

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ (ПО ВИДАМ ИЗМЕРЕНИЙ) / THE DEVICES AND METHODS OF MEASUREMENT (BY TYPES OF MEASUREMENTS)

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.144.75>

ИССЛЕДОВАНИЕ АДАПТИВНОГО ОПТИМАЛЬНОГО КОМПЛЕКСНОГО ФИНИТНО-ВРЕМЕННОГО МЕТОДА ФИЛЬТРАЦИИ НАВИГАЦИОННЫХ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ В УСЛОВИЯХ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ АПРИОРНОЙ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

Научная статья

Костыгов Е.С.^{1,*}, Иванов Ю.П.²

^{1,2} Государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (kostygov.egor17[at]yandex.ru)

Аннотация

В данной работе рассматривается новый адаптивный финитно-временной оптимальный алгоритм фильтрации произвольных дискретных навигационных сигналов двуканальной комплексной системы с фильтром разностного сигнала в условиях широкой параметрической неопределённости, когда неизвестны законы распределения, первый и второй моменты, корреляционные функции и математические ожидания погрешностей измерителей. В представленной работе рассматриваются достоинства финитно-временного метода фильтрации сигналов по сравнению с фильтрацией Калмана. Проведено исследование и сравнение адаптивных и неадаптивных финитно-временных и Калмановского методов по показателям точности, времени переходного процесса и робастности в условиях широкой параметрической неопределённости.

Ключевые слова: финитно-временной метод, фильтр Калмана, адаптивный метод фильтрации, параметрическая априорная неопределённость относительно погрешностей измерителей.

A STUDY OF ADAPTIVE OPTIMAL COMPLEX FINITE-TIME FILTERING METHOD OF NAVIGATIONAL ARBITRARY DISCRETE SIGNALS UNDER CONDITIONS OF PARAMETRIC A PRIORI UNCERTAINTY

Research article

Kostygov E.S.^{1,*}, Ivanov Y.P.²

^{1,2} Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint-Petersburg, Russian Federation

* Corresponding author (kostygov.egor17[at]yandex.ru)

Abstract

This work examines a new adaptive finite-time optimal filtering algorithm for arbitrary discrete navigation signals of a two-channel complex system with a difference signal filter under conditions of wide parametric uncertainty, when the distribution laws, first and second moments, correlation functions and mathematical expectations of the errors of the sensors are unknown. In the presented work, the advantages of the finite-time signal filtering method in comparison with Kalman filtering are discussed. The study and comparison of adaptive and non-adaptive finite-time and Kalman methods in terms of accuracy, transient time and robustness under conditions of wide parametric uncertainty is carried out.

Keywords: finite-time method, Kalman filter, adaptive filtering method, parametric a priori uncertainty on errors of measuring devices.

Введение

В настоящее время алгоритмы фильтрации Калмана имеют широкое распространение при решении задач оптимальной обработки информации, в том числе и при комплексировании навигационных систем на борту летательных аппаратов. Фильтр Калмана обладает рядом достоинств, которые обосновывают его востребованность [1], [2], к которым можно отнести оптимальность по критерию минимума среднего квадрата ошибки оценки в классе любых оценок при условии наличия унимодальности и симметричности апостериорной плотности распределения [1], [2], используется рекуррентная оценка сигналов, что позволяет снизить требования к памяти устройств обработки информации. Однако фильтрация Калмана обладает и недостатками такими, как необходимость представления сигнала в пространстве состояний, требования к наличию марковского свойства оцениваемого процесса, отсутствие универсальности относительно коррелированных и некоррелированных помех измерения, необходимость решения уравнений Риккати, что заметно усложняет алгоритм, а также наличие обратной связи, приводящей к снижению запаса устойчивости фильтра.

