

**ТЕХНОЛОГИЯ И ОБОРУДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ И ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ /  
TECHNOLOGY AND EQUIPMENT FOR MECHANICAL AND PHYSICAL-TECHNICAL PROCESSING**

DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.139.72>

**КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЖЁСТКОСТИ НАПРЯЖЕННОГО  
СОСТОЯНИЯ МАЛОГАБАРИТНЫХ СТАНИН ИЗ СОРТОВОГО ПРОКАТА ДЛЯ МАЛОГАБАРИТНЫХ ЧПУ-  
СТАНКОВ С АРМИРУЮЩИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ**

Научная статья

**Воронов Р.Д.<sup>1,\*</sup>, Левашкин Д.Г.<sup>2</sup>, Семдянов И.Н.<sup>3</sup>, Соколов В.В.<sup>4</sup>, Почекуев А.И.<sup>5</sup>**

<sup>1, 2, 3, 4, 5</sup>Тольяттинский государственный университет, Тольятти, Российская Федерация

\* Корреспондирующий автор (smr.rom[at]yandex.ru)

**Аннотация**

Цель данной статьи состоит в теоретическом обосновании с точки зрения жесткости возможности изготовления из сортового проката одной из несущих частей разработанной ранее синтеграновой станины с нагруженными армирующими элементами. В частности, рассматриваются торцевые стальные плиты станины и их боковые призматические колонны. В настоящей статье проведено сравнение жесткости торцевых плит станины станка в случаях использования в их конструкции монолитных колонн и в случае применения колонн из проката. Сравнение жесткости проведено посредством моделирования в системе автоматизированного проектирования «САТИА», условия наложения связей в которой обосновываются технологией изготовления станины. Показывается, что даже случай использования сварных колонн, состоящих из проката с предельно малой стороной квадрата в торцевых плитах станины, приводит к не критическому снижению жесткости конструкции торцов, ввиду их особой геометрии и направления вектора приложенной силы. Таким образом, научная новизна работы следует из нового способа изготовления и состоит в исследовании и численной оценке нового варианта по изготовлению торцевых элементов разработанной ранее конструкции станины, в частности из проката, и обосновании его применимости с позиции жесткости.

**Ключевые слова:** жесткость, настольный ЧПУ-станок, прокат, станина.

**FINITE ELEMENT MODELLING OF STIFFNESS PARAMETERS OF STRESSED STATE OF SMALL-SIZE  
STEEL PLATES FROM LONG PRODUCTS FOR SMALL-SIZE CNC MACHINE TOOLS WITH REINFORCING  
ELEMENTS**

Research article

**Voronov R.D.<sup>1,\*</sup>, Levashkin D.G.<sup>2</sup>, Semdyanov I.N.<sup>3</sup>, Sokolov V.V.<sup>4</sup>, Pochekuev A.I.<sup>5</sup>**

<sup>1, 2, 3, 4, 5</sup>Togliatti State University, Tolyatti, Russian Federation

\* Corresponding author (smr.rom[at]yandex.ru)

**Abstract**

The aim of this article is to theoretically substantiate, from the point of view of stiffness, the possibility of manufacturing one of the load-bearing parts of a previously developed syntagranic frame with loaded reinforcing elements from long steel bars. In particular, the steel end plates of the bed and their lateral prismatic columns are examined. In the present work, a comparison of the stiffness of the machine frame end plates has been carried out when monolithic columns are used in their construction and when rolled columns are applied. The stiffness comparison is carried out by means of modelling in the computer-aided design system "САТИА", the conditions of bonding in which are substantiated by the frame manufacturing technology. It is shown that even the case of using welded columns, consisting of rolled steel with minuscule side square in the end plates of the bed, leads to a non-critical reduction in the stiffness of the design of the ends, due to their special geometry and the direction of the vector of the applied force. Thus, the scientific novelty of the work follows from the new method of manufacturing and consists in the study and numerical evaluation of a new variant for manufacturing of end elements of the previously developed frame structure, in particular from rolled steel, and justification of its applicability from the position of stiffness.

**Keywords:** stiffness, table CNC machine, rolled steel, frame.

**Введение**

Вопросы жесткости различных базовых узлов станков с ЧПУ, в особенности наиболее податливых – настольных станков, остаются актуальными ввиду их прямого влияния на достигаемую точность работы оборудования [1, С. 35], [2, С. 10]. При этом, на итоговую жесткость конструкции влияет не только её материал и геометрия, но так же и способ по которому данная конструкция была изготовлена. Так, например, резьбовые соединения зачастую уступают по жесткости и прочности сварным, а сварные конструкции, в свою очередь, менее жесткие, чем цельные и литые [3, С. 235-237]. В этой связи для решения вопросов применения настольных станков ЧПУ облегченной, и достаточно жесткой конструкции актуальны исследования параметров жесткости напряженного состояния их сборных станин, изготовленных с применением различных, например, аддитивных, и (или) традиционных технологий.

В данной работе выполнен анализ варианта изготовления торцевых плит сборной станины из сортового проката посредством его резания и приваривания призматических элементов (цельных), для снижения себестоимости, причем

для проведения численной оценки был принят наиболее неблагоприятный, предельный вариант конструкции призмы, когда она изготовлена сварной из нескольких отрезков проката.

