

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ / DYNAMICS, BALLISTICS, AIRCRAFT MOVEMENT CONTROL

DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.142.155>

КОМПЛАНАРНАЯ ВСТРЕЧА ДВУХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА ОКОЛОКРУГОВОЙ ОРБИТЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ ДВИГАТЕЛЯ МАЛОЙ ТЯГИ

Научная статья

Оливьо А.^{1,*}

¹ ORCID : 0000-0001-5632-3747;

¹ Российский университет дружбы народов, Москва, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (pedrokekule[at]mail.ru)

Аннотация

В данной статье представлен алгоритм, отличающийся от существующих алгоритмов своей способностью решать компланарную задачу встречи двух космических аппаратов на околокруговой орбите при низкой тяге. Первый космический аппарат предполагается выполняющим маневры в пределах заданной области второго космического аппарата, с учетом пренебрежения воздействием нецентральности гравитационного поля и атмосферы. Задача успешно решается в замкнутой форме, используя известные математические модели движения. Определяются параметры двухимпульсного перехода и перехода, осуществляемого двигателем с низкой тягой, с использованием аналитических методов. Распределение маневров между витками, обеспечивающее решение задачи встречи, определяется путем изменения одной переменной. Этот метод выделяется своей простотой и высокой надежностью в определении параметров маневров, что делает его пригодным для использования на борту космических аппаратов. В качестве примера проведен анализ зависимости суммарной характеристической скорости решения задачи встречи от величины тяги двигателя, а также проведено сравнение суммарных характеристических скоростей.

Ключевые слова: космический аппарат, околокруговая орбита, импульс скорости, расчет параметров маневров, математические модели движения, малая тяга.

COMPLANAR ENCOUNTER OF TWO SPACE VEHICLES IN A NEAR-CIRCULAR ORBIT USING A LOW THRUST ENGINE

Research article

Olivio A.^{1,*}

¹ ORCID : 0000-0001-5632-3747;

¹ Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russian Federation

* Corresponding author (pedrokekule[at]mail.ru)

Abstract

This article presents an algorithm that differs from existing ones in its ability to solve the coplanar problem of two space vehicles meeting in a near-circular orbit at low thrust. The first vehicle is assumed to perform manoeuvres within a given region of the second one, taking into account neglecting the effects of non-centrality of the gravity field and atmosphere. The problem is successfully solved in closed form using known mathematical models of motion. The parameters of the two-pulse transition and the transition performed by the low thrust engine are determined using analytical methods. The distribution of manoeuvres between turns, providing a solution to the encounter problem, is determined by changing a single variable. This method stands out for its simplicity and high reliability in determining the manoeuvre parameters, which makes it suitable for use on board of space vehicles. As an example, the dependence of the total characteristic velocity of the encounter problem solution on the engine thrust is analysed and the total characteristic velocities are compared.

Keywords: space vehicle, near-circular orbit, velocity impulse, calculation of manoeuvre parameters, mathematical models of motion, low thrust.

Введение

В современных космических исследованиях достигнуты заметные успехи, особенно в отношении проведения встреч между космическими аппаратами (КА) на почти круговых орбитах с использованием двигателей малой тяги. Эта область исследований приобретает все большую актуальность благодаря множеству космических проектов, направленных на повышение точности и эффективности этих деликатных операций.

Успешная реализация встречи не только представляет собой сложную научно-техническую задачу в космонавтике, но и играет решающую роль в выполнении миссий по освоению космического пространства. Задачи встречи космических аппаратов могут различаться в зависимости от цели миссии, что делает их разнообразными по своим бизнес-целям.

В операциях сближения участвуют как минимум два КА, обычно один из которых выполняет маневры и полеты по свободной орбите – активный КА, в то время как другой остается пассивным. Это различие между активными и пассивными КА обеспечивает ясность и эффективность проводимых операций.

Задача встречи на околокруговой орбите с применением двигателей малой тяги имеет важное значение в практике полетов космических аппаратов (КА). Эта задача решается при сближении и стыковке КА, реализации группового

полета нескольких КА, формирования заданной конфигурации спутниковых систем, а также при удалении космического мусора и обслуживании КА.

Еще с 60-х годов начался процесс использования на КА электрических ракетных двигателей (ЭРД). Благодаря высокому удельному импульсу ЭРД позволяют существенно снизить затраты топлива на орбитальное маневрирование. Однако малая (по сравнению с традиционными жидкостными ракетными двигателями) тяга ЭРД приводит к необходимости учета их длительной работы.

Однако задача оптимального маневрирования КА была рассмотрена в работах [17], [18]. Особенно следует отметить исследования, проведенные в [2], [3], [4], [19], [20]. Из-за высокой сложности задач, предполагающих, что маневрирование осуществляется с использованием двигательной установки малой тяги, традиционный подход к их решению включает в себя применение численных методов, использующих принцип максимума Понтрягина или метод продолжения по параметру. Еще одним прикладным методом, который использовался в последние годы для решения задач с обширными маневрами, является метод внутренней точки, представленный в [21].

За последние двадцать четыре года задача встречи была предметом изучения многих авторов [1], [2], [3], [4], [5], и другие. Начиная еще с решения задачи встречи на околокруговых орбитах, где маневры выполняются с использованием двигателей большой тяги авторами в [6], [7], данная проблематика получила широкое внимание в практических исследованиях. В рамках этих работ была рассмотрена задача встречи с продолжительностью не более трех витков для случая двух круговых компланарных орбит, а также успешно решена классическая задача встречи средней продолжительности на околокруговых орбитах.

В настоящее время существует актуальная потребность в решении сложных задач маневрирования многоимпульсных космических аппаратов. Предложенные алгоритмы предоставляют возможность решения сложной задачи в несколько этапов: на первом этапе независимо друг от друга решаются задачи маневрирования в плоскости орбиты и поворота плоскости орбиты. Этот метод представлен в работах [8], [9], [10], [11] и других. Преимуществом такой схемы является её простота и надежность, однако её недостатком являются излишние затраты суммарной характеристической скорости на маневрирование.

