
АЭРОНАВИГАЦИЯ И ЭКСПЛУАТАЦИЯ АВИАЦИОННОЙ ТЕХНИКИ / AIR NAVIGATION AND AVIATION EQUIPMENT OPERATION

DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2022.122.67>**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ОДНОВИНТОВОГО ВЕРТОЛЁТА**

Научная статья

Гарибян Г.Г.^{1,*}, Анискевич Ю.В.², Петрова И.Л.³, Лемешонок Т.Ю.⁴^{1,2} Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации, Санкт-Петербург, Российская Федерация^{3,4} Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (dept14[at]yandex.com)

Аннотация

В статье рассматриваются особенности одновинтового вертолета с рулевым винтом, являющимся наиболее распространенным в отечественном и мировом вертолетостроении. Изложены способы управления полетом данного типа летательного аппарата и его основные режимы. Представлена полная пространственная математическая модель имитации полета вертолета, построенная на основе уравнений движения вертолета как свободного твердого тела. Данная система уравнений движения вертолета связывает 15 переменных: десять фазовых координат и пять параметров управления. При заданных начальных условиях и законах управления вертолетом система уравнений имеет одно единственное решение, а вертолет - однозначную траекторию в пространстве. Кроме того, рассматриваются способы упрощения полной математической модели при помощи методов разделения движения на продольное и боковое, а также приема линеаризации.

Ключевые слова: математическая модель, одновинтовой вертолет, система уравнений движения, летательный аппарат.

MATHEMATICAL MODEL OF SINGLE-ROTOR HELICOPTER MOTION

Research article

Garibyan G.G.^{1,*}, Aniskevich Y.V.², Petrova I.L.³, Lemeshonok T.Y.⁴^{1,2} Saint-Petersburg State University of Civil Aviation, Saint-Petersburg, Russian Federation^{3,4} D.F. Ustinov Baltic State Technical University VOENMEH, Saint-Petersburg, Russian Federation

* Corresponding author (dept14[at]yandex.com)

Abstract

The article examines the specifics of a single-rotor helicopter with a tail rotor, which is the most common in the domestic and world helicopter industry. The methods of flight control of this type of aircraft and its main modes are described. A full spatial mathematical model of helicopter flight simulation based on the equations of motion of the helicopter as a free solid body is presented. This set of equations of helicopter motion connects 15 variables: ten phase coordinates and five control parameters. Given initial conditions and helicopter control laws, the set of equations has one single solution, and the helicopter has a one-valued trajectory in space. In addition, the ways to simplify the full mathematical model by means of methods of separation of motion into longitudinal and lateral, as well as the linearization technique are described.

Keywords: Mathematical model, single-rotor helicopter, set of equations of motion, aircraft.

Введение

Вертолеты - интенсивно развивающаяся и востребованная ветвь развития современных летательных аппаратов. Наибольшее распространение в отечественном и мировом вертолетостроении получила одновинтовая схема вертолета с рулевым винтом, отличающаяся сравнительной простотой конструкции и наиболее совершенными аэродинамическими характеристиками, благодаря использованию изолированного несущего винта. Управление углом рыскания в вертолетах рассматриваемого типа осуществляется не за счет управления рулевым винтом, а управлением углами тангажа и крена, а также высотой полета за счет управления основным винтом [1]. Примерами такого типа вертолета являются, например, отечественные многоцелевые Ми-8, Ми-17.

Вертолет по своей природе является неустойчивым летательным аппаратом, поэтому в управлении этим ЛА первостепенную роль играет автопилот. При выполнении полетов с включенным автопилотом техника пилотирования вертолета существенно упрощается, отпадает необходимость двойных движений ручной управления, разгружается внимание пилота, уменьшается его физическое и эмоциональное напряжение. Повышение эффективности действий экипажа, и автоматизация его работы важны в сложных погодных условиях, напряженной боевой обстановке, при перемещении груза на внешней подвеске и т.д. Особую актуальность приобретают исследования в этом направлении в связи с бурным развитием беспилотных летательных аппаратов, в т.ч. вертолетной схемы. Синтез законов автоматического управления полетом вертолета - первый и один из основных этапов создания автопилотов.