Настоящая работа является логическим продолжением и углублением ранее опубликованной статьи, где представлена конструкция станины с нагруженными армирующими элементами, схема армирования и общая технология её изготовления [4]. Таким образом, цель работы заключается в описании и анализе нового способа изготовления предложенных в предыдущей работе торцовых плит станины, а также в сравнительной оценке его применимости, в первую очередь на предмет обеспечиваемой жесткости. Теоретическая значимость работы состоит в углублении тематики поиска, разработки и анализа различных подходов по изготовлению предложенной конструкции станины с напряженными армирующими элементами для настольных станков, что актуально ввиду крайней дороговизны и сложности изготовления монолитного торца станины с призмами – [4]. Кроме того, оценка применимости такой конструкции станин, позволит перейти к разработке аддитивной технологии их изготовления, как инновационной технологии. Данные решения в настоящее время находятся на этапе патентования.

Метод конечно-элементного моделирования параметров жесткости широко используется при исследовании различных металлических конструкций [5, С. 3-5], [6, С. 55-65], [7, С. 232-235]. В этой работе данный метод является предпочтительным ввиду сложности геометрии конструкции и её неоднородности в случае сварных колонн.

#### **Описание способа изготовления торцов станины с применением проката, обоснование условий нагружения и моделирование предельной сварной конструкции на жесткость**

Перед переходом к непосредственному объекту исследования, обратимся к конструкции станины (см. рис. 1), в которой используются рассматриваемые торцы. Конструкция станины состоит из двух стальных торцов 1, стянутых армирующими элементами 2 круглого сечения диаметром от 15 до 35 мм. Армирующие элементы упруго растянуты, закреплены контргайками 3 и, поэтому, обеспечивают жесткость стальной конструкции. Все прочее пространство заполнено полимербетоном. Более подробно конструкция, её обоснование, значимость и технология изготовления изложена в работе – [4].

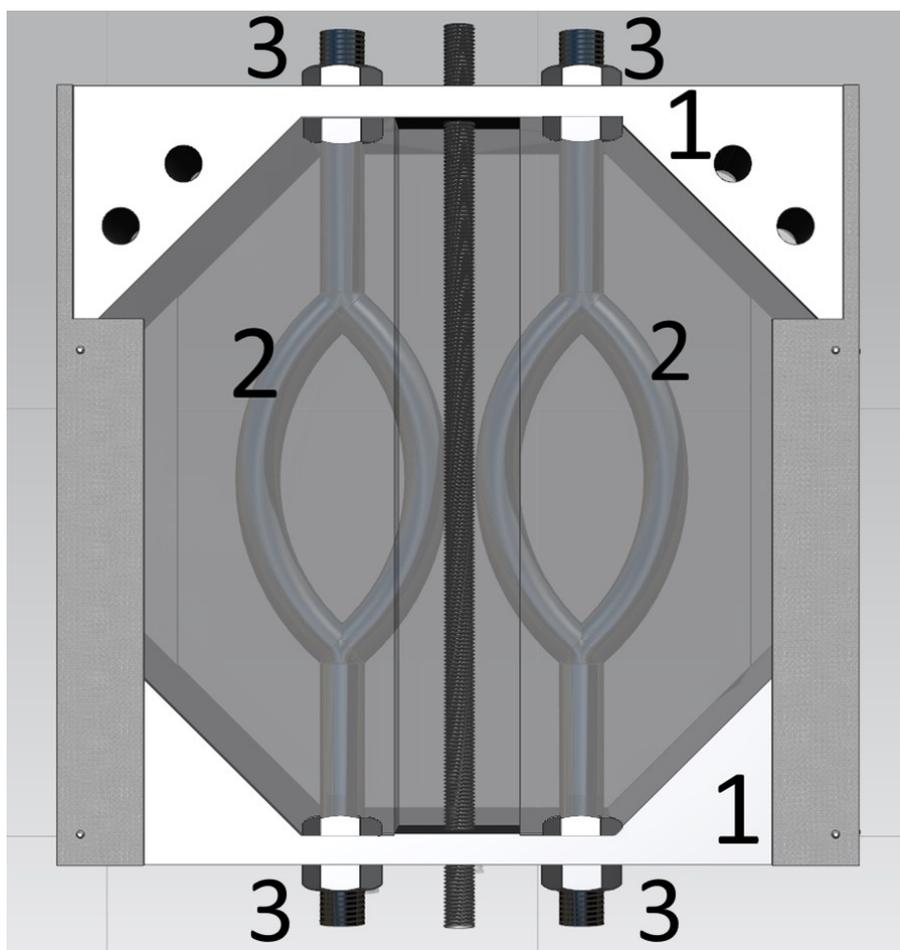


Рисунок 1 - Общая конструкция станины:

1 – торцевые плиты станины; 2 – армирующие элементы (нагруженные); 3 – системы контргайек

DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.139.72.1>

*Примечание: вид сверху*

Рассматриваемые торцы разработанной станины (см. рис. 2), как уже отмечалось ранее, имеют призматические выступы по краям, техническая значимость которых подробно описана в предыдущей работе – [4]. Одним из упомянутых вариантов их изготовления являлась комбинация операций резки хлыстов проката. Существование этого альтернативного варианта изготовления конструкции обусловлено дороговизной исходного варианта, где колонны и торец являются одним литым блоком, требующим обильной механической обработки.