На втором этапе принимаются численные методы, позволяющие находить оптимальное решение самых сложных многоимпульсных задач, учитывая широкий спектр ограничений [12], [13]. Для расчетов параметров маневров чаще всего используется метод, разработанный в работах [14], [15].

На третьем этапе, с применением решения задачи Ламберта, определяются параметры двухимпульсного решения задачи встречи. Затем происходит анализ поведения годографа базис-вектора, соответствующего найденному решению, и при необходимости добавляются некоторые дополнительные импульсы скорости, позволяющие достичь оптимального решения, как показано в [16]. В работах [3], [21] также предложены численно-аналитические методы решения многоимпульсной задачи встречи с учетом первого и второго из перечисленных выше подходов, чтобы эффективно решать современные практические задачи.

В данной статье представлен усовершенствованный алгоритм, обладающий замечательной способностью решать задачу встречи двух космических аппаратов на околокруговой орбите при низкой тяге. Указанное отличие особенно важно, поскольку некоторые алгоритмы не обеспечивают решений при использовании малых значений тяги. Однако благодаря внесенным модификациям удалось обнаружить эффективные решения, способствующие успешному выполнению маневров при низкой тяге. Фактически, в данной работе задача встречи рассматривается как в импульсной постановке, так и с учетом длительной работы двигателя малой тяги. Этот алгоритм более эффективен не только в наземных центрах управления, но и на борту космического аппарата, в отличие от предыдущих исследований [2], [3], [4], [19], [22], где рассмотрены другие подходы к решению задачи встречи космических аппаратов между компланарными орбитами.

Для анализа относительного движения космических аппаратов в окрестности круговых орбит необходимо использовать специальные математические модели движения. Наиболее распространенной моделью относительного движения в окрестности круговых орбит является модель Hill-Clohessy-Wiltshire [23], [24]. В данной математической модели для получения уравнений относительного движения используется орбитальная система координат и линеаризация дифференциальных уравнений относительного движения, основанная на предположении малости расстояния между рассматриваемыми космическими аппаратами по сравнению со средним радиусом орбиты. В данной работе, однако, используются линеаризованные уравнения, полученные в [25].

С увеличением числа маневрирующих космических аппаратов и повышением оперативности решения задач возникает тенденция переноса процесса расчета маневров на борт КА. Это объясняется необходимостью упрощения процесса расчета параметров маневров и повышения надежности этого процесса. Рассматриваемый в данной работе алгоритм обладает этими характеристиками.

Постановка задачи встречи

Задача расчета параметров маневров перелета между близкими околокруговыми орбитами решается в приближенной импульсной постановке, в рамках невозмущенного кеплеровского движения. Условия перелета с помощью N импульсов скорости за фиксированное время с исходной орбиты в заданную точку конечной компланарной орбиты (задача встречи) в линейном приближении могут быть выражены следующим образом [14]:

$$\sum_{i=1}^N (\Delta V_{ri} \sin \varphi_i + 2\Delta V_{ti} \cos \varphi_i) = \Delta e_x, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^N (-\Delta V_{ri} \cos \varphi_i + 2\Delta V_{ti} \sin \varphi_i) = \Delta e_y, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N 2\Delta V_{ti} = \Delta a, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N (2\Delta V_{ri} (1 - \cos \varphi_i) + \Delta V_{ti} (-3\varphi_i + 4 \sin \varphi_i)) = \Delta t, \quad (4)$$

где $\Delta e_x = e_f \cos \omega_f - e_0 \cos \omega_0$, $\Delta e_y = e_f \sin \omega_f - e_0 \sin \omega_0$, $\Delta a = (a_f - a_0)/r_0$, $\Delta t = \lambda_0(t_f - t_0)$,
 $\Delta V_{ti} = \Delta V_{ti}^*/V_0$, $\Delta V_{ri} = \Delta V_{ri}^*/V_0$

Здесь «f», «0» – индексы, соответствующие конечной и начальной орбитам, e_f, e_0 – эксцентриситеты орбит; a_f, a_0 – большие полуоси орбит; ω_f, ω_0 – углы между направлением на перицентр соответствующей орбиты и направлением на заданную на конечной орбите точку (ось Ox – направлена на эту точку); t_f – необходимое время прихода в заданную точку, t_0 – время, в которое при движении по начальной орбите проекция радиус-вектора на плоскость конечной орбиты попадает на луч, проходящий через заданную точку встречи; V_0, λ_0 – орбитальная и угловая скорости движения по опорной круговой орбите радиуса r_0 ($r_0 = a_f$); N – число импульсов скорости; φ_i – угол приложения i -го импульса скорости, отсчитываемый от направления на заданную точку встречи в сторону движения КА; ΔV_{ti}^* , ΔV_{ri}^* – тангенциальная и радиальная составляющие i -го импульса скорости соответственно. Необходимо учитывать, что углы φ_i – отрицательны, т.к. было принято, что в заданной точке $\varphi_i = 0$.

Задачу поиска параметров оптимальных маневров можно сформулировать следующим образом: необходимо определить $\Delta V_{ri}, \Delta V_{ti}, \varphi_i$ ($i=1, \dots, N$), при которых суммарная характеристическая скорость маневров ΔV минимальна:

$$\Delta V = \sum_{i=1}^N \Delta V_i = \sum_{i=1}^N \sqrt{\Delta V_{ri}^2 + \Delta V_{ti}^2},$$

при ограничениях (1)-(4).

