

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОФИЛЯ ЗУБА ЧЕРВЯЧНОГО КОЛЕСА В ЧЕРВЯЧНОЙ ПЕРЕДАЧЕ
ТОРОИДАЛЬНОГО ПРОФИЛЯ

Научная статья

Тимофеев Н.А.^{1,*}

¹ ORCID : 0009-0005-1763-3079;

¹ Уралмашзавод, Екатеринбург, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (timofeevna87[at]gmail.com)

Аннотация

В статье описывается способ определения контактных и профилирующих инструментом червячной фрезой точек червячного колеса в зависимости от исходного профиля производящего контура. В технических справочниках по проектированию червячных передач вогнутого тороидального профиля геометрический расчет профиля зуба червячного колеса ведется с определения контактных линий и поверхности зацепления червяка и червячного колеса, опуская из расчета производящий инструмент – червячную фрезу. Данное упрощение снижает качество изготавливаемой передачи. Профиль фрезы, профилирующей червячное колесо, должен иметь первостепенную роль в геометрическом расчете передачи, так как образует рабочую поверхность зуба. Для определения координат точек профиля зуба колеса, сопряженных с соответствующими точками профиля фрезы, используем метод профильных нормалей. Рассмотренная в статье методика позволит упростить выбор оптимальных параметров червячной передачи тороидального профиля на производстве, оптимизировать выбор профилирующей червячной фрезы и повысить точность геометрического расчета червячной пары.

Ключевые слова: червячная передача тороидального профиля, уравнение поверхности червячного колеса, полюс зацепления, ось зацепления.

A METHOD FOR DETERMINING THE GEAR PROFILE OF A WORM DRIVE IN A TOROIDAL WORM
TRANSMISSION

Research article

Timofeev N.A.^{1,*}

¹ ORCID : 0009-0005-1763-3079;

¹ Uralmash, Ekaterinburg, Russian Federation

* Corresponding author (timofeevna87[at]gmail.com)

Abstract

This article describes a method for determining the contact and profiling points of a worm wheel by a worm gear tool, depending on the original profile of the production contour. In technical manuals on design of worm gears of toroidal concave profile, geometric calculation of worm wheel gearing profile is carried out from determination of contact lines and meshing surface of worm and screw wheel, omitting from calculation the producing tool – worm milling cutter. This simplification reduces the quality of the gear production. The profile of the cutter profiling the worm wheel should have a primary role in the geometric calculation of the gear, since it forms the working surface of the gear. To determine the coordinates of wheel gear profile points mating with the corresponding cutter profile points, the method of profile normals is used. The discussed methods will simplify the selection of optimal parameters of toroidal profile worm gear in production, optimize the selection of profiling worm cutter and improve the accuracy of geometric calculation of the worm gear pair.

Keywords: toroidal worm gear, worm wheel surface equation, pitch point, instant axis.

Введение

В червячных передачах для обеспечения полного контакта поверхностей зубцов червяков и червячных колес необходимо технологическим путем реализовать идентичность червячной фрезы и червяка. Это может быть достигнуто, если чистовое нарезание зубьев червячных колес производится червячной фрезой, спрофилированной так же, как и червяк передачи [1]. Но ввиду того, что червячная фреза должна обладать режущими кромками для обеспечения резания, участками затыловки для образования заднего угла, винтовой стружечной канавкой и прочими технологическими конструктивами, то приходится постоянно проверять на сколько профиль фрезы отличается от заданного. Эти отличия кардинальным образом меняют исходный червяк и колесо, изготовленное этим инструментом. Поэтому очень важно определить координаты точек профилей и сравнить их, что в дальнейшем покажет точки интерференции, подрезания, взаимооггибаемые участки и прочие элементы сопряжений.

Основная часть

Для определения координат точек профиля зуба колеса, сопряженных с соответствующими точками профиля червяка, используем метод профильных нормалей. Согласно этому методу, в точке касания двух сопряженных профилей у них есть общая касательная и общая нормаль, которая проходит через полюс зацепления [2]. Схема для определения координат точек профиля зуба колеса и линии зацепления приведена на (рис. 1), где указаны: координаты точек $M(x, z)$ профиля червяка, $M_1(x_L, z_L)$ линии зацепления и $M_2(x_{k1}, z_{k1})$ профиля зуба колеса; начальная прямая (Н.П.) рейки червяка, начальная окружность (Н.О.) колеса, касательная и нормаль к профилю червяка в точке M и координата z_p пересечения нормали с начальной прямой. На схеме (рис. 1) показано сечение плоскостью $y=0$.