Для изготовления торцевых плит согласно предложенному методу предполагается использовать сортовой квадратный прокат по ГОСТ 2591-2006. Наиболее технологичным решением для реализации на практике, разумеется, будет применение проката с наибольшей стороной квадрата, а именно 120 – 150 мм, что соответствует габаритному размеру рассматриваемой призмы – [4].

Однако, поскольку в теоретических расчетах необходимо учитывать предельный вариант, (т.е. вариант, приводящий к наименьшей жесткости), то в рамках данного исследования рассмотрим один из самых неблагоприятных, нетехнологичных вариантов и примем для моделирования сварную призму из проката, сторона которого равна лишь 10 мм. Площадь его сечения составляет 1 см<sup>2</sup>. Площадь же поперечного сечения одной треугольной призмы станины может варьироваться от 72 см<sup>2</sup> до 112,5 см<sup>2</sup>. Важно отметить, что использование на практике данного размера проката не подразумевается и рассмотрено лишь в качестве наихудшего по жесткости случая для нашего моделирования. В практической реализации, как отмечено выше, рационально использовать цельную призму, получаемую из проката с большим поперечным сечением.

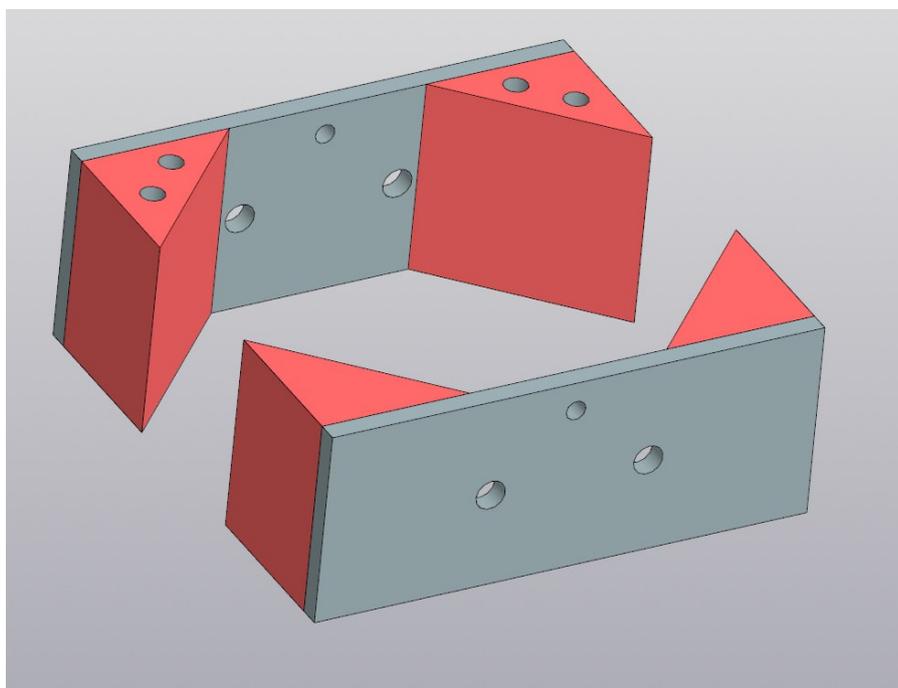


Рисунок 2 - Торцы станины  
DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.139.72.2>

*Примечание: красным отмечены рассматриваемые цельные треугольно-призматические колонны*

Согласно предлагаемому способу изготовления, изначально хлыст крупного проката (со стороной 120-150мм), представляющий собой прямоугольную призму, разрезается по диагонали. В результате чего, после диагональной резки хлыста, будет получено две треугольные призмы необходимого габарита, что и требуется для одного торца станины. Такая треугольная призма цельная и, фактически, обеспечивает максимальную жесткость в контексте сварной конструкции, поскольку не имеет ни одного сварного шва, помимо тех, которые обеспечивают её соединение с пластиной (см. рис. 2). Таким образом, на всю станину необходимо изготовление четырех таких треугольных призм, что соответствует одному хлысту проката со стороной квадрата 120 – 150 мм длиной 400 мм.

Итак, при рассмотрении наихудшего предельного случая использования проката, принимаем случай сварной призмы. Неизбежно требуются некоторые упрощения для моделирования, с рядом введённых допущений. В настоящем исследовании для представления в расчетной модели сварных швов между отрезками малого проката 3, нами были использованы цилиндрические тела 1, а сформированные при этом пустоты 2 призваны учесть не только пористости, сторонние включения в сварном шве и прочие внутренние дефекты, но так же и имитировать призму, полученную аддитивно (для дальнейших исследований) (см. рис. 3). На рисунке 3 изображена расчетная модель сварной призмы, содержащей высокую концентрацию сварных швов на единицу площади.