В СПбГУАП на кафедре аэрокосмических измерительно-вычислительных комплексов был разработан новый финитно-временной метод фильтрации [3], [4], [5], [6], основанный на следствии теоремы ортогонального проецирования. Он не требует наличия свойств марковости оцениваемого процесса и представления сигнала в пространстве состояний, что делает его более универсальным [3], [6], [7]. При определённой памяти процесса (при увеличении количества используемых предыдущих результатов измерения) дисперсия ошибки оценки совпадает с дисперсией фильтра Калмана. Финитно-временные алгоритмы имеют несколько модификаций: адаптивные и неадаптивные, с обратной связью и без неё [8], [9], [10], [11]. Отсутствие обратной связи обеспечивает повышение устойчивости алгоритма. Финитно-временные методы фильтрации навигационных сигналов в условиях полной априорной неопределённости относительно полезного сигнала и помех легко реализуются как адаптивные алгоритмы [1]. Задачей данного исследования является определение и сравнение динамических характеристик, показателей

точности и робастности адаптивных финитно-временного без обратной связи и Калмановского методов фильтрации с неадаптивными методами в условиях широкой параметрической неопределённости.

Математическое описание исследуемых методов

Рассматривается линейная модель измерения, которая имеет вид: [6], [11], [12]:

$$Y_{k,j} = X_i + H_{k,j} \quad (1)$$

где $i=1,2 \dots n$, $k=1, 2$, $Y_{i,k}$, X_i , $H_{i,k}$ – случайные произвольные процессы.

Предполагается, что полезный сигнал не коррелирован с помехами и что помехи не коррелированы между собой, а также помехи имеют разные спектральные характеристики – одна высокочастотная (H_{1i}), другая низкочастотная (H_{2i}). Математическое ожидание всех процессов принято равным 0. Корреляционная функция помехи H_{2i} неизвестна, а H_{1i} представляет собой гауссовский белый шум, корреляционная функция которого имеет вид [13]:

$$K_{i,j} = \delta_{i,j} \cdot \sigma_{i,j}^2 \quad (2)$$

где δ – дельта-функция, σ – среднеквадратическое отклонения. В данной работе параметр σ считается неизвестным.

На вход фильтра разностного сигнала комплексной системы подаётся сигнал, описываемый следующим выражением [14]:

$$Z_i = H_{1i} - H_{2i} \quad (3)$$

В этом случае H_{2i} является полезным сигналом, а H_{1i} – помехой. Учитывая некоррелированность погрешностей, оценка неизвестной корреляционной функции осуществляется с помощью рекуррентного соотношения. Оптимальная матрица финитно-временного метода без обратной связи имеет вид [12]:

$$A^* = K_{H_{2,i}} \cdot K_{Z_i}^{-1} \quad (4)$$

$$K_{Z_i} = M [Z_i \cdot Z_i^T] \quad (5)$$

Используя измерения (3), образуем вектор результатов наблюдения размерности $n \times r$ в i -й момент времени:

$$Z = \begin{vmatrix} z_i \\ z_{i-1} \\ \dots \\ z_{i-k+1} \end{vmatrix} \quad i = k, k+1, \dots, N \quad (6)$$

где $z_r = |z_{1r}, z_{2r}, z_{nr}|$ – векторы размерности $n \times 1$, $r=i, i-1, \dots, i-k+1$

$$K_{H_{2,i}} = M [Z_i \cdot Z_{i-1}] \quad (7)$$

Показатель точности финитно-временного алгоритма оценки сигнала Z_i в i -ый момент времени вычисляется следующим образом [15]:

$$D\varepsilon \cdot opt_i = \text{Tr} \{K\varepsilon \cdot opt_i\} \quad (8)$$

где Tr – след матрицы, $K\varepsilon \cdot opt_i$ – матрица корреляционных моментов ошибок оптимальных оценок размерности $m \cdot k \times m \cdot k$.

Оптимальную по критерию минимума следа матрицы ошибок оценку X_i^* в момент времени i можно вычислить по следующей формуле:

$$Z1_i^{\wedge*} = Ah2z1_i^* \times Z1_i \quad (9)$$

где матрица оптимальной оценки определяется следующим выражением [13]:

$$Ah2z1_i^* = M [H_{1,2,i} \cdot Z1_i^T] \cdot M [Z1_i \cdot Z1_i^T]^{-1} \quad (10)$$