Основные результаты

Для определения тангенса угла наклона касательной ($x' = \frac{dx}{dz}$) к профилю червяка в точке $M(x, z)$ используем уравнение шлифовального круга, движущегося по винтовой линии (1):

$$F = \sqrt{[x \cos \varphi + y \sin \varphi - A - k_1 \varphi]^2 + [(-x \sin \varphi + y \cos \varphi) \cos \alpha - (z - p\varphi) \sin \alpha]^2} - A + a - \sqrt{R^2 - [(-x \sin \varphi + y \cos \varphi) \sin \alpha + (z + p\varphi) \cos \alpha - c]^2} = 0. \quad (1)$$

Данное уравнение получено ранее в [3], продифференцировав которое частным образом по x и получим:

$$F_x = \frac{\partial F}{\partial x} = \frac{[x \cos \varphi + y \sin \varphi - (A - k\varphi)] \cos \varphi - [(-x \sin \varphi + y \cos \varphi) \cos \alpha - (z - p\varphi) \sin \alpha] \sin \varphi \cos \alpha}{\sqrt{[x \cos \varphi + y \sin \varphi - (A - k\varphi)]^2 + [(-x \sin \varphi + y \cos \varphi) \cos \alpha - (z - p\varphi) \sin \alpha]^2}} - \frac{[(-x \sin \varphi + y \cos \varphi) \sin \alpha + (z - p\varphi) \cos \alpha - c] \sin \varphi \sin \alpha}{\sqrt{R^2 - [(-x \sin \varphi + y \cos \varphi) \sin \alpha + (z - p\varphi) \cos \alpha - c]^2}} \quad (2)$$

$$F_z = \frac{\partial F}{\partial z} = - \frac{[(-x \sin \varphi + y \cos \varphi) \cos \alpha - (z - p\varphi) \sin \alpha] \sin \alpha}{\sqrt{[x \cos \varphi + y \sin \varphi - (A - k\varphi)]^2 + [(-x \sin \varphi + y \cos \varphi) \cos \alpha - (z - p\varphi) \sin \alpha]^2}} + \frac{[(-x \sin \varphi + y \cos \varphi) \sin \alpha + (z - p\varphi) \cos \alpha - c] \cos \alpha}{\sqrt{R^2 - [(-x \sin \varphi + y \cos \varphi) \sin \alpha + (z - p\varphi) \cos \alpha - c]^2}}. \quad (3)$$

Известно, что $x' = -\frac{F_z}{F_x}$. Уравнение нормали к профилю червяка в точке запишется в виде: $x - x_M = -\frac{z - z_M}{x'}$, из которого при $x = \frac{d_{HЧ}}{2}$ определим координату z_n пересечения нормали с начальной прямой [4]:
 $z_n = -x' \cdot (\frac{d_{HЧ}}{2} - x_M) + z_M$.

