

ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ/REAL, COMPLEX AND FUNCTIONAL ANALYSIS

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.143.18>

ОБ ОДНОМ НАГЛЯДНОМ ОПИСАНИИ ИСТОРИЧЕСКОГО СОБЫТИЯ С ПОМОЩЬЮ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ И ЕГО РЕШЕНИЯ

Научная статья

Иманбаев Н.С.^{1,*}

¹ ORCID : 0000-0002-5220-9899;

¹ Южно-Казахстанский педагогический университет имени О. Жанибекова, Шымкент, Казахстан

* Корреспондирующий автор (imanbaevnur[at]mail.ru)

Аннотация

В данной статье предпринята попытка анализа исторических событий методами математики, причем средствами, не выходящими за рамки школьной программы. Моделируется процесс нашествия джунгар 1643-1745г.г. с помощью тригонометрического уравнения. Строится графики характеристических функции джунгарского государства и казахского народа. Формулируется теорема (критерий) для решения поставленной задачи.

Представляется, что данный подход будет интересен не только с исторической и математической точек зрения, но и позволит заинтересовать учащихся к изучению как истории, так и математики, обогатит методику преподавания данных дисциплин в средней школе, позволит обосновать междисциплинарную связь математики и истории.

Ключевые слова: математическое моделирование, динамическая модель, исторические процессы, тригонометрические уравнения, характеристическая функция.

ON ONE VISUAL DESCRIPTION OF A HISTORICAL EVENT USING A TRIGONOMETRIC EQUATION AND ITS SOLUTION

Research article

Imanbaev N.S.^{1,*}

¹ ORCID : 0000-0002-5220-9899;

¹ Zhanibekov South Kazakhstan Pedagogical University, Shymkent, Kazakhstan

* Corresponding author (imanbaevnur[at]mail.ru)

Abstract

In this article, an attempt is made to analyse historical events by methods of mathematics, and by means that do not go beyond the school curriculum. The process of Dzungar invasion 1643-1745 with the help of trigonometric equation is modelled. Graphs of characteristic functions of the Dzungar state and Kazakh people are constructed. The theorem (criterion) for the solution of the set problem is formulated.

It seems that this approach will be interesting not only from the historical and mathematical points of view, but will also make it possible to interest students in the study of both history and mathematics, enrich the methodology of teaching these disciplines in secondary schools, and make it possible to substantiate the interdisciplinary connection between mathematics and history.

Keywords: mathematical modelling, dynamic model, historical processes, trigonometric equations, characteristic function.

Введение

Математическим моделированием биологических, социально-исторических и этнических процессов занимались такие ученые как В.И. Арнольд, Ю.Е. Аниконов, В. Вальтерра, А.М. Нахушев, Р.О. Кенетова [1], [2], [3], [5], [6].

В. Вальтерра в своей работе [5] описывается исследования, включающие проявления борьбы между членами некоторого сообщества, прирост одних благодаря гибели других. Математический подход опирается на изучение решений некоторых дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений, поведение которых нужно детально исследовать, либо, количественно, либо, чаще, только качественно. Работы А.М. Нахушева и Р.О. Кенетовой [6], [7], [8], [9] посвящены математическому моделированию нелокальных процессов в сложных системах, моделированию социально-исторических и этнических процессов, протекающих на уровне национальных сообществ, этнических социумов, нередко определяющимися наличием очагов конфликтности.

Изучая исторические данные, многие исследователи в области философии, антропологии, генетики, теологии, археологии пытаются найти фундаментальное объяснение историческому процессу. Иными словами, мы можем считать, что предмет истории имеет отношение и к названным наукам. Исходя из определений теории познания, мы знаем, что неполное знание об исследуемом объекте называют относительной истиной, а полное знание и точную информацию – абсолютной истиной. Относительная истина и абсолютная истина суть моменты проявления объективной реальности как общественно-исторического процесса. Объективная реальность существует только в относительно-абсолютной форме [10].

Таким образом, зачастую бывает недостаточным изучать историю, исходя лишь из ее собственных факторов: географической среды, территориальным и этническим границам, политико-социальным особенностям, экономического уклада, религии. Если рассматривать историю казахского народа на определенных этапах, то ее, на первый взгляд, достаточно сложно классифицировать и привести к единой системе. Так, анализ истории гуннов, саков,

уйсинов (3 в. до н.э. – 3 в. до н.э.), огидов и киданов (8-9 вв.), монголов (12-14 вв.) не объясняет, даже с точки зрения профессиональных историков, причин вражды между казахами и джунгарами, особенностей военной стратегии и тактики со стороны поздних джунгар (17-18 вв.).

Следует отметить, что, по мнению Л.Н. Гумилева, ученые и исследователи избегают географического детерминизма, т. е. уклоняются от оценки влияния окружающей среды, климата и т. п. на судьбы общества и цивилизации, иными словами, склонны к географическому нигилизму, даже не замечая, что значение природной среды вообще не учитывается [11].