$H_{1,2,i} = |H_{2,i}, H_{2,i-1}, \dots, H_{2,-r+1}|^T$ и $Z1_i = |Z_i, Z_{i-1}, \dots, Z_{i-r+1}|^T$ являются векторами размерности, определяемыми текущими и предшествующими значениями сигналов $H_{2,i}$ и Z_i . Матрицу $K\varepsilon \cdot opt_i$ на основании следствия теоремы ортогонального проецирования представим как [15]:

$$K\varepsilon \cdot opt_i = KZ_i - KZ_i^{\wedge*} = \{M [H_{21_i} \cdot H_{21_i}^T] - M [\hat{H}_{21_i}^* \cdot \hat{H}_{21_i}^{*T}]\}_{1,1} \quad (11)$$

где $K\hat{H}_{21_i}^* = M [\hat{H}_{21_i}^* \cdot \hat{H}_{21_i}^{*T}]$ – матрица $r \times r$ корреляционных моментов оптимальных оценок равна [15]:

$$K\hat{H}_{21_i}^* = Ah21_i^* \cdot M [Z1_i \cdot Z1_i^T] \cdot Ah21_i^{*T} \quad (12)$$

Матрица корреляционных моментов адаптивных оптимальных оценок представляется следующим образом:

$$K\hat{H}_{21a} = Ah2z1a_i^* \cdot KZ1a_i \cdot Ah2z1a_i^{*T} \quad (13)$$

Основные результаты

3.1. Исследование адаптивных финитно-временных и Калмановских методов фильтрации на точность и время переходного процесса

Моделирование проводится с помощью Mathcad 15. Исходные данные для моделирования:

1. Память процесса $r = 4$;
2. Объем выборки $N = 2000$;
3. Величина, обратная времени корреляции для барометрического измерителя высоты: $\alpha_1 = 0,01 \text{ с}^{-1}$ [14];
4. Величина, обратная времени корреляции для радиотехнического измерителя высоты: $\alpha = 1 \text{ с}^{-1}$ [14];
5. Дискрет Котельникова: $d = 4$

На рисунке 1 представлены графики зависимости дисперсии ошибки оценки от времени.

DEA2 – дисперсия ошибки оценки адаптивного финитно-временного алгоритма без обратной связи

DEA12 – дисперсия ошибки оценки адаптивный алгоритм фильтрации Калмана

DE2 – дисперсия ошибки оценки финитно-временного алгоритма без обратной связи

DEK2 – дисперсия ошибки оценки алгоритма фильтрации Калмана

DEKt – теоретическая дисперсия ошибки оценки алгоритма фильтрации Калмана

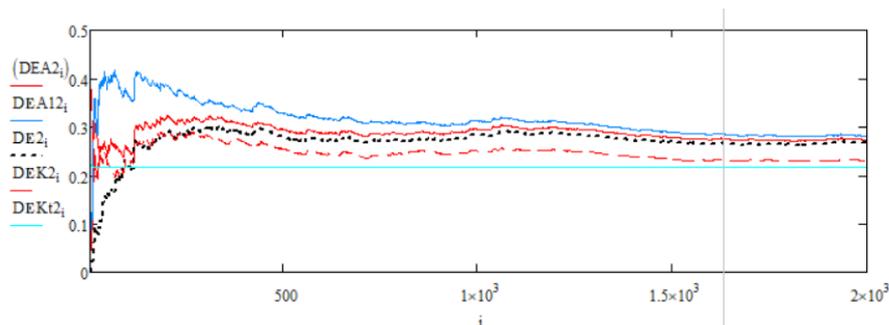


Рисунок 1 - Графики зависимости дисперсии ошибки оценки различных алгоритмов от времени
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.144.75.1>

Оценим время переходного процесса каждого из алгоритмов (когда дисперсия ошибки оценки перестаёт выходить за пределы 10 % зоны):

1. Адаптивный финитно-временной алгоритм без обратной связи: около 250 с;
2. Адаптивный фильтр Калмана: около 500 с;
3. Финитной-временной алгоритм без обратной связи: около 250 с;
4. Фильтр Калмана: около 500 с.

Оценим установившуюся величину дисперсии ошибки оценки каждого из алгоритмов с помощью вычислений в Mathcad:

1. Адаптивный финитно-временной алгоритм без обратной связи: 0,273;
2. Адаптивный фильтр Калмана: 0,281;
3. Финитной-временной алгоритм без обратной связи: 0,266;
4. Фильтр Калмана: 0,230.