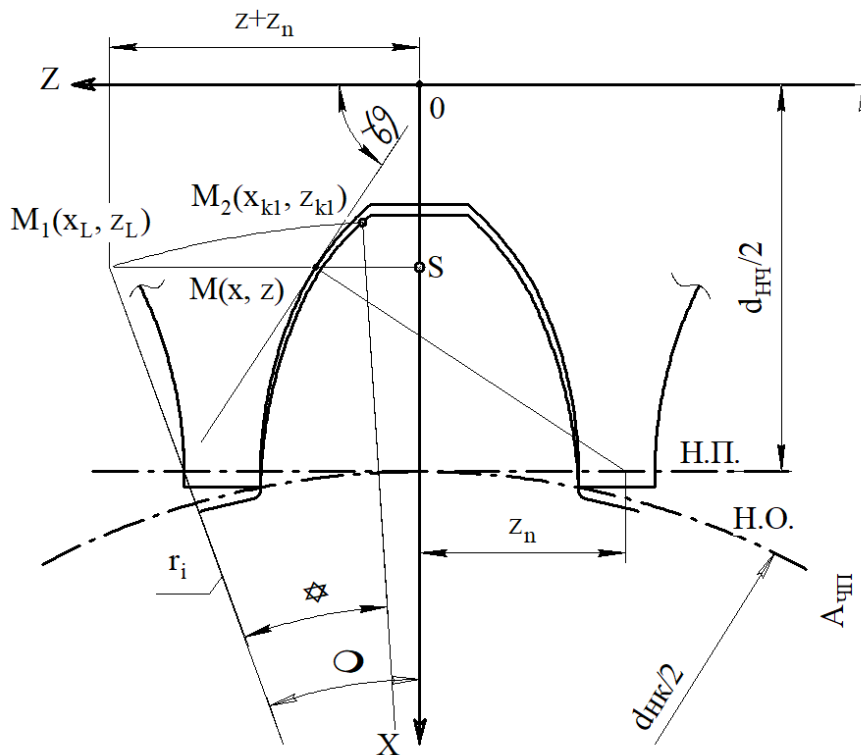


Рисунок 1 - Схема к расчету профиля зуба червячного колеса

Далее согласно схеме на (рис. 1) определяются координаты точек $M_1(x_L, z_L)$ и $M_2(x_{k1}, z_{k1})$:

$$\begin{aligned} x_L &= x_M, \\ z_L &= z_M - z_n, \\ r_i &= \sqrt{(A_{ЧП} - x_L)^2 + z_L^2}, \\ \mu &= \arcsin\left(\frac{z_L}{r_i}\right), \\ \psi &= \frac{2z_n}{d_{HЧ}}, \\ x_{k1} &= A_{ЧП} - r_i \cos(\mu - \psi), \\ z_{k1} &= r_i \sin(\mu - \psi). \end{aligned}$$

Координаты точек бокового профиля зуба червячного колеса в виде укороченной эвольвенты определим согласно схеме, приведенной на (рис. 2), где указаны: h и l – исходное положение уголка вершины зуба червячной фрезы относительно полюса профилирования P ; (x_{k2}, z_{k2}) – координаты точки N_2 профиля (укороченной эвольвенты) зуба колеса; $r_0 = \frac{d_{HK}}{2}$; φ_i – угловой параметр (угол развернутости) [5].

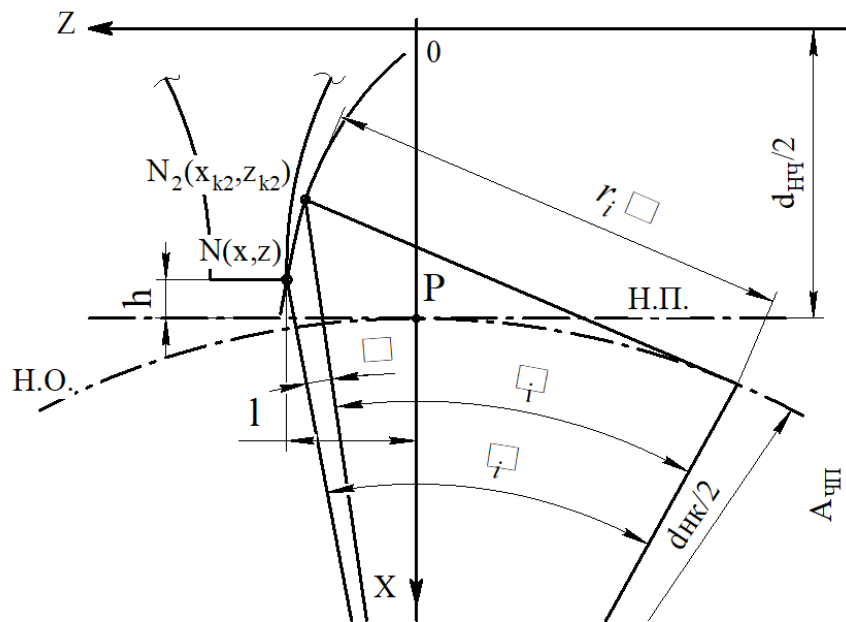


Рисунок 2 - Схема к расчету профиля зуба червячного колеса образованная головкой зуба червячной фрезы