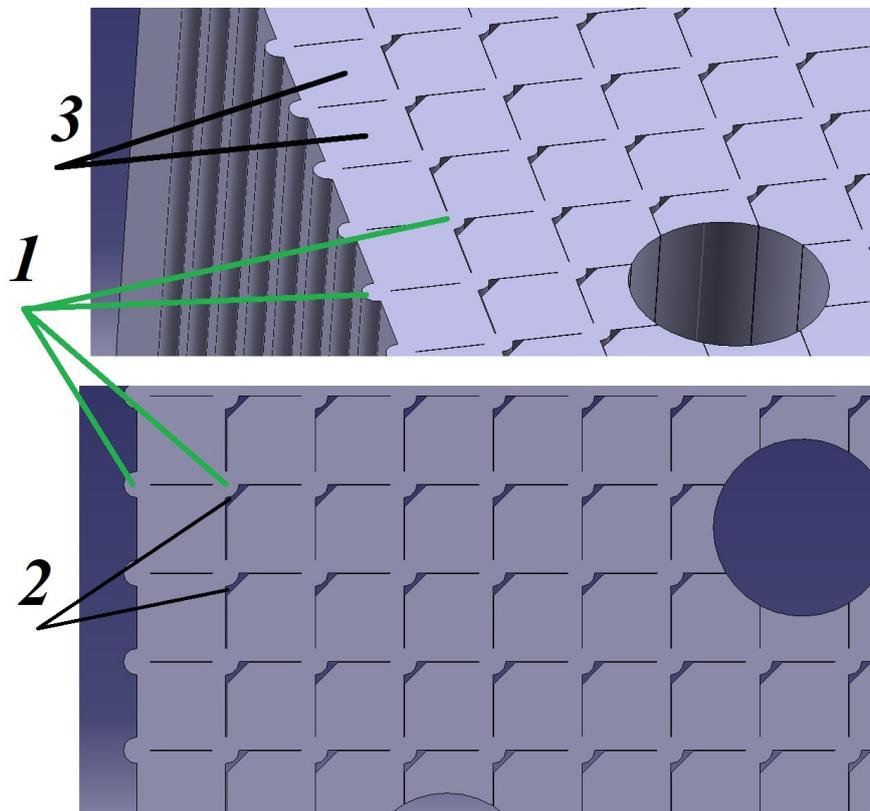


Рисунок 3 - Структура тела, моделирующего предельную сварную призму:  
 1 – сварные швы; 2 – пустоты; 3 – отрезки квадратного проката малого сечения  
 DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.139.72.3>

Ещё одним важным условием при моделировании является корректное наложение связей (граничных условий) на испытываемое тело [8, С. 7-8]. Место установки жесткой заделки на теле определяется её зафиксированными поверхностями на момент приложения возмущающей силы. Согласно [4] заделка должна находиться в нижней центральной части торцевой плиты станины. В нашем случае, возмущающими силами являются упругие силы сжатия, созданные в армирующих элементах станины, которые через системы контргаяк действуют непосредственно на её торец. Величина этих сил – 6кН. Вектор действия силы ориентирован перпендикулярно торцевой пластине станины и направлен вовнутрь, по направлению ко второй торцевой плите. Данный факт так же проистекает из технологии изготовления станины и взаимной ориентации сопрягаемых элементов.

Итак, для наглядного отображения и обоснования как направления, места приложения возмущающих сил (см. рис. 4(б, в)), так и места установки заделки (см. рис. 4(а)), ниже представлена иллюстрация закрепления торцов станины при установке в них нагруженных армирующих элементов. Стрелками обозначены векторы действия сил сжатия в армирующих элементах.

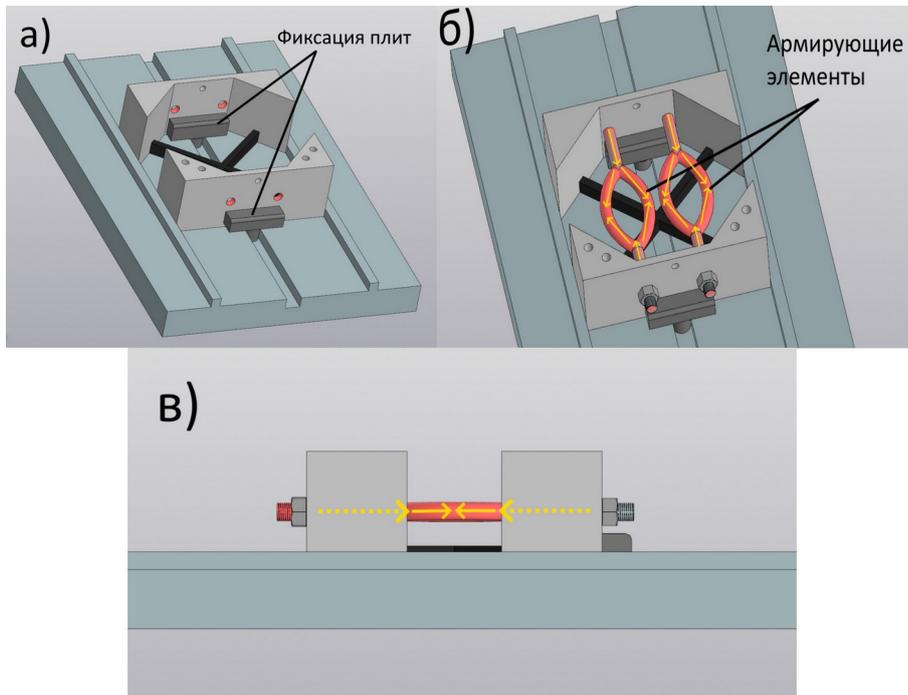


Рисунок 4 - Обоснование мест установки заделки и приложения сил:

а - расположение фиксирующих элементов относительно торцевых плит станины; б, в - места приложения и направление возмущающих сил F

DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.139.72.4>

Имея обоснованные предложенной ранее технологией и конструкцией внешние силы и связи, перенесём их на созданную модель торцевой монолитной и сварной плиты. Проведем два испытания (расчета) на жесткость, где изменяется лишь структура треугольных призм, оставляя все прочие вводные неизменными ввиду указанных выше причин.

При расчете значений жесткостей конструкций, введём в формулу (3) поправочный коэффициент заполнения сварной призмы. Выведем общую методику определения коэффициента  $k$ , исходя из параметров, обозначенных на рисунке 5. Для этого, определим площадь поперечного сечения отрезка проката с учетом полости  $S_{\text{сеч}}$  двумя способами – через длину стороны полости и через длину стороны проката, но с введением дополнительного множителя  $k_0$ , показывающего, во сколько раз длина  $a_1$  отличается от длины  $a$ . Тогда, имеем:

$$S_{\text{сеч}} = S - S_1 = a^2 - 0,5a_1^2 = a^2 - 0,5k_0^2a^2$$

отсюда,

$$\begin{aligned} a^2 - a_1^2 &= a^2 - (k_0a)^2 \\ -a_1^2 &= -(k_0a)^2 \\ k_0 &= a_1/a \end{aligned}$$

отсюда, искомый коэффициент  $k$ :

$$k = 1 - k_0 = 1 - a_1/a \tag{1}$$

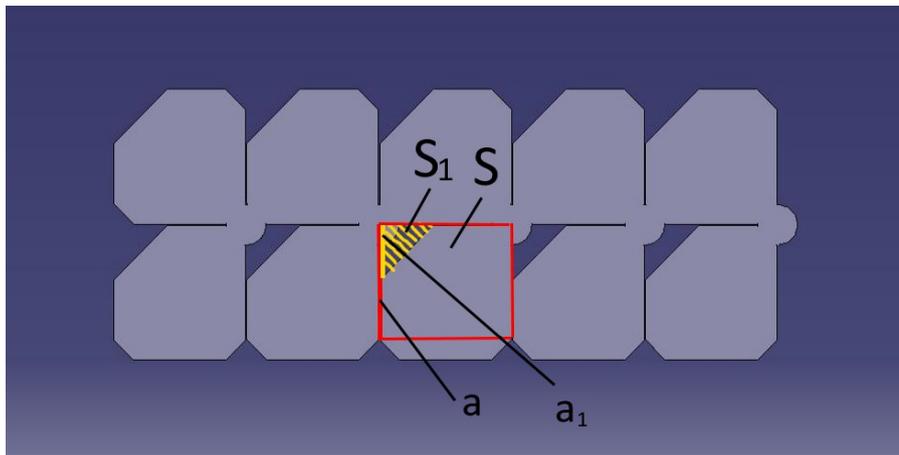


Рисунок 5 - Фрагмент предельной сварной призмы из малого проката:  
 $a$  – длина стороны отрезка;  $a_1$  – длина стороны полости  $S$  и  $S_1$  – Площади отрезка и полости соответственно  
 DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.139.72.5>

Итак, коэффициент в общем случае определяется как разница между единицей и соотношением длин сторон  $a_1$  к  $a$  (см. рис. 5). Коэффициент  $k$ , фактически, учитывает меру заполнения сварной конструкции материалом. В нашем расчете, при размерах проката, используемого для моделирования предельного случая, коэффициент  $k$  согласно формуле (1) равен:

$$k = 1 - a_1/a = 1 - 2,8/10 = 0,72$$

#### Основные результаты

По результатам моделирования получим величины перемещений в различных точках тела в обоих случаях. Поскольку предметом данного исследования является жесткость конструкций, то примем во внимание лишь максимальные значения полученных перемещений и, зная величину приложенных сил, рассчитаем значения жесткости для их оценки. Результаты проведенных расчетов, на основе описанных выше вводных условий, представлены ниже (см. рис. 6, 7).