Таким образом, адаптивный финитно-временной алгоритм без обратной связи незначительно уступает по точности неадаптивному финитно-временному и фильтру Калмана.

3.2. Исследование адаптивных финитно-временных и Калмановских методов фильтрации на робастность

Робастность – это малая чувствительность показателя качества к изменению параметров информационно-измерительной системы. В данном случае за показатель качества принята дисперсия ошибки оценки.

На рисунке 2 показана зависимость дисперсии ошибки оценки фильтров от изменения памяти процесса r .

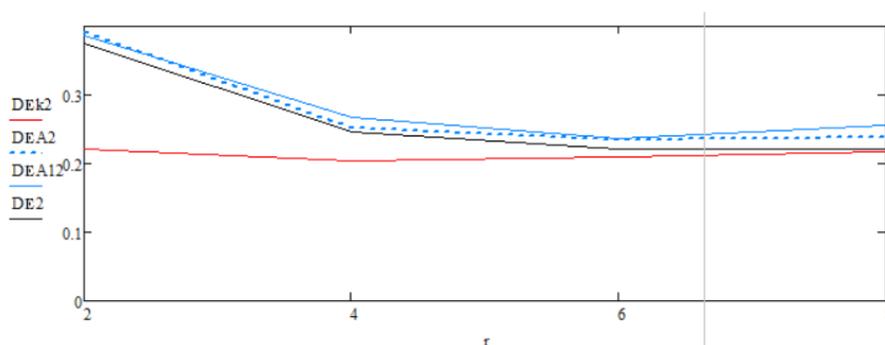


Рисунок 2 - Зависимость дисперсии ошибки оценки фильтров от изменения памяти процесса r при объеме выборки $N = 2000$

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.144.75.2>

Исходя из графика можно сделать вывод, что наиболее робастным является финитно-временной алгоритм, немного уступая по точности фильтру Калмана и финитно-временному адаптивному.

На рисунке 3 показана зависимость дисперсии ошибки оценки фильтров от изменения величины α .

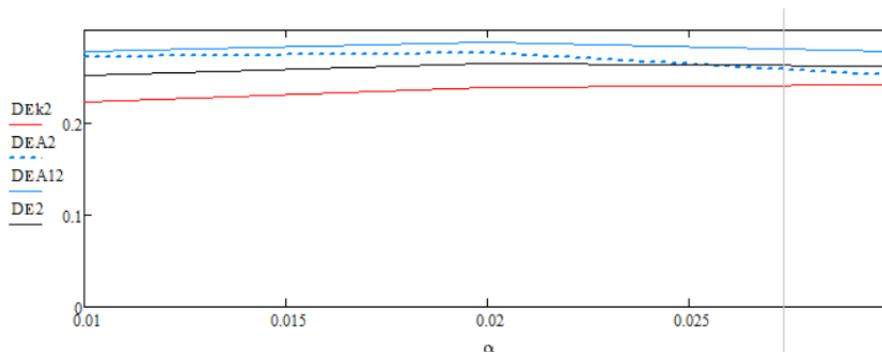


Рисунок 3 - Зависимость дисперсии ошибки оценки фильтров от изменения величины α
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.144.75.3>

Исходя из графика можно сделать вывод, что все исследуемые фильтры являются почти одинаково робастными по отношению к изменению параметра α .

На рисунке 4 показана зависимость дисперсии ошибки оценки фильтров от изменения дискрета d .

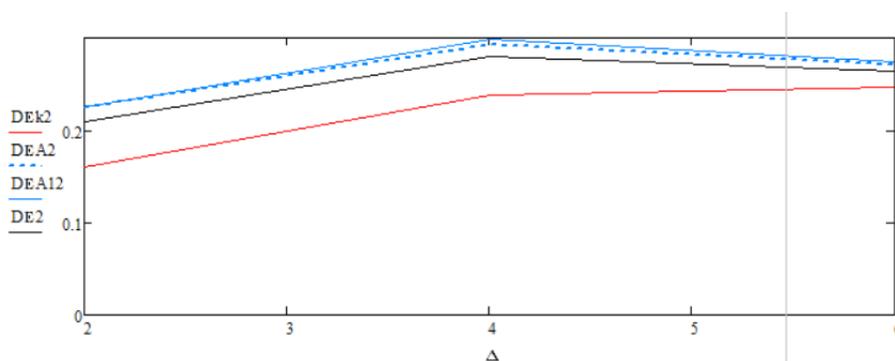


Рисунок 4 - Зависимость дисперсии ошибки оценки фильтров от изменения величины дискрета d
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.144.75.4>

Исходя из графика можно сделать вывод, что наиболее робастным по дискрету d является финитно-временной алгоритм без обратной связи и адаптивный финитно-временной без обратной связи.