На сегодняшний день во многих странах мира, в том числе и в России, эксплуатируется большое число вертолетов марок МИЛЬ и КАМОВ, на которых установлены, в основном, автопилоты типа АП-34Б и ВУАП-1, не соответствующие требованиям, современным задачам и условиям применения вертолетной техники. Работы по созданию новых и модернизированных образцов вертолетов неизбежно ставят вопрос и о разработке пилотажных комплексов нового поколения. Такими, например, являются пилотажные комплексы серии ПКВ, разработанные ОАО

«Конструкторское бюро промышленной автоматики» (г. Саратов). Эти комплексы предназначены для повышения устойчивости и безопасности пилотирования вертолетов различного назначения, улучшения управляемости при ручном, автоматическом, директорном и комбинированном способах управления во всех ожидаемых условиях эксплуатации по правилам визуальных полетов и по правилам полетов по приборам.

Актуальность темы исследования обусловлена тем, что потеря управляемости в полёте продолжает составлять значительный процент среди причин авиационных происшествий. Использование новых методов анализа динамических систем является одним из способов решения задачи улучшения характеристик управляемости воздушных судов.

Методы и принципы исследования

При создании математической модели любого объекта необходимо соблюдать основные принципы математического моделирования, а сама математическая модель должна включать в себя ряд необходимых элементов [2], [3], [4], [5]. При моделировании полета летательных аппаратов различного типа к числу главных принципов необходимо отнести адекватность и состоятельность получаемых результатов, а для этого необходимо четко представлять условия применимости данной математической модели. При построении математической модели нужно опираться на фундаментальные законы и закономерности. В итоге можно выделить основные составляющие элементы, необходимые для составления математической модели, а именно: основные допущения и математическое описание, состоящее из уравнений движения, уравнений связей, числовых и функциональных характеристик ЛА и его систем управления.

При построении имитационной модели полета вертолета за основу берутся уравнения движения летательного аппарата как свободного твердого тела. Для одновинтового вертолета уравнения движения в наиболее общем виде могут быть записаны как [6], [7]:

$$m\left(\frac{d\bar{V}}{dt} + \bar{\Omega} + \bar{V}\right) = \bar{R}_{\text{аэп}} + \bar{G}(\psi, \vartheta, \gamma) \quad (1)$$

$$\frac{d(j*\bar{\Omega})}{dx} + \bar{\Omega} * j * \bar{\Omega} = \bar{M}_{\text{аэп}} + \bar{M}_{\text{реак}} + \bar{M}_{\text{гир}}$$

Спроецируем первое уравнение системы (1) на оси связанной системы координат и получим уравнение, описывающее поступательное движение центра масс летательного аппарата.

$$\begin{aligned} \frac{dV_{x1}}{dt} &= \frac{X}{m} \\ \frac{dV_{y1}}{dt} &= \frac{Y}{m} \\ \frac{dV_{z1}}{dt} &= \frac{Z}{m} \end{aligned} \quad (2)$$

С учетом упрощений [6] уравнения вращения летательного аппарата относительно его центра масс могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_x}{dt} &= \frac{M_x}{J_x} + \frac{J_{xy}}{J_x} * \frac{M_y}{J_y} \\ \frac{d\omega_y}{dt} &= \frac{M_y}{J_y} + \frac{J_{xy}}{J_x} * \frac{M_x}{J_x} \\ \frac{d\omega_z}{dt} &= \frac{M_z}{J_z} \end{aligned} \quad (3)$$

Для описания динамики вращения вала несущего винта систему уравнений (3) необходимо дополнить следующим уравнением:

$$\frac{d\omega_{\text{н}}}{dt} = \frac{M_{\text{к}}}{J_{\text{п}}} \quad (4)$$

Совместно с уравнениями (1) - (3) рассматриваем кинематические связи [6] производных по времени углов Эйлера и составляющих угловых скоростей вращения вертолета $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ в связанной системе координат:

$$\begin{aligned} \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_x \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - \tan(\vartheta - \varphi_3)(\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma) \\ \frac{d\psi}{dt} &= \frac{1}{\cos(\vartheta - \varphi_3)}(\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma) \end{aligned} \quad (5)$$