Алгоритм решения задачи перехода

Предполагая, что импульсы скорости прикладываются в точках оптимальных для коррекции вектора эксцентриситета и углы приложения импульсов можно рассчитать по формулам:

$$\operatorname{tg} \varphi_e = \frac{\Delta e_y}{\Delta e_x}, \quad \varphi_1 = \varphi_e, \quad \varphi_2 = \varphi_1 + \pi$$

Находим величины импульсов скорости оптимального решения при решении использованием первых трех уравнений системы (1)-(4):

$$\Delta V_{t1} = \frac{1}{4} (\Delta a + \Delta e), \quad (5)$$

$$\Delta V_{t2} = \frac{1}{4} (\Delta a - \Delta e), \quad (6)$$

Возможны три типа решений, для которых выполнены необходимые условия оптимальности:

а) на плоскости μ, λ годограф базис-вектора – эллипс, центр которого расположен на оси μ , но смещен от начала системы координат; эллипс касается окружности единичного радиуса в точке, лежащей на оси μ ;

б) годограф базис-вектора вырождается в точку, совпадающую с точкой пересечения окружности единичного радиуса оси μ ;

в) годограф базис-вектора – эллипс с центром в начале системы координат, касающийся окружности в двух точках на оси μ .

Так как у всех возможных оптимальных решений $\lambda=0$, а $\mu \neq 0$, то импульсы скорости у этих решений чисто тангенциальные.

Алгоритм решения задачи встречи

При решении задачи встречи величины импульсов скорости $\Delta V_{1i}, \Delta V_{2i}$, определенные при решении задачи перехода, распределяются между разрешенными для маневрирования N витками:

$$\Delta V_{1t} = \sum_{i=1}^N \Delta V_{1ti}, \quad (7)$$

$$\Delta V_{2t} = \sum_{i=1}^N \Delta V_{2ti}, \quad (8)$$

Здесь N число витков, на которых разрешено маневрирование.

Дальнейшая цель заключается в выборе такого распределения импульсов скорости вдоль витков, которое удовлетворяло бы уравнению (4). Для значительного упрощения решения задачи предполагаем, что величины импульсов скорости вдоль витков изменяются линейно:

$$\Delta V_{1ti} = \Delta V_{1t1} + (\Delta V_{1tN} - \Delta V_{1t1})(i - 1)/(N - 1), \quad (9)$$

$$\Delta V_{2ti} = \Delta V_{2t1} + (\Delta V_{2tN} - \Delta V_{2t1})(i - 1)/(N - 1). \quad (10)$$

Здесь $\Delta V_{1t1}, \Delta V_{1tN}$ и $\Delta V_{2t1}, \Delta V_{2tN}$ величины импульсов скорости на первом и последнем разрешенных витках маневрирования, являющиеся частью первого и второго импульса скорости решения задачи перехода.

Подставляя величины импульсов скорости, вычисленные по формулам (9), (10) в (7) и (8) получаем:

$$\Delta V_{1t} = \sum_{i=1}^N \Delta V_{1ti} = 0,5N(\Delta V_{1t1} + \Delta V_{1tN}) \quad (11)$$

$$\Delta V_{2t} = \sum_{i=1}^N \Delta V_{2ti} = 0,5N(\Delta V_{2t1} + \Delta V_{2tN}). \quad (12)$$

Используя (11) и (12), получаем формулы для определения $\Delta V_{1tN}, \Delta V_{2tN}$:

$$\Delta V_{1tN} = \frac{2\Delta V_{1t}}{N} - \Delta V_{1t1} \quad (13)$$

$$\Delta V_{2tN} = \frac{2\Delta V_{1t1}}{N} - \Delta V_{2t1} \quad (14)$$

Подставив найденные величины ΔV_{1ti} , ΔV_{2ti} в формулы (9) и (10), получаем:

$$\Delta V_{1ti} = 2\Delta V_1(i-1)/N(N-1) + \Delta V_{1t1} \left[1 - \frac{2(i-1)}{N-1}\right], \quad (15)$$

$$\Delta V_{2ti} = 2\Delta V_2(i-1)/N(N-1) + \Delta V_{2t1} \left[1 - \frac{2(i-1)}{N-1}\right], \quad (16)$$

Таким образом, нашли значения всех импульсов скорости, выраженные только через ΔV_{1ti} и ΔV_{2ti} . Подставляя их в уравнение (3), получаем линейное уравнение с двумя неизвестными ΔV_{1ti} , ΔV_{2ti} . Коэффициенты при импульсах скорости известны, так как известны их углы приращения:

$$\varphi_{1i} = \varphi_e + 2\pi(N_i - N), \quad (17)$$

$$\varphi_{2i} = \varphi_e + \pi + 2\pi(N_i - N). \quad (18)$$

Перебирая в заданных пределах значение переменной ΔV_{1ti} , для каждого значения из уравнения (3) находим значение переменной ΔV_{2ti} . Однако следует учесть направления скоростей: одна может разгоняться, а другая – тормозить, или наоборот, в зависимости от выполнения условия, представленного в формуле (4).

Затем, используя уравнения (15) и (16), вычисляем величины всех импульсов скорости. После чего, сложив модули всех импульсов скорости, находим суммарную характеристическую скорость для каждого решения. Решение, у которого суммарная характеристическая скорость минимальна, принимается в качестве оптимального варианта встречи. Если суммарная характеристическая скорость найденного решения совпадает с суммарной характеристической скоростью решения задачи перехода, то можно утверждать, что найдено решение с минимально возможной суммарной характеристической скоростью.

На следующем этапе производится оценка продолжительности каждого из найденных маневров.

Продолжительность каждого маневра оценивается с использованием следующего соотношения:

$$\Delta\varphi_i = \frac{w_c}{w} \Delta V_i, \quad (19)$$

где w_c – центростремительное ускорение опорной круговой орбиты ($w_c = \frac{V_0^2}{r_0}$), w – ускорение, создаваемое ДУ ($w = \frac{P}{m}$), m – масса активного КА, P – тяга его двигателя.

Если продолжительность самого большого импульса скорости не превышает 20° , то решение приближено к импульсному, и задачу считаем решённой. В случае значительной продолжительности маневров переходим к решению с использованием малой тяги.