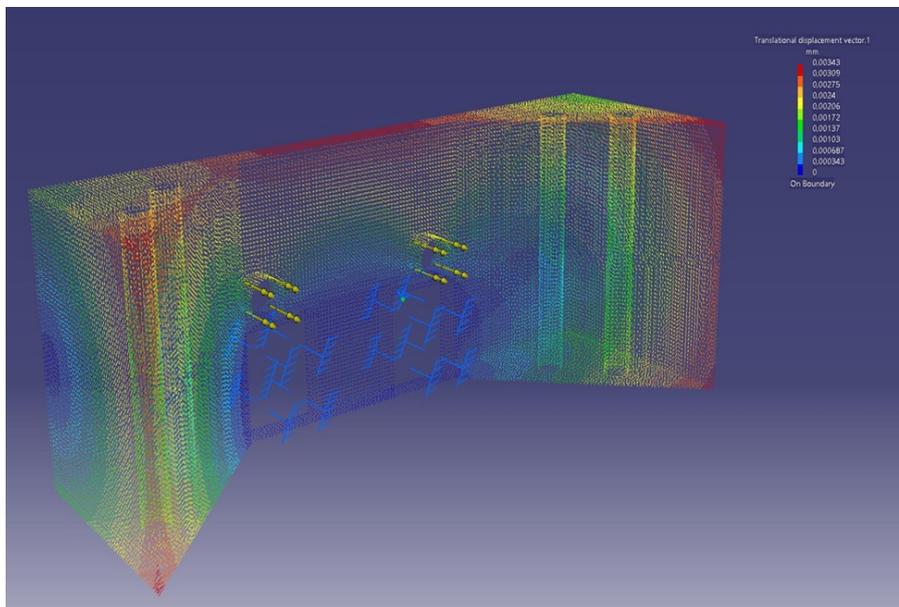


Рисунок 6 - Результат расчёта на жесткость методом конечных элементов монолитной конструкции торца станины  
 DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.139.72.6>

Как видно из результатов расчёта, максимальное перемещение в случае монолитной конструкции торца составило 0,00343 мм. Полученное значение, как и предполагалось, является удовлетворительным для конструкции станины. Рассчитаем значение жесткости для данного случая  $j_1$ , пользуясь известной формулой, выводимой из определения жесткости [9, С. 11]:

$$j_1 = F/x_1 = 6000/0,00343 = 1749271,14 \text{ [Н/мм]} \quad (2)$$

где,  $F$  – величина прикладываемой к конструкции внешней силы  
 $x_1$  – величина перемещений, полученных в результате расчета

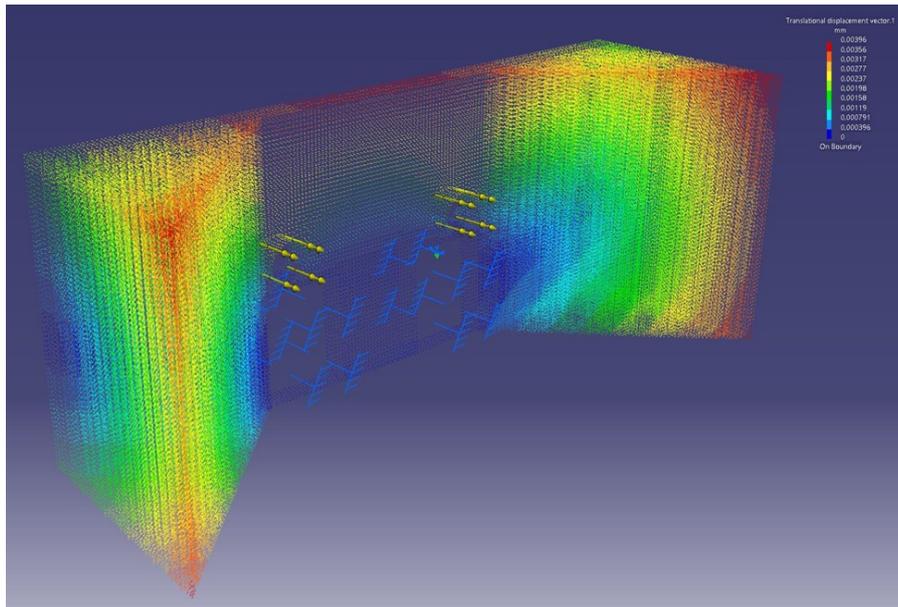


Рисунок 7 - Результат расчёта на жесткость методом конечных элементов конструкции торца станины со сварными призмами из малого проката

DOI: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2024.139.72.7>

*Примечание: предельные призмы*

По результатам расчёта конструкции, изготовленной с рассматриваемыми сварными призмами, наибольшее значение вызванных перемещений – 0,00396 мм. Такая величина перемещений так же является приемлемой для конструкции предложенной станины. Рассчитаем значение жесткости для данного случая  $j_2$ , учитывая введённый ранее коэффициент  $k$ :

$$j_2 = k \cdot F / x_2 = 0,72 \cdot 6000 / 0,00396 = 1090909,1 \text{ [Н/мм]} \quad (3)$$

где,  $F$  – величина прикладываемой к конструкции внешней силы

$x_2$  – величина перемещений, полученных в результате расчета

$k$  – коэффициент, учитывающий контактную площадь

В соответствии со сделанными предположениями и логикой, сварная конструкция обладает меньшей жесткостью, чем монолитная, однако перемещения в обоих случаях достаточно малы. Для наглядной сравнительной оценки жесткостей двух конструкций рассчитаем относительную потерю жесткости (в процентах) при замене литой конструкции на сварную по формуле (4):

$$\Delta = (j_1 - j_2) / j_1 \cdot 100\% = (1749271,14 - 1090909,1) / 1749271,14 \cdot 100\% = 37,64\% \quad (4)$$

**Обсуждение**

Итак, соответственно проведенному исследованию, при рассмотрении предельного случая предложенного способа изготовления призм для торцов станины из сортового проката, жесткость торцевой плиты снижается приблизительно на 38%. Такое снижение жесткости не является критическим для конструкции ввиду малых абсолютных перемещений. Более того, принимая во внимание тот факт, что был намеренно промоделирован предельный случай составной (сварной) призмы, содержащий высокую концентрацию сварных швов в её объеме, можно утверждать, что предлагаемая практическая реализация конструкции с цельным прокатом большего сечения (без сварных швов в объеме), с запасом обеспечит необходимую жесткость конструкции.