При этом территория Казахстана по физико-географической характеристике состоит из трех основных частей [12, С. 11-12]. Западный, Северо-Западный Казахстан – пустыни, низменные степи; Северный и Центральный Казахстан – степные, луговые, горные; Южный, юго-восточный Казахстан имеет реки и озера, пастбища и горы. Подобные этнотерриториальные данные, в том числе, позволяют перейти к использованию описания исторических исследований математическими методами.

Отметим работу [13] доктора исторических наук, профессора Талгата Абдразакова «О нашествии джунгаров с 1643 по 1745 г.г. и его социально-экономические корни», в которой приведено обоснование длительной вражды между казахами и джунгарами.

В настоящей работе предпринята попытка анализа исторических событий методами математики, причем средствами, не выходящими за рамки школьной программы. Представляется, что данный подход будет интересен не только с исторической и математической точек зрения, но и позволит заинтересовать учащихся к изучению как истории, так и математики, обогатит методику преподавания данных дисциплин в средней школе, позволит обосновать междисциплинарную связь математики и истории.

Применяемые вспомогательные математические понятия

Понятие Теорема в математике означает, что свойство, удовлетворяющее определенному условию А, порождает свойство, удовлетворяющее условию В [14].

Критерий – это необходимое и достаточное условие.

1. Некоторые исследователи считают, что на политику руководства Джунгарского государства оказало влияние стремление Чингисхана создать огромную империю.

2. Если согласится с приведенным в пункте (1) утверждением, то придем к выводу, что джунгары, потерявшие территории в результате поражения от Китайской империи Цинь, стремились компенсировать потерянные территории за счёт территории Казахстана.

Перейдем к обоснованию математической модели.

Характеристическую функцию Джунгарского государства, включающую психологические, природные, социально-экономические, этнические, демографические, территориальные параметры, представим в следующем виде:

$$y = \frac{|\sin x|}{\cos x};$$

Аналогично построим характеристическую функцию казахского народа:

$$y = \frac{\sin 2x \cdot \cos x}{|\cos x|};$$

Если внимательно изучить исторические основы, этапы и предпосылки войн между любыми двумя государствами, двумя народами, можно наблюдать следующий закономерный характерный процесс. Практически всегда войны возникают при таком отклонении основных параметров от состояния покоя, которые приводят к антагонистическим противоречиям.

Рассмотрим сбалансированное состояние функций двух государств, характерное для исторических факторов социально-экономического исторического развития и периодов упадка. Причина создания уравнения будет видна в ходе работы.

Построим структурную схему алгоритма, содержащего логические выводы о последствиях непримиримого антагонистического конфликта между казахами и джунгарами, ставшего результатом затянувшихся боевых действий.



Рисунок 1 - Структурная схема
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.143.18.1>

На основе построенных логических заключений, вводим декартовы координаты, а также следующие обозначения; и определяем графические решения.

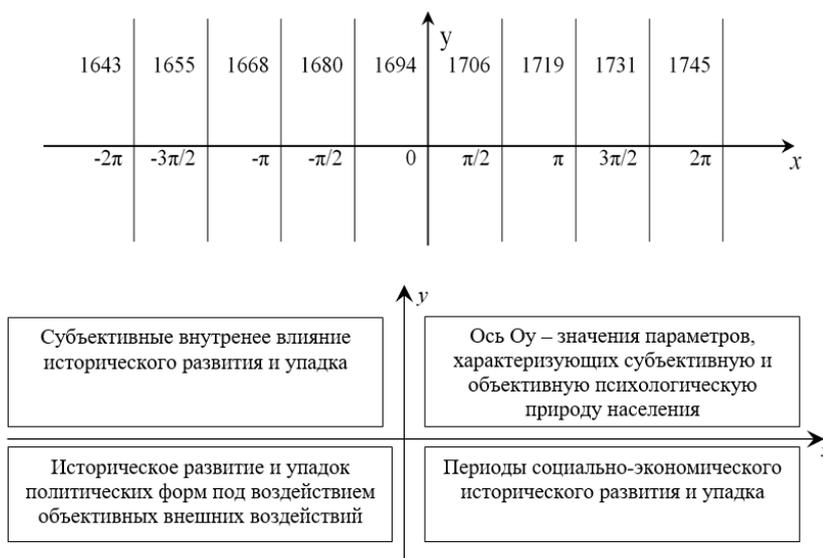


Рисунок 2 - Ввод декартовых координат
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.143.18.2>

1643-1655 (май), 1655-1668, 1668-1680 (июль), 1680-1694, 1694-1706 (май), 1706-1719, 1716-1731, 1731-1745 - переходные этапы.

Построим график характеристической функции джунгарского государства.

