиотехника. Энциклопедия / Ю.Л. Мазора, Е.А. Мачусского, В.И. Правды — Москва: Додэка-XXI, 2012. — 944 с.
9. Кузнецов А. П. Наглядные образы хаоса / А. П. Кузнецов // Соросовский образовательный журнал. — 2011. — 10. — с. 104–110.
10. Бугаевский М.Ю. Исследование поведения цепи Чуа / М.Ю. Бугаевский, В. И. Пономаренко — Саратов: ГосУНЦ, 2015. — 29 с.
11. Chol-Ung Choe Chaos suppression in the parametrically driven Lorenz system / Choe Chol-Ung, Höhne Klaus, Benner Hartmut // American Physical Society. — 2015. — 3.
12. Li Y. A new cryptographically secure pseudorandom number generator based on Sylvester matrices / Y Li, X Liu, W Zhang; — Issue 10. — : IEEE Circuits and Society, 2016. — p. 3820-3830.
13. Kim M. A Sylvester matrix based pseudorandom number generator with improved efficiency / M. Kim, S. Lee; — Issue 10. — IEEE Circuits and Society, 2016. — p. 3012-3020.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Shahtarin B.I. Generatory haoticheskikh kolebanij [Generators of chaotic oscillations] / B.I. Shahtarin — Moskva : M.: Gelios ARV, 2007. — 248 p. [in Russian]
2. Sheluhin O.V. Fraktal'nye protsessy v telekommunikatsijah [Fractal processes in telecommunications] / O. I. Sheluhin, A. M. Tenjakshev, A. V. Osin. — Moskva: Radiotekhnika, 2003. — 481 p. [in Russian]
3. Kogaj G.D. Sistemy svjazi s icpol'zovaniem haoca [Communication systems using chaos] / G.D. Kogaj, T.L. Ten, A.M. Burkitbaev // International Journal of Experimental Education. — 2017. — 12. — p. 461–463. [in Russian]
4. Gubanov D. Generatory haosa v integral'nom ispolnenii [Chaos generators in integral design] / D. Gubanov, A. Dmitriev, A. Panas // Microelectronics Market. — 2007. — 5. — p. 30–36. [in Russian]
5. Mitin S. E. Algoritmy kodirovanija i dekodirovanija dvoichnyh informatsionnyh posledovatel'nostej s ispol'zovaniem diskretnykh haoticheskikh otobrazhenij [Binary encoding and decoding algorithms information sequences with using discrete chaotic displays] : dis...of PhD in Engineering : 05.13.01 : defense of the thesis 2017-05-27 : approved 2017-05-27 / S. E. Mitin — Moskva: 2017.— 19 p. [in Russian]
6. Ten T.L. Metody i modeli haoticheskikh protsessov v sistemah svjazi [Methods and models of chaotic processes in communication systems] / T.L. Ten, G.D. Kogaj // Modern high-tech technologies. — 2014. — 10. — p. 61-64. [in Russian]
7. Kogaj G.D. Sistemy svjazi s icpol'zovaniem haoca [Communication systems using chaos] / G.D. Kogaj, T.L. Ten, A.M. Burkitbaev // International Journal of Experimental Education. — 2016. — 12. — p. 461-463. [in Russian]
8. Mazora Ju.L. Radiotekhnika. Entsiklopedija [Radio engineering. Encyclopedia] / Ju.L. Mazora, E.A. Machussskogo, V.I. Pravdy — Moskva: Dodeka-HHI, 2012. — 944 p. [in Russian]
9. Kuznetsov A. P. Nagljadnye obrazy haosa [Visual images of chaos] / A. P. Kuznetsov // Soros Educational Magazine. — 2011. — 10. — p. 104–110. [in Russian]
10. Bugaevskij M.Ju. Issledovanie povedenija tsepi Chua [Investigation of the behavior of the Chua chain] / M.Ju. Bugaevskij, V. I. Ponomarenko — Saratov: GosUNTs, 2015. — 29 p. [in Russian]
11. Chol-Ung Choe Chaos suppression in the parametrically driven Lorenz system / Choe Chol-Ung, Höhne Klaus, Benner Hartmut // American Physical Society. — 2015. — 3.
12. Li Y. A new cryptographically secure pseudorandom number generator based on Sylvester matrices / Y Li, X Liu, W Zhang; — Issue 10. — : IEEE Circuits and Society, 2016. — p. 3820-3830.

13. Kim M. A Sylvester matrix based pseudorandom number generator with improved efficiency / M. Kim, S. Lee; — Issue 10. — IEEE Circuits and Society, 2016. — p. 3012-3020.