 © Авторы статьи / Authors of the article

ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫЙ ПУТЬ, ИЗЫСКАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ/RAILWAY TRACK, SURVEY AND DESIGN OF RAILWAYS

DOI: https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.141.70 EDN: CLHVJY

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ПУТИ НА ПОДХОДАХ К МОСТАМ С УЧЕТОМ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ ПОДРЕЛЬСОВОГО ОСНОВАНИЯ

Научная статья

Опацких А.Н.[1, *]
[1] ORCID : 0000-0002-7370-4012;
[1] Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростов-на-Дону, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (opatskih[at]yandex.ru)

Предложена: 06.03.2024; Принята: 14.03.2024; Опубликована: 18.03.2024

Аннотация

Статья посвящена разработке математической модели железнодорожного пути на подходах к мостам с учетом переменной жесткости подрельсового основания. Приводится уточненное решение, которое позволяет повысить точность величины прогнозируемого прогиба рельсовой плети с учетом дополнительных факторов ранее не учтенных при расчетах, что обеспечит плавность движения подвижного состава, увеличит межремонтный срок эксплуатации пути, а также позволит прогнозировать выбор материала и типа конструкции основания при переходе с балластного пути на безбалластный. Полученные уточненные решения также позволяют минимизировать значение удельного сопротивления состава, а также объем потребляемого электричества и топлива. Представленная работа является актуальной в рамках данного исследования.

Ключевые слова: подходы к мостам, переменная жесткость, железнодорожный путь, модуль упругости, нагрузка, рельсовая нить, напряженно-деформируемое состояние.

A MATHEMATICAL MODEL OF RAILWAY TRACK ON APPROACHES TO BRIDGES TAKING INTO ACCOUNT VARIABLE STIFFNESS OF THE UNDER-RAIL FOUNDATION

Research article

Opatskikh A.N.[1, *]
[1] ORCID : 0000-0002-7370-4012;
[1] Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russian Federation

* Corresponding author (opatskih[at]yandex.ru)

Suggested: 06.03.2024; Accepted: 14.03.2024; Published: 18.03.2024

Abstract

The article is dedicated to the development of a mathematical model of railway track on approaches to bridges, taking into account variable stiffness of the under-rail foundation. The refined solution is presented, which makes it possible to increase the accuracy of the predicted deflection of the rail track considering additional factors previously not taken into account in the calculations, which will ensure the smooth movement of rolling stock, increase the overhaul life of the track, and also make it possible to predict the choice of material and type of base construction when switching from ballastless to ballastless track. The obtained refined solutions also make it possible to minimize the value of the specific resistance of the rolling stock, as well as the amount of electricity and fuel consumed. The presented work is relevant within the framework of this research.

Keywords: bridge approaches, variable stiffness, railway track, module of elasticity, load, rail string, stress-strain state.

Введение

Как известно из работ [1], [2], [3] основной характеристикой для оценки напряженно-деформируемого состояния железнодорожного пути является модуль упругости, который при расчетах на прочность позволяет определить связь между деформацией и прикладываемой нагрузкой на железнодорожный путь. В классических расчетах на прочность, представленных в работах [4], [5] подразумевается, что жесткость подрельсового основания величина равномерно распределенная. Точность величины модуля упругости напрямую влияет на расчеты прогиба плети и напряжений, возникающих в ней. На значение модуля упругости железнодорожного пути влияют большое количество факторов: тип шпал, прокладок, земляного полотна, балластного слоя и т.д., работающих как одна система, при этом с неравной степенью их вклада в общую деформацию.

Неравноупругость в подрельсовом основании может быть вызвана нарушением состояния железнодорожного пути: интенсивное и тяжеловесное движение составов, просадки зачет слабых грунтов основания, загрязнение балласта, нарушение скреплений и пр., а также самой конструкцией железнодорожного пути в местах примыкания к мостам и путепроводам [6] (конструкции переменной жесткости) для плавного перехода. Одним из наиболее характерных примеров изменения модуля упругости является конструкция перехода обыкновенного пути на балласте в безбалластный путь на плитах БМП мостов, с использованием переходных участков [7].