Решение задачи с «малой тягой»

Для каждого витка находим какие изменения эксцентриситета и большой полуоси производят импульсы скорости определенные на этом витке

$$\Delta e_i = 2\Delta V_{1ti} - 2\Delta V_{2ti}, \quad (20)$$

$$\Delta a_i = 2\Delta V_{1ti} + 2\Delta V_{2ti}, \quad (21)$$

Затем определяем нужную продолжительность маневров малой тяги, которые произведут такое же изменение этих элементов [25]:

$$\Delta\varphi_1 = \frac{w_c \Delta a}{4wn} + 2\arcsin \frac{w_c \Delta e}{8wn \cos \frac{w_c \Delta a}{8wn}}, \quad (22)$$

$$\Delta\varphi_2 = \frac{w_c \Delta a}{4wn} - 2\arcsin \frac{w_c \Delta e}{8wn \cos \frac{w_c \Delta a}{8wn}}.$$

Таким образом, мы находим продолжительность каждого маневра виток за витком. Задача с малой тягой успешно решена. В случае, если аргумент арксинуса превышает 1, решение невозможно (с учетом имеющейся тяги и массы космического аппарата для заданного числа витков).

Предыдущий алгоритм оказался недостаточным для решения задачи встречи космических аппаратов с двигателями малой тяги при малом числе витков и низкой тяге [1]. Проблема связана с тем, что, когда тяга уменьшается, продолжительность несколько импульсов растет больше, чем нужно для коррекции эксцентриситета. Чтобы уменьшить продолжительность этих импульсов, мы ограничиваем их величину до пределов, когда они еще максимально меняют величину эксцентриситета, но максимально увеличиваем несколько импульсов сделаем следующие шаги:

1 – Задать начальные значения параметров и переменных.

2 – Решение задачи перехода между компланарными орбитами: используя уравнения 5 и 6, вычислить две величины импульсов скорости.

3 – Решение задачи встречи: распределить величины импульсов скорости по N виткам, удовлетворяя условиям времени с помощью уравнений 15, 16 и 4. Пересчитывать значения импульсов на каждом витке при необходимости, учитывая алгебраические вычисления.

4 – Определение изменения эксцентриситета и большой полуоси: рассчитать изменение эксцентриситета и большой полуоси на каждом витке, как в предыдущем алгоритме.

5 – Учет продолжительности маневров: используя уравнение 22, учитывать продолжительность маневров. Если решение еще не достигнуто, вернуться к шагу 3; в противном случае перейти к следующему шагу.

6 – Расчёт общих затрат: используя уравнение 19, можно рассчитать общие затраты.

Найденное решение с «малой тягой» демонстрирует аналогичное изменение большой полуоси и вектора эксцентриситета, что и исходное импульсное решение. Уравнение (4) выполняется достаточно точно, поскольку середины продолжительных маневров совпадают с моментами приложения импульсов скорости. Это также приводит к аналогичному изменению большой оси на витке, обеспечивая необходимое время прибытия в точку встречи.

Однако при решении задачи встречи были использованы линеаризованные уравнения движения, не учитывающие нецентральность гравитационного поля, влияние атмосферы и т.д. Это приводит к тому, что реальная точность выполнения терминальных условий в системе (1)-(6) оказывается недостаточной. В связи с этим для решения задачи с требуемой точностью может быть целесообразным использование итерационной схемы [12], [13].

Примеры решения задач

Рассмотрим движение космического аппарата (КА) относительно точки O , движущейся по невозмущенной околокруговой орбите радиусом 6871 км. Гравитационный параметр Земли примем равным $3,9860044 \cdot 10^{14}$ м³/с². Рассмотрим задачу перелета с помощью N импульсов скорости за фиксированное время с исходной орбиты в заданную точку конечной орбиты из точки фазового пространства $\mathbf{r}_0 = (10; 100; -5)$ км, $\mathbf{v}_0 = (1; -10; 3)$ м/с в начало координат, то есть в точку $\mathbf{r}_f = (0; 0; 0)$ км, со скоростью $\mathbf{v}_f = (0; 0; 0)$ м/с. Для задачи начальную массу КА примем равной 1000 кг, удельный импульс двигательной установки КА – 220 секунд (2157,463 м/с), а тягу (T) будем варьировать в диапазоне от 0,362 до 100 Н. Перелет осуществляется за $N=4$.

В таблице 1 приведены результаты расчетов параметров двух-импульсного перехода между компланарными орбитами, углы приложения первого и второго импульса, которые будут использоваться как начальные приближения для решения задачи встречи.

Как видно, при решении задачи перехода были получены два импульса скорости, один разгоняющий и другой тормозящий, и де-факто, минимальная величина характеристической скорости, которую должен иметь КА для маневра перехода, составляет 4,485 м/с.

Таблица 1 - Результаты расчета параметров задачи компланарного перехода

DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.142.155.1>

ΔV_1 , м/с	ΔV_2 , м/с	$ \Delta V $, м/с	φ_e	φ_1	φ_2
-2,785	1,7	4,485	6,4	186,4	366,4

После перебора первого импульса скорости в границах от -2,785 м/с до 0,5 м/с с шагом 0,025 м/с получаются параметры оптимальных решений, представленные на рисунках 1 и 2.