Для двухдвигательного вертолета представим величину располагаемого крутящего момента на валу несущего винта, входящую в уравнение (4), в следующем виде:

$$M_{\text{к}} = \frac{1}{\omega_{\text{н}}} [\xi(N_{\text{дв}1} + N_2) - \Delta N_{\text{аэп}}] - M_{\text{кн}} \quad (6)$$

Правые части уравнений движения одновинтового вертолета (2) - (3) имеют следующий вид:

- аэродинамические и массовые силы, действующие на летательный аппарат:

$$X = -X_{\text{в}} - X_{\text{пл}} - mV_{z1}\omega_y + mV_{y1}\omega_z - G * \sin(\vartheta - \varphi_3)$$

$$Y = Y_B + Y_{ПЛ} - mV_{x_1}\omega_z + mV_{z_1}\omega_x - G * \cos(\vartheta - \varphi_3) * \cos\gamma \quad (7)$$

$$Z = Z_B + Z_{ПЛ} - T_{рв} - mV_{y_1}\omega_x + mV_z\omega_y + G * \cos(\vartheta - \varphi_3) * \sin\gamma$$

- аэродинамические и инерционные моменты, действующие на летательный аппарат:

$$M_x = M_{x_B} - M_{x_{ПЛ}} - (J_z - J_y) * \omega_y\omega_z - J_{xy}\omega_x\omega_y + T_{рв}y_{рв}$$

$$M_y = M_{y_B} + M_{y_{ПЛ}} - (J_x - J_z) * \omega_x\omega_z + J_{xy}\omega_y\omega_z + T_{рв}l_{рв} \quad (8)$$

$$M_z = M_{z_B} + M_{z_{ПЛ}} - (J_y - J_x) * \omega_x\omega_y - J_{xy}(\omega_x^2 - \omega_y^2)$$

Чтобы знать траекторию движения летательного аппарата необходимо знать его координаты в земной системе координат [6], [7]. В связи с этим, полученную систему уравнений нужно дополнить уравнениями:

$$\frac{dX_g}{dt} = V_{xg}$$

$$\frac{dH}{dt} = V_{yg} \quad (9)$$

$$\frac{dZ_g}{dt} = V_{zg}$$

Основные условные обозначения, используемые при построении имитационной модели полета вертолета: $V_{x_1}, V_{y_1}, V_{z_1}$ – составляющие вектора путевой скорости вертолета в связанной системе координат; X_B, Y_B, Z_B – аэродинамические силы несущего винта; $X_{ПЛ}, Y_{ПЛ}, Z_{ПЛ}$ – аэродинамические силы планера вертолета в связанной системе координат; φ_3 – угол заклинивания вала несущего винта; $T_{рв}$ – сила тяги рулевого винта; $l_{рв}, y_{рв}$ – геометрические параметры, определяющие положение рулевого винта относительно центра масс вертолета; $M_{x_B}, M_{y_B}, M_{z_B}$ – аэродинамические моменты несущего винта в связанной системе координат; $M_{x_{ПЛ}}, M_{y_{ПЛ}}, M_{z_{ПЛ}}$ – аэродинамические моменты планера вертолета в связанной системе координат; M_K – крутящий момент несущего винта; $N_{дв1}, N_{дв2}$ – располагаемые мощности правого и левого двигателей; ξ – коэффициент потерь мощности силовой установки, потери мощности на привод агрегатов; ψ, ϑ, γ – углы рыскания, тангажа и крена вертолета; ω_H – частота вращения несущего винта; J_x, J_y, J_z – моменты инерции вертолета относительно связанной системы координат; $X_g, Y_g = H, Z_g$ – координаты центра масс вертолета в земной системе координат; V_{xg}, V_{yg}, V_{zg} – составляющие вектора путевой скорости вертолета в земной системе координат.

Система уравнений движения летательного аппарата (2) - (9) в общем случае связывает 15 переменных: десять фазовых координат и пять параметров управления. С учетом имеющихся начальных условий и законов управления летательным аппаратом, система уравнений (2) - (9) имеет одно единственное решение, а летательный аппарат - однозначную траекторию в пространстве.