 © Авторы статьи / Authors of the article

Целью работы является усовершенствование методов расчета пути на прочность с учетом варьирования величины модуля упругости на подходах к мостам и путепроводам, а также построение математической модели зависимости модуля упругости и прогиба рельсовой плети.

Методы и принципы исследования

За основу расчета рельсового пути на прочность с учетом переменной жесткости основания воспользуемся расчетом рельсовой нити, где основание под ней равноупругое, а нагрузка, приложенная к плети вертикальная, при этом зависимость модуля упругости и прогиба рельсовой плети – линейная величина [8], [9], [10]. В нашем случае при решении задачи учитывается случай переменного модуля упругости основания с нелинейной поправкой вдоль оси *y*. Преобразование величины равно-упругого основания решается путем определения малого параметра. Далее определяется влияние неравноупругости подрельсового основания на значение максимального прогиба.

Исходными данными для решения поставленной задачи являются следующие допущения: рельсовая плеть – балка длина которой стремится к бесконечности, подрельсовое основание неоднородное и неравноупругое, воздействие вертикальной нагрузки *Q* постоянное, также значение модуля упругости основания представлено нелинейной характеристикой от деформации рельсовой плети. В рассматриваемом случае решение дифференциального уравнения для вертикального перемещения рельса примет следующий вид:

$$EJ\frac{d^4y}{dx^4} + u(y)y = 0 \tag{1}$$

где *E* – значение модуля упругости стальной балки; *J* – момент инерции балки; *y* – прогиб балки; *u*(*y*) – зависимость варьирования модуля упругости подрельсового основания по переменной *y*.

При решении задачи примем, что *u*(*y*) – это нелинейная функция от *y*

$$u(y) = u^* + \varepsilon\tilde{\alpha}_1 u_1 + \varepsilon\tilde{\alpha}_2 u_2 y^2 \tag{2}$$

Где u^*, u_1, u_2 – константы, $\varepsilon = \frac{u_1}{u^*} = \frac{u_2}{u^*} < 1, \tilde{\alpha}_1$ и $\tilde{\alpha}_2$ – экспериментальные постоянные величины.

Обозначим следующие выражения:

$$y = y_+ \text{ при } x > 0; y = y_- \text{ при } x < 0. \tag{3}$$

Для нахождения y_+, y_- решим следующие уравнения (4), учитывая следующие граничные условия (5):

$$EJ\frac{d^4y_+}{dx^4} + uy_+ = 0, EJ\frac{d^4y_-}{dx^4} + uy_- = 0 \tag{4}$$

$$\begin{gathered} y_+\big|_{x=0} = y_-\big|_{x=0}, y'_+\Big|_{x=0} = y'_-\big|_{x=0} = 0, \\ y''_+\Big|_{x=0} = y''_-\big|_{x=0}, \quad y'''_+\Big|_{x=0} = y'''_-\big|_{x=0} = \frac{Q}{EJ}, \\ y_+ \to 0 \text{ при } x \to +\infty, y_- \to 0 \text{ при } x \to -\infty. \end{gathered} \tag{5}$$

Задача решается в виде:

$$y_+ = y_{+0} + \varepsilon y_{+1} + \varepsilon^2 y_{+2} + \ldots \tag{6}$$

$$y_- = y_{-0} + \varepsilon y_{-1} + \varepsilon^2 y_{-2} + \ldots \tag{7}$$

Учитывая (4–7) с точностью до членов $O(\varepsilon^2)$, получим следующее:

$$\begin{gathered} y_{+0} \to 0 \text{ при } u \to +\infty; y_{-0} \to 0 \text{ при } u \to -\infty; \\ y_{+0}\big|_{u=0} = y_{0-}\big|_{u=0}; \quad y'_{+0}\Big|_{u=0} = 0; \quad y'_{-0}\Big|_{u=0} = 0; \end{gathered} \tag{8}$$