Координаты точки $N_2(x_{k2}, z_{k2})$ определяются в такой последовательности. Задавая значения углового параметра φ_i вычисляем:

$$\alpha_i = \arctg[(r_0\varphi_i + 1)/(r_0 + h)] ,$$

$$r_i = (r_0 + h)/\cos\alpha_i ,$$

$$\tau_i = \alpha_i - \varphi_i ,$$

$$x_{k2} = A_{чп} - r_i \cos\tau_i$$

$$z_{k2} = r_i \sin\tau_i$$

Полученные координаты точек профиля червячного колеса $M_2(x_{k1}, z_{k1})$, и $N_2(x_{k2}, z_{k2})$, образованные разными точками производящего инструмента, необходимо проанализировать и определить огибающий и переходный участки кривой профиля.

Рассмотренная выше методика, позволяет определить профиль червячного колеса, являющегося сопряженным червяку [6], так как все вычисления ведутся для ортогональной передачи в плоскостях, проходящих через ось зацепления и перпендикулярных оси колеса ($y=0, y=1, \dots, y=n$) [7]. Но, как известно [8], точки профилирования червячной фрезы, лежащие на режущей кромке, располагаются на винтовой поверхности, как показано на (рис. 3).

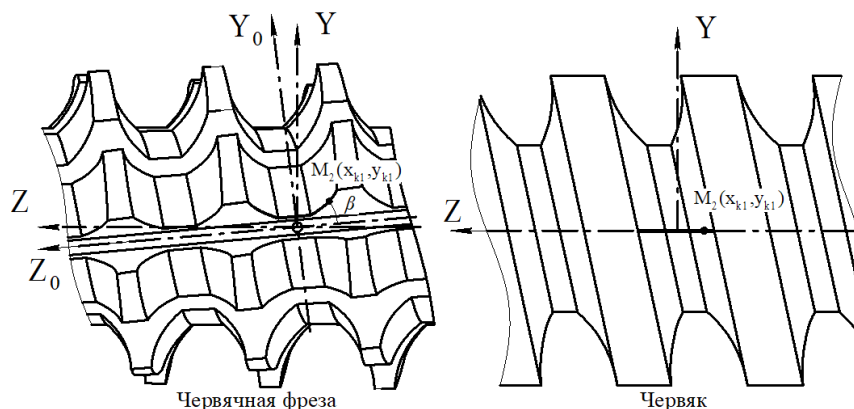


Рисунок 3 - Отличия точек профилирования червяка и червячной фрезы

Из (рис. 3) следует что, для определения профиля зубьев червячного колеса, спрофилированных режущей кромкой червячной фрезы необходимо к уравнениям (1), (2) и (3) добавить величину затылования k_1 , а также «довернуть»

координаты точек режущей кромки до плоскости $y=0$ или перпендикулярным ей плоскостям. Координаты точек x, y, z в уравнениях (1), (2) и (3) преобразуются:

$$\begin{aligned}x &= x_0 \cos \beta - y_0 \sin \beta \\y &= y_0 \cos \beta + x_0 \sin \beta \\z &= z_0 + p\beta\end{aligned}$$

где p – винтовой параметр, β – угол поворота секущей плоскости.

Для примера рассмотрим червячную передачу тороидального профиля с параметрами червяка:

$m=6,3$ мм; $a=42,738$ мм; $c=\pm 21,415$ мм;

$R=30$ мм; $p=3,15$ мм; $\alpha=0,099$ рад;

и червячной фрезы:

$m=6,3$ мм; $z_{10}=1$; $k_1=k/\xi$, $k=5$ мм;

$\xi=45^\circ$; $\alpha=0,099$ рад; $D_k=200$ мм; $a=42,738$ мм;

$c=\pm 21,415$ мм; $R=30$ мм;

Результаты вычислений для левой и правой сторон профилей фрезы, червяка и червячного колеса в 2-х сечениях (при $y=0$ и $y=10$ мм) занесены в (табл. 1, 2) и представлены на (рис. 4, 5).