Столь низкий процент снижения жесткости, полученный по результатам моделирования, объясняется сразу несколькими факторами. Во-первых, это не совершенство математических моделей как таковых, в том числе и построенная нами для расчёта модель не учитывает всех дефектов сварных швов и отрезков проката. Во-вторых, сама геометрия конструкции торцов станины изначально предусматривала возможность изготовления методом сварки. В-третьих, модель не учитывала наличие внутренних напряжений в конструкции, векторы направления которых могли бы совпасть с вектором перемещений.

К плюсам рассмотренного метода изготовления, помимо обеспечения высокой жесткости, можно отнести применение стандартного квадратного проката ГОСТ, его относительную дешевизну, вариативность размеров и доступность. Так же, поскольку метод заключается лишь в диагональной резке и приваривании этого проката к торцевой пластине, то номенклатура инструмента для изготовления конструкции ограничивается сварочным аппаратом и отрезной пилой (либо отрезной станок).

Важно отметить, что рассмотренный в данной работе способ обладает и рядом минусов. Во-первых, при приваривании призмы к торцевой пластине невозможно обеспечить высокую точность итоговой детали, что может оказаться критично для такого ответственного узла станка как станина. Более того, в случае обеспечения точности при сварке, после окончания процесса в конструкции будут иметь место остаточные напряжения, что потенциально может привести к изменению её геометрии или разрушению в случае релаксации напряжений [10, С. 81], [11, С. 43-44].

Причиной же, ввиду которой в тексте статьи предлагается реализовывать на практике именно цельные, а не сварные призмы, является наличие нижнего предела величины сечения проката, при достижении которого изготовление призмы становится не только трудоемким, но и невозможным ввиду появления при сварке трещин в шве и прилегающей к нему зоне. Полученные при этом остаточные напряжения приведут к разрушению конструкции. Соответственно, можно сделать однозначный вывод о нецелесообразности использования сварных призм (т.е. проката, сторона которого меньше, чем габаритная ширина призмы).

### Закключение

Таким образом, предложенный вариант изготовления торцов синтеграновой станины с нагруженными армирующими элементами, является применимым, требует относительно низких затрат на материалы (сортовой прокат) и применяемый инструмент, а так же обеспечивает высокую жесткость для конструкции, но является ситуативным ввиду ряда обозначенных выше недостатков.

### Конфликт интересов

Не указан.

### Рецензия

Все статьи проходят рецензирование. Но рецензент или автор статьи предпочли не публиковать рецензию к этой статье в открытом доступе. Рецензия может быть предоставлена компетентным органам по запросу.

### Conflict of Interest

None declared.

### Review

All articles are peer-reviewed. But the reviewer or the author of the article chose not to publish a review of this article in the public domain. The review can be provided to the competent authorities upon request.

### Список литературы / References

1. Баранов В.Д. Исследование жесткости рабочего органа фрезерного станка по осям при использовании метода статической нагрузки / В.Д. Баранов // Приоритетные направления инновационной деятельности в промышленности. — 2020. — С. 35.
2. Каминская В.В. Станины и корпусные детали металлорежущих станков / В.В. Каминская, З.М. Левина, Д.Н. Решетов. — Рипол Классик, 2013. — С.10.
3. Гарифуллин Р.Р. Соединение деталей машин / Р.Р. Гарифуллин // Аллея науки. — 2020. — Т. 2. — №. 5. — С. 235-237.
4. Воронов Р.Д. Повышение точности настольных станков с ЧПУ путем применения нагруженных армирующих элементов в их станине / Р.Д. Воронов, Д.Г. Левашкин, Д.Ю. Воронов // Международный научно-исследовательский журнал. — 2023. — №3
5. Вершинский А.В. Расчет металлических конструкций подъемно-транспортных машин методом конечных элементов / А.В. Вершинский [и др.] — Брянск: РИО БГУ, 2015.— С. 3-5
6. Сазонова С.А. Расчет смешанным методом статически неопределимых рам с элементами повышенной жесткости и численная проверка результатов расчетов с помощью метода конечных элементов / С.А. Сазонова, В.Ф. Асминин, А.В. Звягинцева // Моделирование систем и процессов. — 2021. — Т. 14. — №. 2. — С. 55-65.
7. Чалимов В.И. Проверка на прочность подвижной опоры нефтепровода методом конечных элементов / В.И. Чалимов, А.Ш. Нурулаев, Л.В. Фетисова // Арктика: современные подходы к производственной и экологической безопасности в нефтегазовом секторе. — 2023. — С. 232-235.
8. Трушин С.И. Метод конечных элементов. Теория и задачи / С.И. Трушин. — М.: АСВ, 2008. — С. 7-8.
9. Куклин Н.Г. Детали машин / Н.Г. Куклин, Г.С. Куклина, В.К. Житков. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2022. — 512 с.
10. Сапожников С.Б. Релаксация сварочных напряжений при помощи глубокого пластического деформирования / С.Б. Сапожников, С.С. Загребельный, А.А. Шакиров // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Машиностроение. — 2013. — Т. 13. — №. 2. — С. 81
11. Бевз А.В. Величина остаточных напряжений в зоне сварного шва 09Г2С / А.В. Бевз // X Всероссийская научная конференция с международным участием «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики-2020». — 2021. — С. 43-44.