Указанная система уравнений составлена с учетом следующих допущений:

1. Вертолет с одним несущим и одним рулевым винтом рассматривается как абсолютно твердое тело.
2. Сложная динамика несущего винта заменяется равнодействующей силой. При этом предполагается, что маховое движение лопастей изменяется мгновенно при изменениях параметров движения вертолета (скорость, угол атаки, угловая скорость) и углов общего и циклического шага лопастей.
3. Груз со стропами (невесомыми, нерастяжимыми и неосвобождаемыми) рассматривается как абсолютно твердое тело.
4. Груз к вертолету подвешивается с помощью единственного троса, который рассматривается невесомым, нерастяжимым и неосвобождаемым. Крепление груза к вертолету производится в одной точке и в одной точке к связке строп с помощью идеального сферического шарнира. Такой способ крепления позволяет рассматривать взаимодействие вертолета с грузом в виде единственной силы натяжения троса.
5. Считается, что аэродинамические характеристики вертолета, характеристики его систем управления, силовые и моментные характеристики его винтов заданы разработчиком.
6. Аэродинамические характеристики груза считаются известными.
7. Нестационарные аэродинамические эффекты не учитываются.
8. Масса и моменты инерции вертолета и груза в рассматриваемых интервалах времени остаются заданными и постоянными.

В процессе численного интегрирования уравнений движения вертолета (2) - (9) и определении величин аэродинамических сил и моментов несущего и рулевого винтов необходимо вычислять аэродинамические коэффициенты винтов, индуктивные скорости, коэффициенты махового движения лопастей и т.д.

В процессе проектирования летательных аппаратов и разработки систем управления используются модели движения ЛА различной сложности. На начальных этапах исследования динамики полета применяются упрощенные модели, в которых прибегают к рассмотрению движения летательного аппарата только в одной плоскости, а также производится линеаризация нелинейных уравнений относительно заданного (программного) движения.

Уравнения движения (2) – (9) описывают пространственное движение ЛА при закреплённых органах управления и представляют собой нелинейную систему дифференциальных уравнений. Как известно, она не имеет точного аналитического решения и может быть решена при помощи численного интегрирования.

Однако на практике можно получить приемлемые результаты, используя упрощённые математические модели движения. Основными методами упрощения являются:

- разделение общего движения ЛА на движение центра масс и вращательное движение относительно центра масс;
- разделение общего движения ЛА на продольное и боковое;
- линеаризация уравнений.

Основным допущением, которое используется при выводе и использовании упрощенных уравнений движения летательного аппарата вертолётного типа, является допущение о замене сложной динамики несущего винта равнодействующей силой. При этом считается, что маховое движение лопастей изменяется мгновенно при изменениях параметров движения вертолёт (скорость, угол атаки, угловая скорость) и углов общего и циклического шага лопастей. Как правило, при таком рассмотрении не учитывают связи между продольным и боковым движениями, и эти движения рассматриваются отдельно [8], [9], [10].

Заключение

В работе разработан математический аппарат, предназначенный для исследования динамики, в частности, устойчивости и управляемости, воздушного судна вертолётного типа.

Конфликт интересов

Не указан.

Рецензия

Все статьи проходят рецензирование. Но рецензент или автор статьи предпочли не публиковать рецензию к этой статье в открытом доступе. Рецензия может быть предоставлена компетентным органам по запросу.

Conflict of Interest

None declared.

Review

All articles are peer-reviewed. But the reviewer or the author of the article chose not to publish a review of this article in the public domain. The review can be provided to the competent authorities upon request.