$$y''_{+0}\Big|_{u=0} = y''_{0-}\Big|_{u=0}; y'''_{+0}\Big|_{u=0} - y'''_{-0}\Big|_{u=0} = \frac{Q}{EJ}, \tag{9}$$

$$EJ\frac{d^4y_{+1}}{dx^4} + y_{+1}u^* = -\alpha_0 y_{+0}^2 - \alpha_1 y_{+0}^3, \alpha_0 = \tilde{\alpha}_1 u^*, \alpha_1 = \tilde{\alpha}_2 u^*, \tag{10}$$

$$\begin{gathered} EJ\frac{d^4y_{-1}}{dx^4} + y_{-1}u^* = -\alpha_0 y_{-0}^2 - \alpha_1 y_{-0}^3, \\ y_{+1} \to 0 \text{ при } x \to +\infty, y_{-1} \to 0 \text{ при } x \to -\infty, \\ y'_{+1}\Big|_{x=0} = y'_{-1}\Big|_{x=0} = 0, y''_{+1}\Big|_{x=0} = y''_{-1}\Big|_{x=0}, y'''_{+1}\Big|_{x=0} - y'''_{-1}\Big|_{x=0} = 0. \end{gathered} \tag{11}$$

Полученное решение примет вид:

$$y_{+0} = \frac{Q}{8k^3EJ}e^{-kx}(\cos kx + \sin kx), y_{-0} = \frac{Q}{8k^3EJ}e^{kx}(\cos kx - \sin kx), k = \sqrt[4]{\frac{u^*}{4EJ}}. \tag{12}$$

 © Авторы статьи / Authors of the article

Нахождение (10)–(11) осуществляется с помощью следующих значений: y_{+0} y_{-0} для определения $y_{+0}^2, y_{+0}^3, y_{-0}^2, y_{-0}^3$.

Используя (12) получим: $y_{+0} = \frac{Q}{4\sqrt{2}k^3EJ}e^{-kx}\sin\left(kx+\frac{\pi}{4}\right), y_{-0} = \frac{Q}{4\sqrt{2}k^3EJ}e^{kx}\sin\left(\frac{\pi}{4}-kx\right).$

Ниже представлены решения выражений (10) с учетом максимальных значений для y_{+0} y_{-0} :

$$y_{+0} = \frac{Qe^{-kx}}{4\sqrt{2}k^3EJ}, y_{-0} = \frac{Qe^{kx}}{4\sqrt{2}k^3EJ}. \quad (13)$$

Приминая во внимание (13), найдем:

$$y_{+0}^2 = \frac{Q^2e^{-2kx}}{32k^6E^2J^2}, y_{+0}^3 = \frac{Q^3e^{-3kx}}{128\sqrt{2}k^9E^3J^3} \quad (14)$$

Учитывая изложенные выше выражения (10)–(11) записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} y_{+1} &= e^{-kx}\left(c_1\cos kx + c_2\sin kx\right) + y_{y_+}, \\ y_{-1} &= e^{kx}\left(c_1\cos kx - c_2\sin kx\right) + y_{y_-}, \end{aligned} \quad (15)$$

где $y_{ч+}$ и $y_{ч-}$ определяются выражениями

$$\begin{aligned} y_{y_+} &= D_1e^{-2kx} + D_2e^{-3kx}, \\ y_{y_-} &= D_1e^{2kx} + D_2e^{3kx}. \end{aligned} \quad (16)$$

Подставляя (16) в (10), определим D_1 и D_2.

$$D_1 = \frac{-\alpha_0Q^2}{32E^2J^2k^6(u^*+16EJk^4)}, D_2 = \frac{-\alpha_1Q^3}{128\sqrt{2}E^3J^3k^9(u^*+81EJk^4)} \quad (17)$$