Таблица 1 - Таблица координат точек профилей фрезы, червяка и червячного колеса при $y=0$

x, мм	Левый профиль $y=0$			Правый профиль $y=0$		
	$Z_{\text{ч}}$, мм	$Z_{\text{чф}}$, мм	$Z_{\text{чк}}$, мм	$Z_{\text{ч}}$, мм	$Z_{\text{чф}}$, мм	$Z_{\text{чк}}$, мм
24	2,626	2,763	-0,111	-2,331	-2,337	0,004
28	5,049	5,128	-0,070	-4,918	-4,912	-0,005
32	6,761	6,807	-0,042	-6,744	-6,733	-0,009
36	7,879	7,902	-0,022	-7,940	-7,926	-0,014

Таблица 2 - Таблица координат точек профилей фрезы, червяка и червячного колеса при $y=10$

x, мм	Левый профиль			Правый профиль		
	$Z_{\text{ч}}$, мм	$Z_{\text{чф}}$, мм	$Z_{\text{чк}}$, мм	$Z_{\text{ч}}$, мм	$Z_{\text{чф}}$, мм	$Z_{\text{чк}}$, мм
24	2,626	2,763	-0,111	-2,331	-2,337	0,004
28	5,049	5,128	-0,070	-4,918	-4,912	-0,005
32	6,761	6,807	-0,042	-6,744	-6,733	-0,009
36	7,879	7,902	-0,022	-7,940	-7,926	-0,014

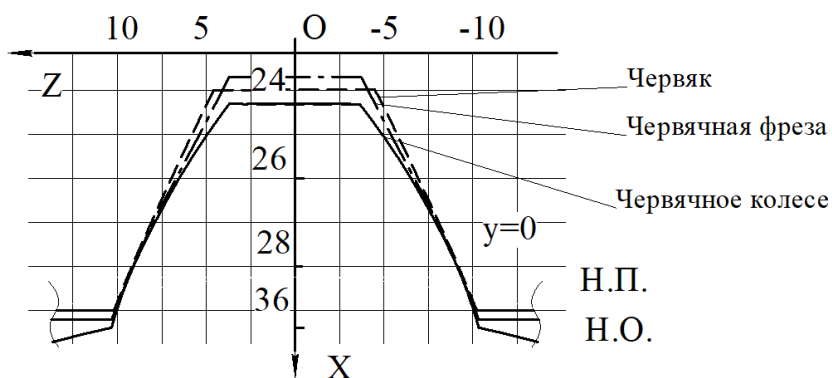


Рисунок 4 - Профили червяка, червячной фрезы и червячного колеса в сечении $y=0$

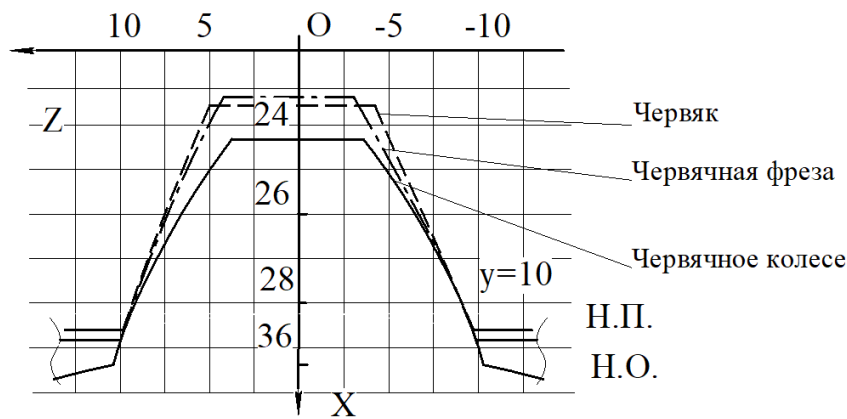


Рисунок 5 - Профили червяка, червячной фрезы и червячного колеса в сечении $y=10$

При анализе табличных и графических данных оказалось, что в сечениях $y=0$ и $y=10$ мм боковой профиль зубьев червячного колеса является огибающим по отношению к профилю червячной фрезы, то есть контактирует при обкатке с соответствующими сопряжёнными точками профиля червяка (рис. 4, 5).