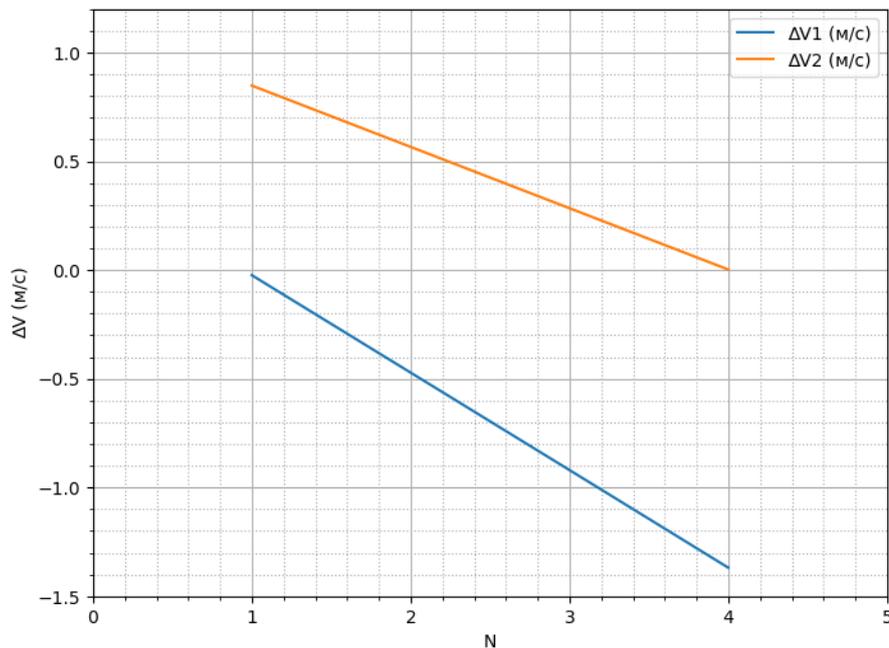


Рисунок 1 - Параметры оптимального решения при N=4
DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.142.155.2>

Как видно, при уменьшении тяги (на малых витках), продолжительность нескольких импульсов возрастает более, чем необходимо для коррекции эксцентриситета. Для ограничения продолжительности этих импульсов мы устанавливаем их амплитуду на уровне, когда они всё ещё существенно влияют на эксцентриситет, но максимально уменьшаем их количество. Этот подход проиллюстрирован на рисунке 2, где изменения величины импульсов имеют свободную форму, обеспечивая правильную коррекцию эксцентриситета, чтобы в свою очередь определить оптимальную продолжительность этих импульсов.

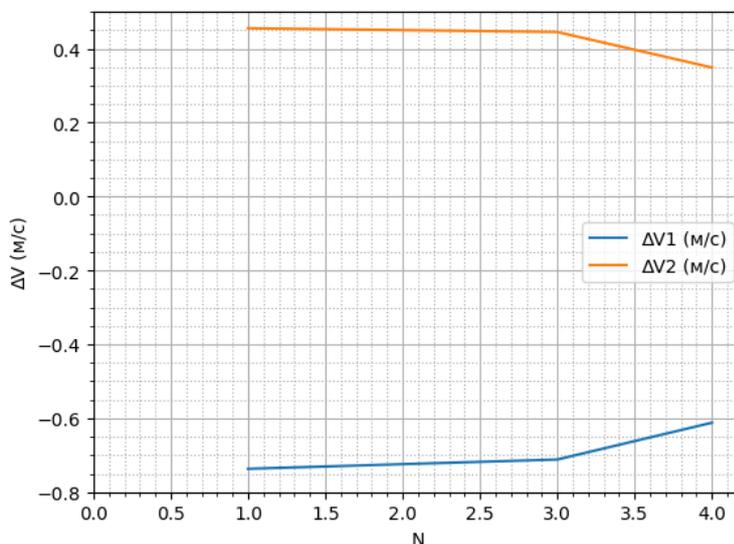


Рисунок 2 - Параметры оптимального решения при N=4
DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.142.155.3>

Далее рассмотрим решение задачи с малой тягой. В таблицах 2, 3, 4 и 5 представлены результаты расчетов задачи встречи с малой тягой при условии «Тяга = 0,362Н», при N=4.

Таблица 2 - Результаты расчета задачи встречи с малой тяги

DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.142.155.4>

T, Н	0,362	0,37	0,4	0,5	1	2	5	10	100
$\Delta\varphi^\circ$	Нет	Нет	Нет	Нет	300,13	144,19	57,082	28,499	2,849

	решен ия	решен ия	решен ия	решен ия	7	9			
ΔV , м/с	Нет решен ия	Нет решен ия	Нет решен ия	Нет решен ия	4,726	4,541	4,494	4,487	4,485

Примечание: при $N=4$

В некоторых случаях решений не существует из-за того, что значения аргумента арксинуса выходят за пределы диапазона (-1; 1). Поэтому в таблице 2, в интервале от 0,362 до 0,5 Н, решение отсутствует из-за несуществования арксинуса. Однако, в таблице 3, очевидно, что решения существуют при низких значениях тяги.

Таблица 3 - Результаты расчета задачи с малой тяги

DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.142.155.5>

T, Н	0,362	0,37	0,4	0,5	1	2	5	10	100
$\Delta\varphi^\circ$	997,51 9	957,21 5	842,24 2	624,68 5	290,61	143,12 1	57,015	28,491	2,849
ΔV , м/с	5,685	5,576	5,304	4,918	4,576	4,507	4,488	4,486	4,485

Примечание: при $N=4$

В таблицах 4 и 5 представлены распределения импульсов скоростей и продолжительности маневров в зависимости от числа витков.

Как можно заметить из таблицы 4, решения имеются только на первом и втором витках, в то время как на остальных витках их отсутствует, в соответствии с нашими предыдущими доказательствами.

Таблица 4 - Результаты расчета задачи с малой тяги «Тяга= 0,362»

DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.142.155.6>

N	ΔV_{1i} , м/с	ΔV_{2i} , м/с	$ \Delta V_{1i} + \Delta V_{2i} $, м/с	$\Delta\varphi_{1i}^\circ$	$\Delta\varphi_{2i}^\circ$	$(\Delta\varphi_{1i} + \Delta\varphi_{2i})^\circ$
1	-0,223	1,047	1,27	-39,146	183,647	222,793
2	-0,555	0,649	1,204	-97,414	113,854	211,268
3	Нет решения	Нет решения	Нет решения	Нет решения	Нет решения	Нет решения
4	Нет решения	Нет решения	Нет решения	Нет решения	Нет решения	Нет решения
Σ	Нет решения	Нет решения	Нет решения	Нет решения	Нет решения	Нет решения

Примечание: при $N=4$

В таблице 5 представлены результаты расчета задачи с малой тяги, в которой, в свою очередь, решения имеются на всех 4-х витках.