Используя граничные условия (11) найдем c_1 и c_2

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{12D_1+21D_2}{4}, \\ c_2 &= \frac{12D_1+33D_2}{4}. \end{aligned} \quad (18)$$

 © Авторы статьи / Authors of the article

Точное решение задачи до $O(\varepsilon^2)$:

$$y_+ = \frac{Q}{4k^3EJ}e^{-kx}(\cos kx + \sin kx) + \varepsilon\left[e^{-kx}\left(c_1\cos kx + c_2\sin kx\right) + \right.$$
$$\left. + D_1e^{-2kx} + D_2e^{-3kx}\right] \qquad (19)$$
$$y_- = \frac{Q}{4k^3EJ}e^{kx}(\cos kx - \sin kx) + \varepsilon\left[e^{kx}\left(c_1\cos kx - c_2\sin kx\right) + \right.$$
$$\left. + D_1e^{2kx} + D_2e^{3kx}\right]$$

Основные результаты

На основании полученных значений построим график зависимости безразмерного значения прогиба рельсовой плети с учетом неравноупругого и равноупругого основания (рис.1, рис. 2, рис.3):

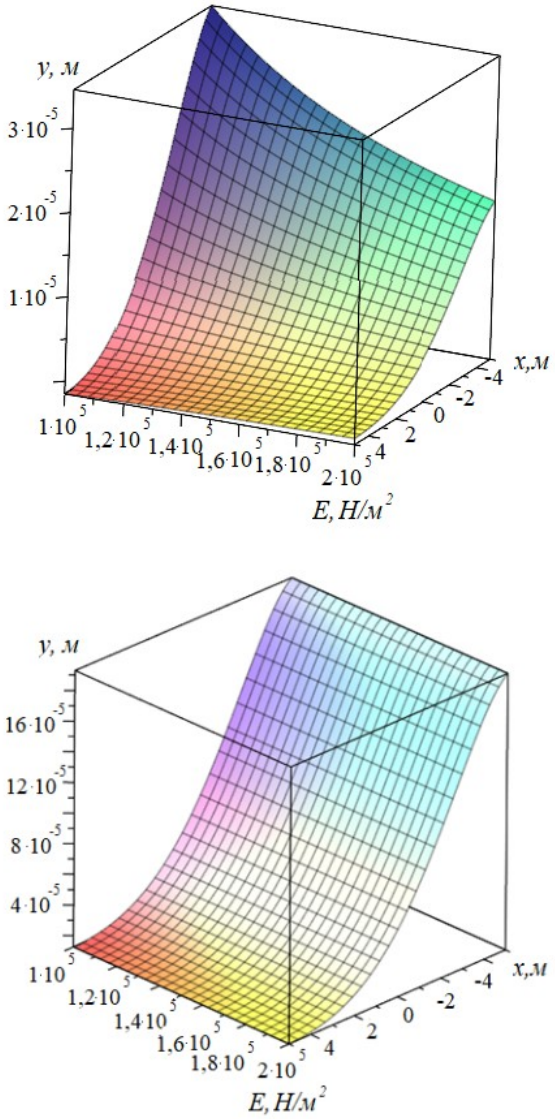

Рисунок 1 - График зависимости значения прогиба рельсовой плети и изменения значения модуля упругости рельса с учетом:
а – равноупругого основания; *б* – неравноупругого основания
DOI: https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.141.70.1