Рассмотрим внешнее сечение $y=21$ мм – правая сторона профиля зубьев червячного колеса тоже является огибающей профиля червяка, а левая сторона профиля зубьев колеса в зацеплении не участвует, и исходя из параметров принятого профиля червяка, формируется только одной точкой профиля червячной фрезы, а именно, уголком вершины зуба, и является укороченной эвольвентой, координаты которой определены и приведены в (табл. 2).

Если же учесть, что наружный диаметр фрезы больше наружного диаметра червяка, вершина витка которого к тому же закруглена, то только по мере износа червячной пары закругленный участок вершины витка червяка сможет контактировать с боковым профилем зубьев червячного колеса. Очевидно, в сечениях между $y=10$ мм и $y=21$ мм будет смешанное формирование левой стороны профиля зубьев червячного колеса: одна зона профиля зуба колеса формируется боковым профилем червячной фрезы и является взаимоогibaющим семейством поверхностей [8], а другая – уголком вершины зуба фрезы. Результатом будет поверхность зуба, зонированная на отдельные участки, в свою очередь имеющие неполный контакт с сопрягаемой поверхностью червяка [9].

Заключение

Исходя из проведенного анализа можно сделать вывод, что червячное колесо при нарезании фрезой, «подобной» червяку [10], но имея технологические отличия: винтовые стружечные канавки, затылование, увеличенный наружный диаметр и пр., подрезает некоторые участки, зоны активных точек зацепления, что в свою очередь приводит к искажению рабочего профиля зуба и ухудшению работы зубчатой пары.

Указанные выше точки подрезания или как их еще называют участки интерференции являются одной из самых основных проблем при проектировании и изготовлении зубчатых передач, производимых по методу центроидного огибания. В то же время решают данные проблемы абсолютно разными методами даже без изменения параметров проектирования. Например, в нашем случае возможен разворот фрезы вокруг оси центрального зуба тем самым увеличивается или уменьшается угол профиля зуба. Данные «развороты» фрезы широко применяются при производстве червячных колес и называются – развалка витка червячного колеса.

Благодарности

Автор выражает благодарность Ничкову Александру Григорьевичу.

Конфликт интересов

Не указан.

Рецензия

Нестеренко Г.А., Омский государственный технический университет, Омск, Российская Федерация

Acknowledgement

The author expresses their gratitude to Aleksandr Grigorievich Nichkov.

Conflict of Interest

None declared.

Review

Nesterenko G.A., Omsk State Technical University, Omsk, Russian Federation

Список литературы / References

1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений / Ф.Л. Литвин — М.: Наука, 1968. — 584 с.
2. Кривенко И.С. Новые типы червячных передач на судах / И.С. Кривенко — М.: Судостроение, 1967. — 255 с.
3. Ничков А.В. Отклонение профилей червяка и червячной фрезы при их формообразовании шлифовальным кругом / А.В. Ничков, А.Г. Ничков // Техника машиностроения №5: Всероссийская НТК «Аэрокосмическая техника и высшие технологии». — Пермь: ПГТУ, 2001. — с. 106-108.
4. Ничков А.В. Влияние параметров шлифовального круга на отклонение тороидальных профилей червяка и червячной фрезы. / А.В. Ничков, Н.А. Тимофеев, А.Г. Ничков // Автоматизация и современные технологии. — 2016. — №5. — с. 8-11.
5. Ничков А.В. Анализ изменения тороидального профиля червячной фрезы при переточках. / А.В. Ничков, Н.А. Тимофеев, А.Г. Ничков // Автоматизация и современные технологии. — 2016. — №8. — с. 3-7.