На рисунке 5 показана зависимость дисперсии ошибки оценки фильтров от изменения среднеквадратического отклонения помехи измерителей:

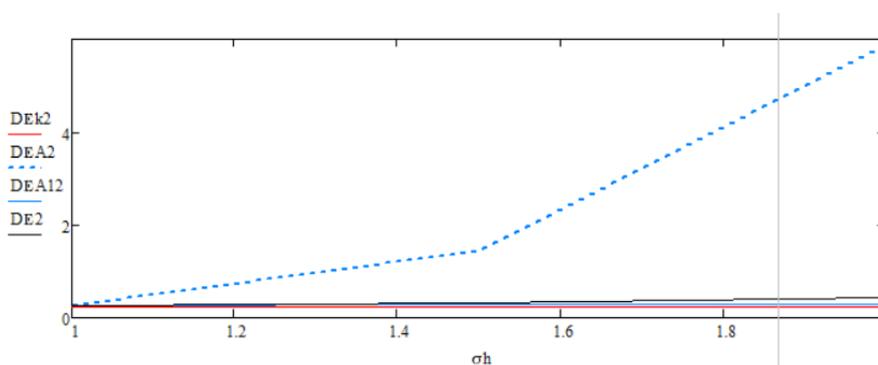


Рисунок 5 - Зависимость дисперсии ошибки оценки фильтров от изменения среднеквадратического отклонения помехи измерителей
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.144.75.5>

Исходя из графика можно сделать вывод, что наиболее робастными по среднеквадратическому отклонению помехи измерителей являются фильтр Калмана, адаптивный фильтр Калмана, финитно-временной без обратной связи.

Сравнительная характеристика исследуемых алгоритмов по показателю робастности представлена в таблице 2.

Таблица 1 - Сравнительная характеристика исследуемых адаптивных и неадаптивных алгоритмов по робастности

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.144.75.6>

Параметр	Наиболее робастный (-ые) алгоритм (-ы)
Память процесса g	Финитно-временной алгоритм
α	Все исследуемые алгоритмы
Дискрет d	Финитно-временной без обратной связи и адаптивный финитно-временной без обратной связи
Среднеквадратическое отклонение помехи измерителей	Фильтр Калмана, адаптивный фильтр Калмана, финитно-временной без обратной связи

Заключение

В данной работе были исследованы адаптивные и неадаптивные алгоритмы Калмана и финитно-временной обработки сигналов. Исследование показало, что в условиях широкой параметрической априорной неопределённости, когда неизвестна ни одна из двух погрешностей, адаптивные алгоритмы работают эффективно, незначительно уступая неадаптивным алгоритмам, обеспечивая вполне пригодные для комплексных систем характеристики по робастности, точности и времени переходного процесса.

Конфликт интересов

Не указан.

Conflict of Interest

None declared.

Рецензия

Царегородцев Е.Л., Смоленский филиал Московского энергетического института, Смоленск, Российская Федерация
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.144.75.7>

Review

Tsaregorodtsev Y.L., Smolensk branch of Moscow Power Engineering Institute, Smolensk, Russian Federation
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.144.75.7>