 © Авторы статьи / Authors of the article

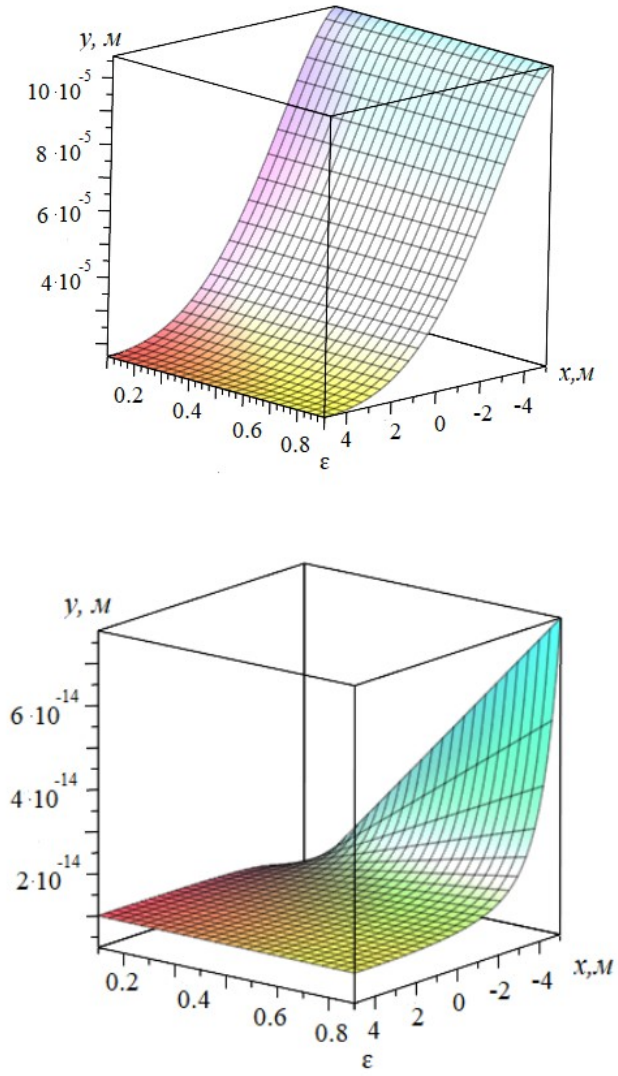

Рисунок 2 - График зависимости значения прогиба рельсовой плети и изменения величины неравномерности подрельсового основания с учетом:
а – равноупругого основания; *б* – неравноупругого основания
DOI: https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.141.70.2

 © Авторы статьи / Authors of the article

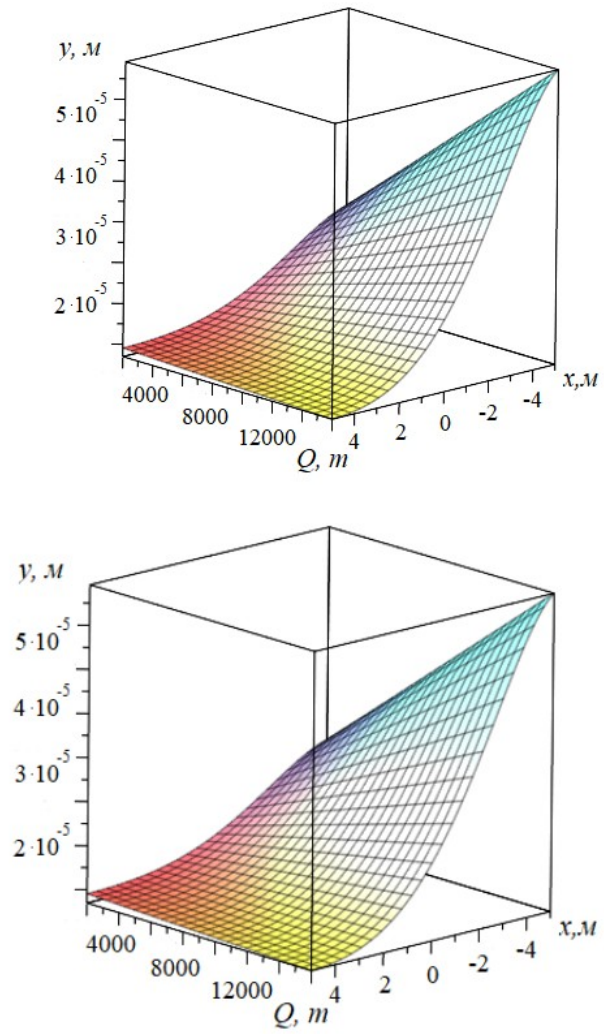

Рисунок 3 - График зависимости значения прогиба рельсовой плети и изменения веса сотостава с учетом:
а – равноупругого основания; *б* – неравноупругого основания
DOI: https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.141.70.3

Полученные результаты наглядно показывают, что учет дополнительных параметров, влияющих на неравноупругость подрельсового основания, позволяют уточнить значения величины прогиба на 15–18%, что значительно повысит экономический эффект при эксплуатации и увеличении межремонтных сроков железнодорожного пути.