### Список литературы на английском языке / References in English

1. Baranov V.D. Issledovanie zhestkosti rabocheho organa frezernogo stanka po osjam pri ispol'zovanii metoda statcheskoj nagruzki [Research Of The Rigidity Of The Working Body Of A Milling Machine Along The Axis When Using The Static Load Method] / V.D. Baranov // Prioritetnye napravlenija innovacionnoj dejatel'nosti v promyshlennosti [Priority Directions of Innovative Activity in Industry]. — 2020. — P. 35. [in Russian]
2. Kaminskaja V.V. Staniny i korpusnye detali metallorezhushhjih stankov [Beds and Body Parts of Metal-Cutting Machines] / V.V. Kaminskaja, Z.M. Levina, D.N. Reshetov. — Rapol Klassik, 2013. — P.10. [in Russian]
3. Garifullin R.R. Soedinenie detalej mashin [Connection of Machine Parts] / R.R. Garifullin // Alleja nauki [Alley of Science]. — 2020. — Vol. 2. — №. 5. — P. 235-237. [in Russian]

4. Voronov R.D. Povyshenie tochnosti nastol'nyh stankov s ChPU putem primeneniya nagruzhenykh armirujushhih jelementov v ih stanine [Increasing the Accuracy of Desktop CNC Machines through the Use of Loaded Reinforcing Elements in Their Bed] / R.D. Voronov, D.G. Levashkin, D.Ju. Voronov // Mezhdunarodnyj nauchno-issledovatel'skij zhurnal [International Research Journal]. — 2023. — №3 [in Russian]
5. Vershinskij A.V. Raschet metallicheskih konstrukcij pod'emno-transportnyh mashin metodom konechnykh jelementov [Calculation of Metal Structures of Hoisting and Transport Machines Using the Finite Element Method] / A.V. Vershinskij [et al.]— Bryansk: RIO BSU, 2015.— P. 3-5 [in Russian]
6. Sazonova S.A. Raschet smeshannym metodom staticheski neopredelimykh ram s jelementami povyshennoj zhestkosti i chislennaja proverka rezul'tatov raschetov s pomoshh'ju metoda konechnykh jelementov [Mixed Method for Calculating Statically Indeterminate Frames with Elements of Increased Rigidity and Numerical Verification of Calculation Results by the Finite Element Method] / S.A. Sazonova, V.F. Asminin, A.V. Zvjaginceva // Modelirovanie sistem i processov [Modeling of Systems and Processes]. — 2021. — Vol. 14. — №. 2. — P. 55-65. [in Russian]
7. Chalimov V.I. Proverka na prochnost' podvizhnoj opory nefteprovoda metodom konechnykh jelementov [Checking the Strength of a Mobile Support of an Oil Pipeline Using the Finite Element Method] / V.I. Chalimov, A.Sh. Nurulaev, L.V. Fetisova // Arktika: sovremennye podhody k proizvodstvennoj i jekologicheskoj bezopasnosti v neftegazovom sektore [Arctic: Modern Approaches to Ensuring Industrial and Environmental Safety in the Oil and Gas Industry]. — 2023. — P. 232-235. [in Russian]
8. Trushin S.I. Metod konechnykh jelementov. Teorija i zadachi [Finite Element Method. Theory and Tasks] / S.I. Trushin. — M.: ASV, 2008. — P. 7-8. [in Russian]
9. Kuklin N.G. Detali mashin [Machine Parts] / N.G. Kuklin, G.S. Kuklina, V.K. Zhitkov. — Moscow: KURS : INFRA-M, 2022. — 512 p. [in Russian]
10. Sapozhnikov S.B. Relaksacija svarochnykh naprjazhenij pri pomoshhi glubokogo plasticheskogo deformirovanija [Relaxation of Welding Stresses by the Method of Deep Plastic Deformation] / S.B. Sapozhnikov, S.S. Zagrebel'nyj, A.A. Shakirov // Vestnik Juzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Serija: Mashinostroenie [Bulletin of the South Ural State University. Series: Mechanical Engineering]. — 2013. — Vol. 13. — №. 2. — P. 81 [in Russian]
11. Bezv A.V. Velichina ostatochnykh naprjazhenij v zone svarnogo shva 09G2S [Values of Residual Stress in the Weld Zone 09G2S] / A.V. Bezv // X Vserossijskaja nauchnaja konferencija s mezhdunarodnym uchastiem «Aktual'nye problemy sovremennoj mehaniki sploshnykh sred i nebesnoj mehaniki-2020» [X All-Russian Scientific Conference with International Participation “Current Problems of Modern Continuum Mechanics and Celestial Mechanics-2020”]. — 2021. — P. 43-44. [in Russian]