Список литературы / References

1. Сэйдж Э. Теория оценивания и её применение в связи и Управлении / Э. Сэйдж, Дж. Мелс; Пер. с англ. под ред. проф. Б.Р. Левина. — М., «Связь», 1976. — 496 с. с ил., табл.
2. Медич Дж. Статистически оптимальные линейные оценки и управление / Медич Дж.; Пер. с англ. под ред. А.С. Шаталова. — М., «Энергия», 1973. — 440 с. с ил.
3. Иванов Ю.П. Финитно-временной метод оптимальной фильтрации дискретных сигналов / Ю.П. Иванов // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. — № 5. — 2018. — С. 23-28
4. Иванов Ю.П. Исследование характеристик финитно-временного метода обработки и фильтрации Калмана / Ю.П. Иванов, Н.С. Красненков // Метрологическое обеспечение инновационных технологий: VI Междунар. форум: сб. ст. // под ред. академика РАН В. В. Окрепилова. — СПб.: ГУАП, 2024. — С. 148-149
5. Иванов Ю.П. Исследование комплексного оптимально-инвариантного спектрально-финитного без обратной связи метода фильтрации навигационных сигналов / Ю.П. Иванов, В.С. Стародубцев // Аэрокосмическое приборостроение и эксплуатационные технологии: Пятая Международ. науч. конф. (СПб., 4—20 апреля 2024 г.): сб. докл.: в 2 ч. Ч. 1. — СПб.: ГУАП, 2024. — С. 73-86
6. Иванов Ю.П. Комплексный метод адаптивной оптимальной фильтрации произвольных дискретных сигналов в условиях флуктуационных и регулярных помех измерения / Ю.П. Иванов // Инновационное приборостроение. Научный журнал. — Том 1. — №2. — 2022. — с. 20-26
7. Иванов Ю.П. Финитно-временной и спектрально-финитный методы оптимальной фильтрации дискретных сигналов / Ю.П. Иванов // Морские интеллектуальные технологии. — №3. — Том 1. — 2021. — с. 140-147
8. Иванов Ю.П. Сравнительный анализ финитно-временных методов обработки с обратной и без обратной связи / Ю.П. Иванов, С.Н. Красненков, Н.Д. Семёнов // Аэрокосмическое приборостроение и эксплуатационные технологии Четвёртая Международная научная конференция (4-21 апреля 2023 г.) — С. 30-35.
9. Иванов Ю.П. Основные идеи финитно-временной и спектрально-финитного методологии обработки измерительной информации / Ю.П. Иванов // Метрологическое обеспечение инновационных технологий: V Междунар. форум: сб. ст. // под ред. академика РАН В. В. Окрепилова. — СПб.: ГУАП, 2023. — С. 60-62.
10. Иванов Ю.П. Универсальная финитно-временная и спектрально-финитная методология оптимальной обработки произвольных сигналов на фоне произвольных помех измерения с одномодальным законом распределения / Ю.П. Иванов // Метрологическое обеспечение инновационных технологий: VI Междунар. форум: сб. ст. // под ред. академика РАН В. В. Окрепилова. — СПб.: ГУАП, 2024. — С. 112-113
11. Иванов Ю.П. Универсальный адаптивный оптимальный метод комплексной фильтрации дискретных произвольных помех измерения / Ю.П. Иванов // Моделирование и ситуационное управление качеством сложных систем. Третья Всероссийская научная конференция (18-22 апреля 2022 г.) — С. 16-21.
12. Иванов Ю.П. Исследование комплексного оптимально-инвариантного финитно-временного метода фильтрации сигналов в условиях флуктуационных и регулярных помех / Ю.П. Иванов, С.С. Ионов // Аэрокосмическое

приборостроение и эксплуатационные технологии: Пятая Международ. науч. конф. (СПб., 4-20 апреля 2024 г.): сб. докл.: в 2 ч. Ч. 1. — СПб.: ГУАП, 2024. — С. 59-64

13. Иванов Ю.П. Информационно-статистическая теория измерений. Модели сигналов и анализ точности систем: учебное пособие / Ю.П. Иванов, Б.Л. Бирюков. — СПб.: ГУАП, 2008. — 160 с.

14. Иванов Ю.П. Комплексирование информационно-измерительных устройств летательных аппаратов. Учебное пособие для вузов / Ю.П. Иванов., А.Н. Сняжков, И.В. Филатов. — Л.: Машиностроение, Ленингр. отделение. — 1984. — 207 с., ил.