Заключение

1. Найденная расчетная модель позволяет усовершенствовать методику расчета пути на прочность с учетом варьирования величины модуля упругости на подходах к мостам и путепроводам.
2. Построенная математическая модель наглядно показывает повышение точности расчетов.
3. Полученные значения в результаты расчета значительно снижают величину удельного сопротивления поезда, объем потребляемого электричества в случае электровозной тяги и топлива в случае тепловозной тяги, а также позволяют оптимизировать и прогнозировать значение прогиба поверхности катания колеса.

Конфликт интересов

Не указан.

Рецензия

Все статьи проходят рецензирование. Но рецензент или автор статьи предпочли не публиковать рецензию к этой статье в открытом доступе. Рецензия может быть предоставлена компетентным органам по запросу.

Conflict of Interest

None declared.

Review

All articles are peer-reviewed. But the reviewer or the author of the article chose not to publish a review of this article in the public domain. The review can be provided to the competent authorities upon request.

 © Авторы статьи / Authors of the article

Список литературы / References

1. Колос А. Ф. Упругие характеристики подрельсового основания безбалластного железнодорожного пути / А. Ф. Колос, К. И. Иванова // Известия Петербургского университета путей сообщения. — 2021. — Т. 18. — Вып. 4. — С. 469–479.

2. Ivanova K. I. Modulus of Elasticity of Non-Ballasted Track. BRICS Transport / K. I. Ivanova, A. F. Kolos, X. Wang. — 2022. — № 2(1). DOI: 10.46684/2023.1.4

3. Усов Д. А. Моделирование участков переменной жесткости перед искусственными сооружениями / Д. А. Усов // Вестник Сибирского государственного университета путей сообщения. — 2021. — № 1. — С.79–85.

4. Коган А. Я. Динамика пути и его взаимодействие с подвижным составом. — Москва : Транспорт, 1997. — С. 326.

5. Вериго М. Ф. Взаимодейстыие пути и подвижного состава. — Москва: Транспорт, 1986. — С. 559.

6. Стоянович Г. М. Обеспечение стабильности пути в зоне сопряжения искусственных сооружений и земляного полотна / Г. М. Стоянович, В. В. Пупатенко, К. В. Змеев // Путь и путевое хозяйство. — 2017. — № 10. — С. 14–17.

7. Замуховский А. В. Экспериментальное обследование участков переменной жесткости / А. В. Замуховский, К. В. Меренченко // Мир транспорта. — 2013. — № 3. — С. 74–82.

8. Ахвердиев К. С. Расчет вынужденных вертикальных колебаний недемпфированной балки с учетом анизотропии модуля упругости основания при движении по нему переменной силы / К. С. Ахвердиев, А. Н. Гармонина // Труды Ростовского государственного университета путей сообщения. — 2014. — № 2. — С. 8–11.

9. Ахвердиев К. С. Вертикальные колебания недемпфированной балки с учетом анизотропии модуля упругости основания при движении по нему постоянной силы / К. С. Ахвердиев, А. Н. Гармонина // Труды Ростовского государственного университета путей сообщения. — 2014. — № 2. — С. 5–7.