6. Верховский А.В. Геометрическое моделирование при анализе и синтезе червячных передач общего типа : дис. ... д-ра технических наук : 05.02.18 / Верховский Александр Владимирович. — М.: 2000. — 254 с.
7. Лагунин С.А. Метод экспериментального исследования червячных передач с замкнутыми линиями контакта. / С.А. Лагунин, К.С. Серов, А.В. Верховский // Машиностроение. — 1977. — №6. — с. 56-60.
8. Залгаллер В.А. Достаточный признак существования огибающей характеристик и ребра возврата на огибающей поверхности параметризованного семейства поверхностей. / В.А. Залгаллер, Ф.Л. Литвин // Математика. — 1977. — №3. — с. 178-180.
9. Литвин Ф.Л. Определение огибающих линий контакта взаимноогibaемых поверхностей. / Ф.Л. Литвин // Математика. — 1975. — №10. — с. 47-49.
10. Семенченко И.И. Режущий инструмент / И.И. Семенченко — М.: НТИ, 1944. — 559 с.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Litvin F.L. Teoriya zubchaty'x zaceplenij [Theory of Gears] / F.L. Litvin — М.: Nauka, 1968. — 584 p. [in Russian]
2. Krivenko I.S. Novy'e tipy' chervyachny'x peredach na sudax [New Types of Worm Gears on Ships] / I.S. Krivenko — М.: Sudostroenie, 1967. — 255 p. [in Russian]
3. Nichkov A.V. Otklonenie profilej chervyaka i chervyachnoj frezy pri ih formoobrazovanii shlifoval'ny'm krugom [Deviation of Profiles of a Worm and a Worm Cutter during Their Shaping by a Grinding Wheel] / A.V. Nichkov, A.G. Nichkov // Tekhnika mashinostroeniya №5: Vserossiyskaya NTK «Aerokosmicheskaya tekhnika i vysshie tekhnologii» [Mechanical Engineering Technique №5: All-Russian Scientific and Technical Complex "Aerospace Engineering and Higher Technologies"]. — Perm: PSTU, 2001. — p. 106-108. [in Russian]
4. Nichkov A.V. Vliyaniye parametrov shlifoval'nogo kruga na otkloneniye toroidal'ny'x profilej chervyaka i chervyachnoj frezy' [Influence of Grinding Wheel Parameters on the Deviation of Toroidal Profiles of a Worm and a Worm Cutter]. / A.V. Nichkov, N.A. Timofeev, A.G. Nichkov // Avtomatizatsiya i sovremennyye tekhnologii [Automation and Modern Technologies]. — 2016. — №5. — p. 8-11. [in Russian]
5. Nichkov A.V. Analiz izmeneniya toroidal'nogo profilya chervyachnoj frezy' pri peretochkax [Analysis of Changes in the Toroidal Profile of a Worm Cutter during Regrinding]. / A.V. Nichkov, N.A. Timofeev, A.G. Nichkov // Avtomatizatsiya i sovremennyye tekhnologii [Automation and Modern Technologies]. — 2016. — №8. — p. 3-7. [in Russian]
6. Verkhovskii A.V. Geometricheskoe modelirovaniye pri analize i sinteze chervyachnykh peredach obshchego tipa [Geometric Modeling in the Analysis and Synthesis of Worm Gears of a General Type] : dis. ... of PhD in Technical Sciences : 05.02.18 / Verkhovskii Aleksandr Vladimirovich. — М.: 2000. — 254 p. [in Russian]
7. Lagunin S.A. Metod e'ksperimental'nogo issledovaniya chervyachny'x peredach s zamknuty'mi liniyami kontakta [Method of Experimental Study of Worm Gears with Closed Lines of Contact]. / S.A. Lagunin, K.S. Serov, A.V. Verxovskij // Mashinostroenie [Mechanical Engineering]. — 1977. — №6. — p. 56-60. [in Russian]
8. Zalgaller V.A. Dostatochny'j priznak sushhestvovaniya ogibayushhej xarakteristik i rebra vozvrata na ogibayushhej poverxnosti parametrizirovannogo semeystva poverxnostej [A Sufficient Criterion for the Existence of an Envelope Characteristic and a Cusp Edge on the Envelope Surface of a Parameterized Family of Surfaces]. / V.A. Zalgaller, F.L. Litvin // Matematika [Mathematics]. — 1977. — №3. — p. 178-180. [in Russian]
9. Litvin F.L. Opredeleniye ogibayushhix linij kontakta vzaimoogibaemy'x poverxnostej [Determination of Envelope Lines of Contact of Mutually Bending Surfaces]. / F.L. Litvin // Matematika [Mathematics]. — 1975. — №10. — p. 47-49. [in Russian]
10. Semenchenko I.I. Rezhushhij instrument [Cutting Tool] / I.I. Semenchenko — М.: NTI, 1944. — 559 p. [in Russian]