15. Иванов Ю.П. Информационно-статистическая теория измерений. Методы оптимального синтеза информационно-измерительных систем, критерии оптимизации и свойства оценок: Учебное пособие для ст. обучающихся по специальности «Авиационные приборы и измерительно-вычислительные комплексы» / Ю.П. Иванов, В.Г. Никитин. — ГУАП, 2011. — 102 с.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Sejdzh E. Teoriya ocenivaniya i eyo primeneniye v svyazi i Upravlenii [Evaluation theory and its application in communications and management] / E. Sejdzh, Dzh. Mels; Translated from English. ed. prof. B.R. Levina. — M., «Svyaz», 1976. — 496 p. [in Russian]

2. Medich Dzh. Statisticheski optimal'nye linejnye ocenki i upravlenie [Statistically optimal linear estimates and management] / Medich Dzh.; Translated from English. ed. A.S. SHatalova. — M., «Energiya», 1973. — 440 p. [in Russian]

3. Ivanov YU.P. Finitno-vremennoj metod optimal'nyj fil'tracii diskretnyh signalov [A finite-time method for optimal filtering of discrete signals] / YU.P. Ivanov // Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika [Devices and systems. Management, control', diagnostics]. — № 5. — 2018. — P. 23-28 [in Russian]

4. Ivanov YU.P. Issledovanie harakteristik finitno-vremennogo metoda obrabotki i fil'tracii Kalmana [Investigation of the characteristics of the finite-time Kalman processing and filtration method] / YU.P. Ivanov, N.S. Krasnenkov // Metrologicheskoe obespecheniye innovacionnyh tekhnologij: VI Mezhdunar. forum: sb. st. [Metrological support of innovative technologies: VI International Forum: collection of articles] // ed. Academician of the Russian Academy of Sciences V. V. Okrepilova. — SPb.: GUAP, 2024. — P. 148-149 [in Russian]

5. Ivanov YU.P. Issledovanie kompleksnogo optimal'no-invariantnogo spektral'no-finitnogo bez obratnoj svyazi metoda fil'tracii navigacionnyh signalov [Investigation of a complex optimally invariant spectral-finite method of filtering navigation signals without feedback] / YU.P. Ivanov, V.S. Starodubcev // Aerokosmicheskoe priborostroeniye i ekspluatatsionnye tekhnologii: Pyataya Mezhdunarod. nauch. konf. (SPb., 4—20 aprelya 2024 g.): sb. dokl.: v 2 ch. CH. 1 [Aerospace Instrumentation and Operational Technologies: The Fifth International Conference. Scientific conference (St. Petersburg, April 4-20, 2024): collection of documents: in 2 parts. Part 1. — SPb.: GUAP, 2024. — P. 73-86 [in Russian]

6. Ivanov YU.P. Kompleksnyj metod adaptivnoj optimal'noj fil'tracii proizvol'nyh diskretnyh signalov v usloviyah fluktuacionnyh i reguljarnyh pomekh izmereniya [A comprehensive method for adaptive optimal filtering of discrete signals under conditions of fluctuation and regular measurement interference] / YU.P. Ivanov // Innovacionnoye priborostroeniye. Nauchnyj zhurnal [Innovative instrumentation. Scientific journal]. — V. 1. — №2. — 2022. — p. 20-26 [in Russian]

7. Ivanov YU.P. Finitno-vremennoj i spektral'no-finitnyj metody optimal'noj fil'tracii diskretnyh signalov [Finite-time and spectral-finite methods of optimal filtering of discrete signals] / YU.P. Ivanov // Morskie intellektual'nye tekhnologii [Marine intelligent technologies]. — №3. — V. 1. — 2021. — p. 140-147 [in Russian]

8. Ivanov YU.P. Sravnitel'nyj analiz finitno-vremennyh metodov obrabotki s obratnoj i bez obratnoj svyazi [Comparative analysis of finite-time processing methods with and without feedback] / YU.P. Ivanov, S.N. Krasnenkov, N.D. Semyonov // Aerokosmicheskoe priborostroeniye i ekspluatatsionnye tekhnologii CHetvyortaya Mezhdunarodnaya nauchnaya konferenciya (4-21 aprelya 2023 g.) [Space Exploration and Research Technologies Fourth International Scientific Conference (April 4-21, 2023)]. — P. 30-35 [in Russian].