Таблица 5 - Результаты расчета задачи с малой тяги «Тяга = 0,362»

DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.142.155.7>

N	ΔV_{1i} , м/с	ΔV_{2i} , м/с	$ \Delta V_{1i} + \Delta V_{2i} $, м/с	$\Delta\varphi_{1i}^\circ$	$\Delta\varphi_{2i}^\circ$	$(\Delta\varphi_{1i} + \Delta\varphi_{2i})^\circ$
1	-0,929	0,647	1,576	-162,929	113,539	276,467
2	-0,899	0,625	1,524	-157,7	109,627	267,328
3	-0,871	0,605	1,476	-152,881	106,125	259,006
4	-0,686	0,423	1,109	-120,431	74,287	194,718

Σ	-3,385	2,3	5,685	-593,941	403,578	997,519
---	--------	-----	-------	----------	---------	---------

Примечание: при $N=4$

При увеличении тяги продолжительности маневров уменьшаются, затраты суммарной характеристической скорости (СХС) решения с малой тяги при увлечении тяги совпадают с затратами СХС импульсного решения.

Заключение

В рассматриваемом в данной работе алгоритме расчета параметров двухимпульсной встречи на околокруговой орбите выявляется его ключевое преимущество – простота и надежность. Эти качества позволяют применять алгоритм не только в наземных центрах управления, но и на борту космического аппарата. Одновременно с этим предложенный алгоритм демонстрирует способность получать оптимальное решение в тех случаях, когда начальная фаза принадлежит оптимальному фазовому диапазону, а суммарная характеристическая скорость встречи совпадает с суммарной характеристической скоростью решения задачи перехода. Этот алгоритм эффективен даже в случаях, когда маневры выполняются двигателями малой тяги. Приведенные в работе примеры подтверждают высокую работоспособность и качество полученного решения, а также его применимость для решения практических задач. Предложенный модификационный алгоритм открывает новые перспективы и более эффективные алгоритмы для космических миссий с использованием космических аппаратов с ограниченной тягой, что является значимым шагом в развитии космической навигации.

Конфликт интересов

Не указан.

Рецензия

Сообщество рецензентов Международного научно-исследовательского журнала
DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.142.155.8>

Conflict of Interest

None declared.

Review

International Research Journal Reviewers Community
DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.142.155.8>

Список литературы / References

1. Баранов А.А. Компланарная многовитковая встреча на околокруговой орбите с помощью двигателей малой тяги / А.А. Баранов, А.П. Оливио // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. — 2022. — Т. 23. — № 4. — С. 283-292. — DOI: 10.22363/2312-8143-2022-23-4-283-292.
2. Petukhov V.G. Optimization of the Finite-Thrust Trajectory in the Vicinity of a Circular Orbit / V.G. Petukhov, A.P. Olívio // *Advances in the Astronautical Sciences*. — 2021. — Vol. 174. — P. 5-15.
3. Баранов А.А. Маневрирование в окрестности круговой орбиты / А.А. Баранов. — Москва: Спутник+, 2016. — 512 с.
4. Petukhov V.G. Optimization of Finite-thrust Trajectories with Fixed Angular Distance / V.G. Petukhov, A. Ivanyukhin, G. Popov [et al.] // *Acta Astronautica*. — 2022. — Vol. 197. — P. 354-367. — DOI: 10.1016/j.actaastro.2021.03.012
5. Баранов А.А. Шестиимпульсные маневры встречи КА на околокруговых некомпланарных орбитах / А.А. Баранов, Д.С. Ролдугин // *Космические исследования*. — 2012. — Т. 50. — № 6. — С. 472-479.
6. Прассинг Ж. Е. Оптимальные двух- и трехимпульсные встречи в окрестности круговой орбиты при фиксированном времени перехода / Ж.Е. Прассинг // *Ракетная техника и космонавтика*. — 1970. — Т. 8. — № 7. — С. 46-56. — DOI: 10.2514/3.5876
7. Marec J.P. *Optimal Space Trajectories* / J.P. Marec // *Studies in Astronautics*. — Amsterdam; Oxford; New York: Elsevier Sci. Pub.Co., 1979. — Vol. 1. — 329 p.
8. Булынин Ю.Л. Баллистическое обеспечение управления орбитальным движением геостационарных КА на различных этапах эксплуатации / Ю.Л. Булынин // 13 Международная научная конференция «Системный анализ, управление и навигация». — 2008. — С. 73-74.
9. Рылов Ю.П. Управление космическим аппаратом, входящим в спутниковую систему при помощи электроракетных двигателей / Ю.П. Рылов // *Космические исследования*. — 1985. — Т. 23. — № 5. — С. 691-700.
10. Кулаков А.Ю. Модель и алгоритмы реконфигурации системы управления движением космического аппарата: дис. ...канд. техн. наук / А.Ю. Кулаков. — Санкт-Петербург, 2017. — 156 с.
11. Ткаченко И.С. Анализ ключевых технологий создания многоспутниковых орбитальных группировок малых космических аппаратов / И.С. Ткаченко // *Онтология проектирования*. — 2021. — Т.11. — №4(42). — С. 478-499. — DOI: 10.18287/2223-9537-2021-11-4-478-499.
12. Бажинов И.К. Навигационное обеспечение полета орбитального комплекса «Салют-6» – «Союз» – «Прогресс» / И.К. Бажинов, В.П. Гаврилов, В.Д. Ястребов [и др.] — М.: Наука, 1985.
13. Баранов А.А. Алгоритм расчета параметров четырех-импульсных переходов между близкими околокруговыми орбитами / А.А. Баранов // *Космические исследования*. — 1986. — Т. 24. — № 3. — С. 400-403
14. Лидов М.Л. Математическая аналогия между некоторыми оптимальными задачами коррекции траекторий и выбора состава измерений и алгоритмы их решения / М.Л. Лидов // *Космические исследования*. — 1971. — Т. 9. — № 5. — С. 687-706.