10. Опацких А. Н. Расчет вертикальных колебаний рельса при учете анизотропии модуля упругости подрельсового основания / А. Н. Опацких // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. — 2021. — № 4(52). — С. 45–49.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Kolos A. F. Uprugie harakteristiki podrel'sovogo osnovanija bezballastnogo zheleznodorozhnogo puti [Elastic Characteristics of the Substructure of a Ballast-Free Railway Track] / A. F. Kolos, K. I. Ivanova // Izvestija Peterburgskogo universiteta putej soobshhenija [Proceedings of the St. Petersburg University of Railway Engineering]. — 2021. — Vol. 18. — Is. 4. — P. 469–479. [in Russian]

2. Ivanova K. I. Modulus of Elasticity of Non-Ballasted Track. BRICS Transport / K. I. Ivanova, A. F. Kolos, X. Wang. — 2022. — № 2(1). DOI: 10.46684/2023.1.4

3. Usov D. A. Modelirovanie uchastkov peremennoj zhestkosti pered iskusstvennymi sooruzhenijami [Modeling of Sites of Variable Stiffness in Front of Artificial Structures] / D. A. Usov // Vestnik Sibirskogo gosudarstvennogo universiteta putej soobshhenija [Bulletin of the Siberian State University of Railway Engineering]. — 2021. — № 1. — P. 79–85. [in Russian]

4. Kogan A. Ya. Dinamika puti i ego vzaimodejstvie s podvizhnym sostavom [Dynamics of the Track and Its Interaction with Rolling Stock]. — Moscow : Transport, 1997. — P. 326. [in Russian]

5. Verigo M. F. Vzaimodejstyie puti i podvizhnogo sostava [Interaction of Track and Rolling Stock]. — Moscow: Transport, 1986. — P. 559. [in Russian]

6. Stoyanovich G. M. Obespechenie stabil'nosti puti v zone soprjazhenija iskusstvennyh sooruzhenij i zemljanogo polotna [Ensuring the Stability of the Path in the Zone of Coupling of Artificial Structures and the Earthbed] / G. M. Stoyanovich, V. V. Pupatenko, K. V. Zmeev // Put' i putevoe hozjajstvo [Path and Track Management]. — 2017. — № 10. — P. 14–17. [in Russian]

7. Zamukhovsky A. V. Jeksperimental'noe obsledovanie uchastkov peremennoj zhestkosti [Experimental Examination of Sites of Variable Stiffness] / A.V. Zamukhovsky, K. V. Merenchenko // Mir transporta [The World of Transport]. — 2013. — № 3. — P. 74–82. [in Russian]

8. Akhverdiev K. S. Raschet vynuzhdennyh vertikal'nyh kolebanij nedempfirovannoj balki s uchetom anizotropii modulja uprugosti osnovanija pri dvizhenii po nemu peremennoj sily [Calculation of Forced Vertical Vibrations of an Undamped Beam Taking into Account the Anisotropy of the Elastic Modulus of the Base When Moving along It with Variable Force] / K. S. Akhverdiev, A. N. Harmonina // Trudy Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putej soobshhenija [Proceedings of the Rostov State University of Railway Engineering]. — 2014. — № 2. — P. 8–11. [in Russian]

9. Akhverdiev K. S. Vertikal'nye kolebanija nedempfirovannoj balki s uchetom anizotropii modulja uprugosti osnovanija pri dvizhenii po nemu postojannoj sily [Vertical Vibrations of an Undamped Beam Taking into Account the Anisotropy of the Elastic Modulus of the Base When Moving along It with a Constant Force] / K. S. Akhverdiev, A. N. Harmonina // Trudy Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putej soobshhenija [Proceedings of the Rostov State University of Railway Engineering]. — 2014. — № 2. — P. 5–7. [in Russian]

10. Opatskikh A. N. Raschet vertikal'nyh kolebanij rel'sa pri uchete anizotropii modulja uprugosti podrel'sovogo osnovanija [Calculation of Vertical Vibrations of a Rail Taking into Account the Anisotropy of the Modulus of Elasticity of the Sub-rail Base] / A. N. Opatskikh // Vestnik Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta putej soobshhenija [Bulletin of the Ural State University of Railway Engineering]. — 2021. — № 4(52). — P. 45–49. [in Russian]