9. Ivanov YU.P. Osnovnyye idei finitno-vremennoj i spektral'no-finitnogo metodologii obrabotki izmeritel'noj informacii [The main ideas of the finite-time and spectral-finite methodology of measuring information processing] / YU.P. Ivanov // Metrologicheskoe obespecheniye innovacionnyh tekhnologij: V Mezhdunar. forum: sb. st. [Metrological support of innovative technologies: In the International Forum: collection of articles] // ed. Academician of the Russian Academy of Sciences V. V. Okrepilova. — SPb.: GUAP, 2023. — P. 60-62 [in Russian].

10. Ivanov YU.P. Universal'naya finitno-vremennaya i spektral'no-finitnaya metodologiya optimal'noj obrabotki proizvol'nyh signalov na fone proizvol'nyh pomekh izmereniya s odnomodal'nym zakonom raspredeleniya [A universal finite-time and spectral-finite methodology for optimal processing of production signals at a single production measurement site with a single-modal distribution law] / YU.P. Ivanov // Metrologicheskoe obespecheniye innovacionnyh tekhnologij: VI Mezhdunar. forum: sb. st. [Metrological support of innovative technologies: VI International Forum: collection of articles] // ed. Academician of the Russian Academy of Sciences V. V. Okrepilova. — SPb.: GUAP, 2024. — P. 112-113 [in Russian]

11. Ivanov YU.P. Universal'nyj adaptivnyj optimal'nyj metod kompleksnoj fil'tracii diskretnyh proizvol'nyh pomekh izmereniya [Universal adaptive optimal method of complex filtering of discrete arbitrary measurement interference] / YU.P. Ivanov // Modelirovaniye i situacionnoye upravleniye kachestvom slozhnyh sistem. Tret'ya Vserossiyskaya nauchnaya konferenciya (18-22 aprelya 2022 g.) [Modeling and situational quality management of complex systems. The Third All-Russian Scientific Conference (April 18-22, 2022)] — P. 16-21 [in Russian].

12. Ivanov YU.P. Issledovanie kompleksnogo optimal'no-invariantnogo finitno-vremennogo metoda fil'tracii signalov v usloviyah fluktuacionnyh i reguljarnyh pomekh [Investigation of a complex optimally invariant uninterrupted finite-time signal filtering method under conditions of fluctuation and regular interference] / YU.P. Ivanov, S.S. Ionov // Aerokosmicheskoe priborostroeniye i ekspluatatsionnye tekhnologii: Pyataya Mezhdunarod. nauch. konf. (SPb., 4-20 aprelya

2024 g.): sb. dokl.: v 2 ch. CH. 1. [Investigation of a complex optimally invariant method of continuous filtering of signals in finite time under conditions of fluctuations and regular interference]. — SPb.: GUAP, 2024. — P. 59-64 [in Russian]

13. Ivanov YU.P. Informacionno-statisticheskaya teoriya izmerenij. Modeli signalov i analiz tochnosti sistem: uchebnoe posobie [Information and statistical theory of measurements. Signal models and precision analysis of systems: a textbook] / YU.P. Ivanov, B.L. Biryukov. — SPb.: GUAP, 2008. — 160 p. [in Russian]

14. Ivanov YU.P. Kompleksirovanie informacionno-izmeritel'nyh ustrojstv letatel'nyh apparatov. Uchebnoe posobie dlya vuzov [Integration of information and measuring devices of aircraft. Study guide for universities] / YU.P. Ivanov., A.N. Sinyakov, I.V. Filatov. — L.: Mashinostroenie, Leningr. branch. — 1984. — 207 p., il. [in Russian]

15. Ivanov YU.P. Informacionno-statisticheskaya teoriya izmerenij. Metody optimal'nogo sinteza informacionno-izmeritel'nyh sistem, kriterii optimizacii i svoystva ocenok: Uchebnoe posobie dlya st. obuchayushchihhsya po special'nosti «Aviacionnye pribory i izmeritel'no-vychislitel'nye komplekсы» [Information and statistical theory of measurements. Methods of optimal synthesis of information and measurement systems, optimization criteria and product properties: A textbook for students studying in the specialty "Aviation devices and measuring and computing complexes"] / YU.P. Ivanov, V.G. Nikitin. — GUAP, 2011. — 102 p. [in Russian]