15. Гаврилов В.П. Задача коррекции с ограничением на число импульсов / В.П. Гаврилов, Е.В. Обухов // *Космические исследования*. — 1980. — Т. 18. — № 2. — С. 163-172.
16. Лайон П.М. Базис-вектор для импульсных траекторий с заданным временем перелёта / П.М. Лайон, М. Хенделсмен // *Ракетная техника и космонавтика*. — 1968. — Т. 6. — № 1. — С. 153-160.
17. Лебедев В.Н. Расчет движения космического аппарата с малой тягой / В.Н. Лебедев. — Москва: Изд. ВЦ АН СССР, 1968. — 108 с.
18. Баранов А.А. Методика расчета параметров маневров встречи КА с орбитальной станцией / А.А. Баранов // *Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша*. — 2008. — № 6. — 32 с.
19. Петухов В.Г. Метод продолжения для оптимизации межпланетных траекторий с малой тягой / В.Г. Петухов // *Космические исследования*. — 2012. — Т. 50. — № 3. — С. 258-270.
20. Баранов А.А. Разработка методов расчета параметров маневров космических аппаратов в окрестностях круговой орбиты: дис. ...доктор физ.-мат. наук / А.А. Баранов. — М., 2019. — 304 с.
21. Улыбышев Ю.П. Оптимизация межорбитальных перелетов с малой тягой при ограничениях / Ю.П. Улыбышев // *Космические исследования*. — 2012. — Т. 50. — № 5. — С. 403-418.
22. Брагазин А.Ф. Перелеты со встречей продолжительностью не более витка между близкими околокруговыми компланарными орбитами / А.Ф. Брагазин, А.В. Усков // *Космическая техника и технологии*. — 2020. — № 3(30). — С. 82-93. — DOI: 10.33950/spacetech-2308-7625-2020-3-82-93
23. Clohessy W.H. Terminal Guidance System for Satellite Rendezvous / W.H. Clohessy, R.S. Wiltshire // *Journal of the Aerospace Sciences*. — 1960. — Vol. 27. — № 9. — P. 653-678. — DOI: 10.2514/8.8704
24. Hill G.W. Researches in Lunar Theory / G.W. Hill // *American Journal of Mathematics*. — 1878. — Vol. 1. — P. 5-26.
25. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли / П.Е. Эльясберг. — Москва: Наука, 1965. — 540 с.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Baranov A.A. Komplanarnaja mnogovitkovaja vstrecha na okolokrugovoj orbite s pomoshh' dvigatelej maloj tjagi [Coplanar Multi-turn Rendezvous in Near-circular Orbit Using a Low-thrust Engine] / A.A. Baranov, A.P. Olivio // *Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby narodov. Serija: Inzhenerye issledovaniya* [PFUR Journal of Engineering Research]. — 2022. — Vol. 23. — № 4. — P. 283-292. — DOI: 10.22363/2312-8143-2022-23-4-283-292. [in Russian]
2. Petukhov V.G. Optimization of the Finite-Thrust Trajectory in the Vicinity of a Circular Orbit / V.G. Petukhov, A.P. Olivio // *Advances in the Astronautical Sciences*. — 2021. — Vol. 174. — P. 5-15.
3. Baranov A.A. Manevrirovanie v okrestnosti krugovoj orbity [Maneuvering in the Vicinity of a Circular Orbit] / A.A. Baranov. — Moscow: Sputnik+, 2016. — 512 p. [in Russian]
4. Petukhov V.G. Optimization of Finite-thrust Trajectories with Fixed Angular Distance / V.G. Petukhov, A. Ivanyukhin, G. Popov [et al.] // *Acta Astronautica*. — 2022. — Vol. 197. — P. 354-367. — DOI: 10.1016/j.actastro.2021.03.012
5. Baranov A.A. Shestiimpul'snye manevry vstrechi KA na okolokrugovyh nekomplanarnyh orbitah [Six-impulse Maneuvers for Rendezvous of Spacecraft in Near-circular Noncoplanar Orbits] / A.A. Baranov, D.S. Roldugin // *Kosmicheskie issledovaniya* [Cosmic Research]. — 2012. — Vol. 50. — № 6. — P. 472-479. [in Russian]
6. Prassing Zh. E. Optimal'nye dvuh- i trehimpul'snye vstrechi v okrestnosti krugovoj orbity pri fiksirovannom vremeni perehoda [Optimal Two- and Three-impulse Fixed-time Rendezvous in the Vicinity of a Circular Orbit] / Zh.E. Prassing // *Raketnaja tehnika i kosmonavtika* [AIAA Journal]. — 1970. — Vol. 8. — № 7. — P. 46-56. — DOI: 10.2514/3.5876 [in Russian]
7. Marec J.P. Optimal Space Trajectories / J.P. Marec // *Studies in Astronautics*. — Amsterdam; Oxford; New York: Elsevier Sci. Pub.Co., 1979. — Vol. 1. — 329 p.
8. Bulynin Ju.L. Ballisticheskoe obespechenie upravlenija orbital'nym dvizheniem geostacionarnyh KA na razlichnyh jetapah jekspluatcii [Ballistic Support of Geostationary Satellites Orbital Motion Control at Different Stages of Operation] / Ju.L. Bulynin // 13 Mezhdunarodnaja nauchnaja konferencija «Sistemnyj analiz, upravlenie i navigacija» [13th International Scientific Conference "System Analysis, Control and Navigation"]. — 2008. — P. 73-74. [in Russian]
9. Rylov Ju.P. Upravlenie kosmicheskim apparatom, vhodjashhim v sputnikovuju sistemu pri pomoshhi jelektoraketnyh dvigatelej [Control of the Spacecraft Entering the Satellite System by Means of Electric Rocket Engines] / Ju.P. Rylov // *Kosmicheskie issledovaniya* [Space Research]. — 1985. — Vol. 23. — № 5. — P. 691-700. [in Russian]
10. Kulakov A.Ju. Model' i algoritmy rekonfiguracii sistemy upravlenija dvizheniem kosmicheskogo apparata [Spacecraft Motion Control System Reconfiguration Model and Algorithms]: dis. ...PhD in Technical Sciences / A.Ju. Kulakov. — St. Petersburg, 2017. — 156 p. [in Russian]
11. Tkachenko I.S. Analiz kljuchevyh tehnologij sozdaniya mnogosputnikovyh orbital'nyh gruppirovok malyh kosmicheskikh apparatov [Analysis of Key Technologies for Creating Multi-satellite Orbital Constellations of Small Spacecraft] / I.S. Tkachenko // *Ontologija proektirovanija* [Design Ontology]. — 2021. — Vol.11. — №4(42). — P. 478-499. — DOI: 10.18287/2223-9537-2021-11-4-478-499. [in Russian]
12. Bazhinov I.K. Navigacionnoe obespechenie poleta orbital'nogo kompleksa «Saljut-6» – «Sojuz» – «Progress» [Navigation Support of the "Salyut-6" – "Soyuz" – "Progress" Orbital Complex Flight] / I.K. Bazhinov, V.P. Gavrilov, V.D. Jastrebov [et al.] — M.: Nauka, 1985. [in Russian]
13. Baranov A.A. Algoritm rascheta parametrov chetyreh-impul'snyh perehodov mezhdju blizkimi okolokrugovymi orbitam [Algorithm for Calculating the Parameters of Four-impulse Transitions between Close Almost-circular Orbits] / A.A. Baranov // *Kosmicheskie issledovaniya* [Cosmic Research]. — 1986. — Vol. 24. — № 3. — P. 400-403. [in Russian]
14. Lidov M.L. Matematicheskaja analogija mezhdju nekotorymi optimal'nymi zadachami korrekcii traektorij i vybora sostava izmerenij i algoritmy ih reshenija [Mathematical Analogy between Some Optimal Problems of Trajectory Corrections