Список литературы / References

1. Володко А.М. Основы аэродинамики и динамики полета вертолетов / А.М. Володко. – Москва: Транспорт, 1988. – 344 с.
2. Козловский В.Б. Математическая модель полета вертолета с грузом на внешней подвеске / В.Б. Козловский, М.С. Кубланов // Научный Вестник МГТУ ГА. Серия Аэромеханика и прочность. – 2004. – №1. – С. 72
3. Пшихопов В.Х. Оценивание и управление в сложных динамических системах / В.Х. Пшихопов, М.Ю. Медведев. – Москва : Физматлит, 2009. – 295 с.
4. Дорф Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп. – Москва : Лаборатория базовых знаний, 2002. – 832 с.
5. Дьяконов В.П. Генерация и генераторы сигналов / В.П. Дьяконов. – Москва : ДМК Пресс, 2009. – 384 с.
6. Бюшгенс Г.С. Динамика продольного движения / Г.С. Бюшгенс, Р.В. Студнев – Москва : Машиностроение, 1979. – 352 с.
7. Браверман А.С. Динамика вертолета. Предельные режимы / А.С.Браверман, А.П. Вайнтруб. – Москва : Машиностроение, 1988. – 280 с.
8. Есаулов С.Ю. Вертолет как объект управления / С.Ю. Есаулов, О.П. Бахов, И.С. Дмитриев. – Москва : Машиностроение, 1972. – 192 с.
9. Леонтьев В.А. Метод решения уравнений движения упругих лопастей вертолетных винтов в общем случае движения / В.А. Леонтьев // Ученые записки ЦАГИ. – 2010ю – Т. XLI. – № 5. – С 67-79.
10. Игнаткин Ю.М. Численное моделирование прикладных задач аэродинамики вертолета на базе нелинейной лопастной вихревой модели винта / Ю.М. Игнаткин, П.В. Макеев, А.И. Шомов // Труды МАИ. – 2016. – №87.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Volodko A.M. Osnovy ajerodinamiki i dinamiki poleta vertoletov [Fundamentals of aerodynamics and flight dynamics of helicopters] / A.M. Volodko. – Moscow: Transport, 1988. – 344 p. [in Russian]
2. Kozlovskij V.B. Matematicheskaja model' poleta vertoleta s gruzom na vneshej podveske [Mathematical model of a helicopter flight with a load on an external sling] / V.B. Kozlovskij, M.S. Kublanov // Nauchnyj Vestnik MGTU GA. Serija Ajeromehanika i prochnost' [Scientific Bulletin of MSTU GA. Series Aeromechanics and Strength]. – 2004. – №1. – P. 72. [in Russian]
3. Pshihopov V.H. Ocenivanie i upravlenie v slozhnyh dinamicheskikh sistemah [Estimation and control in complex dynamic systems] / V.H. Pshihopov, M.Ju. Medvedev. – Moscow : Fizmatlit, 2009. – 295 p. [in Russian]
4. Dorf R. Sovremennye sistemy upravlenija [Modern control systems] / R. Dorf, R. Bishop. – Moscow : Laboratorija bazovyh znaniy, 2002. – 832 p. [in Russian]
5. D'jatonov V.P. Generacija i generatory signalov [Generation and signal generators] / V.P. D'jatonov. – Moscow : DMK Press, 2009. – 384 p. [in Russian]
6. Bjushgens G.S. Dinamika prodol'nogo dvizhenija [Longitudinal dynamics] / G.S. Bjushgens, R.V. Studnev – Moscow : Mashinostroenie, 1979. – 352 p. [in Russian]
7. Braverman A.S. Dinamika vertoleta. Predel'nye rezhimy [Helicopter dynamics. Limit modes] / A.S.Braverman, A.P. Vajntsub. – Moscow : Mashinostroenie, 1988. – 280 p. [in Russian]
8. Esaulov S.Ju. Vertolet kak ob#ekt upravlenija [Helicopter as a control object] / S.Ju. Esaulov, O.P. Bahov, I.S. Dmitriev. – Moscow : Mashinostroenie, 1972. – 192 p. [in Russian]

9. Leont'ev V.A. Metod reshenija uravnenij dvizhenija uprugih lopastej vertoletnyh vintov v obshhem sluchae dvizhenija [Method for solving the equations of motion of elastic blades of helicopter propellers in the general case of motion] / V.A. Leont'ev // Uchenye zapiski CAGI [Scientific Notes CAHI]. – 2010 – Vol. XLI. – № 5. – P. 67-79. [in Russian]
10. Ignatkin Ju.M. Chislennoe modelirovanie prikladnyh zadach ajerodinamiki vertoleta na baze nelinejnoj lopastnoj vihrevoj modeli vinta [Numerical simulation of applied problems of helicopter aerodynamics based on a nonlinear bladed vortex model of a propeller] / Ju.M. Ignatkin, P.V. Makeev, A.I. Shomov // Trudy MAI [Works of MAI]. – 2016. – №87. [in Russian]