and Selection of Measurements and Algorithms of Their Solution] / M.L. Lidov // Kosmicheskie issledovanija [Cosmic Res]. — 1971. — Vol. 9. — № 5. — P. 687-706. [in Russian]

15. Gavrilov V.P. Zadacha korekcii s ogranicheniem na chislo impul'sov [Correction Problem with Fixed Number of Impulses] / V.P. Gavrilov, E.V. Obuhov // Kosmicheskie issledovanija [Cosmic Res]. — 1980. — Vol. 18. — № 2. — P. 163-172. [in Russian]

16. Lajon P.M. Bazis-vektor dlja impul'snyh traektorij s zadannym vremenem pereljota [Basis-vector for Impulse Trajectories with a Given Time of Flight] / P.M. Lajon, M. Hendelsmen // Raketnaja tehnika i kosmonavtika [Rocket Technology and Cosmonautics]. — 1968. — Vol. 6. — № 1. — P. 153-160. [in Russian]

17. Lebedev V.N. Raschet dvizhenija kosmicheskogo apparata s maloj tjagoj [Calculation of Low Thrust Spacecraft Propulsion] / V.N. Lebedev. — Moscow: Publ. House ARC AS USSR, 1968. — 108 p. [in Russian]

18. Baranov A.A. Metodika rascheta parametrov manevrov vstrechi KA s orbital'noj stanciej [Methodology for Calculation of Manoeuvre Parameters of Spacecraft Meeting Manoeuvres with Orbital Station] / A.A. Baranov // Preprinty IPM im. M.V.Keldysha [Preprints of M.V. Keldysh IPM]. — 2008. — № 6. — 32 p. [in Russian]

19. Petuhov V.G. Metod prodolzhenija dlja optimizacii mezhplanetnyh traektorij s maloj tjagoj [Method of Continuation for Optimization of Interplanetary Low-thrust Trajectories] / V.G. Petuhov // Kosmicheskie issledovanija [Cosmic Research]. — 2012. — Vol. 50. — № 3. — P. 258-270. [in Russian]

20. Baranov A.A. Razrabotka metodov rascheta parametrov manevrov kosmicheskikh apparatov v okrestnostjah krugovoj orbity [Development of Methods for Calculation of Spacecraft Manoeuvre Parameters in the Vicinity of a Circular Orbit]: dis. ...PhD in Phys.-Math. Sciences. / A.A. Baranov. — M., 2019. — 304 p. [in Russian]

21. Ulybyshev Ju.P. Optimizacija mezhorbital'nyh pereletov s maloj tjagoj pri ogranichenijah [Optimization of Multi-Mode Rendezvous Trajectories with Constraints] / Ju.P. Ulybyshev // Kosmicheskie issledovanija [Cosmic Research]. — 2012. — Vol. 50. — № 5. — P. 403-418. [in Russian]

22. Bragazin A.F. Perelety so vstrechej prodolzhitel'nost'ju ne bolee vitka mezhdu blizkimi okolokrugovymi komplannymi orbitami [Transfers with a Rendezvous Lasting no More Than One Orbit between Close Near-circular Coplanar Orbits] / A.F. Bragazin, A.V. Uskov // Kosmicheskaja tehnika i tehnologii [Space Engineering and Technology]. — 2020. — № 3(30). — P. 82-93. — DOI: 10.33950/spacetech-2308-7625-2020-3-82-93 [in Russian]

23. Clohessy W.H. Terminal Guidance System for Satellite Rendezvous / W.H. Clohessy, R.S. Wiltshire // Journal of the Aerospace Sciences. — 1960. — Vol. 27. — № 9. — P. 653-678. — DOI: 10.2514/8.8704

24. Hill G.W. Researches in Lunar Theory / G.W. Hill // American Journal of Mathematics. — 1878. — Vol. 1. — P. 5-26.

25. Eliasberg P.E. Vvedenie v teoriju poleta iskusstvennyh sputnikov Zemli [Introduction to the Theory of Artificial Earth Satellite Flight] / P.E. Eliasberg. — Moscow: Nauka, 1965. — 540 p. [in Russian]