Аналитический и графический методы решения

Рассмотрим график функции

$$y = \frac{|\sin x|}{\cos x} = \begin{cases} |\operatorname{tg} x, & \text{если } \sin x \geq 0 \\ |-\operatorname{tg} x, & \text{если } \sin x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

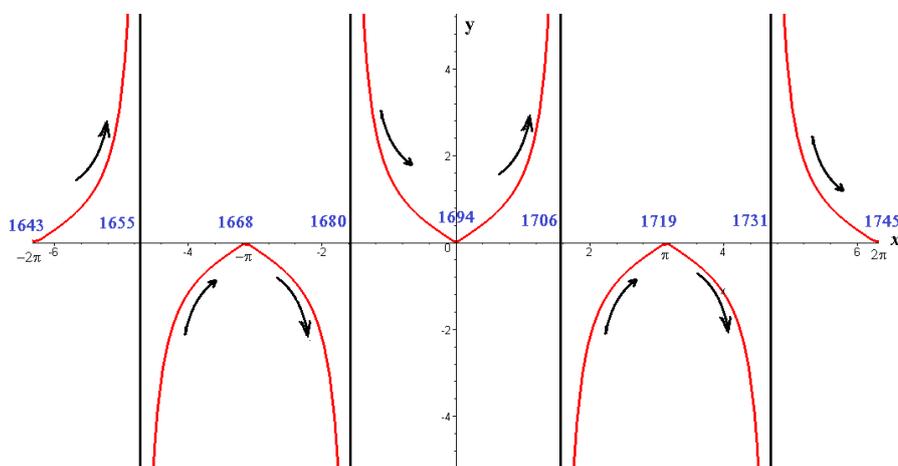


Рисунок 3 - График функции (1)
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.143.18.3>

Данная функция является непрерывной во всей области определения, с периодом. Данная особенность функции исторически показывает влияние Джунгарского ханства как высокоорганизованного единого феодального государства с сильной централизованной структурой власти.

В период 1643-1655гг. это было психологически, эмоционально, субъективно развитое государство с сильной готовностью к войне.

В 1655-1668 годах под влиянием внешнеполитических форм она развивалась в соответствии с объективными факторами.

С 1668 по 1680 год оно объективно пришло в упадок под влиянием конфликта с империей Цинь.

С 1668 по 1694г., а также в период 1681-1684г. за счет войны с казахскими джузами произошел субъективный упадок.

В 1694 году произошло антогонистическое противоречие. В 1694-1705г.г. стычка Цэбдан Рабдана с Таукеханом привела к субъективному росту.

В период 1706-1719г.г., функция определяется объективно, в связи с внешнеполитическим влиянием вооруженных конфликтов с Казахским ханством в 1717 году.

В период 1719-1731г.г., 1727-1730г.г. казахские войска нанесли джунгарам ощутимое поражение, что привело к объективному упадку.

В период 1731-1745г.г. воздействие таких ударов ослабило психологическую систему джунгарского народа в целом, произошел субъективный упадок. В 1745 году внутривполитическая обстановка в Джунгарии обострилась. Заметим, что различий в значениях параметров, характерных для субъективной и объективной психологической природы джунгар, не было.

Построим поэтапно график характеристической функции казахского народа. Сначала строим график функции $y = \cos x$, затем $y = |\cos x|$, потом $y = \frac{\cos x}{|\cos x|}$

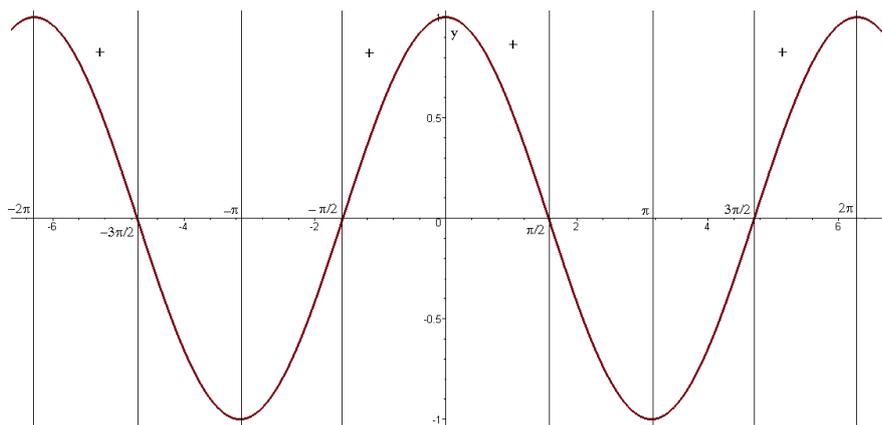


Рисунок 4 - График функции $y = \cos x$
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.143.18.4>

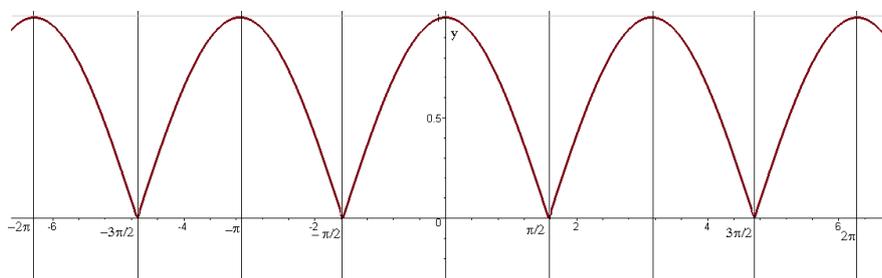


Рисунок 5 - График функции $y = |\cos x|$
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.143.18.5>

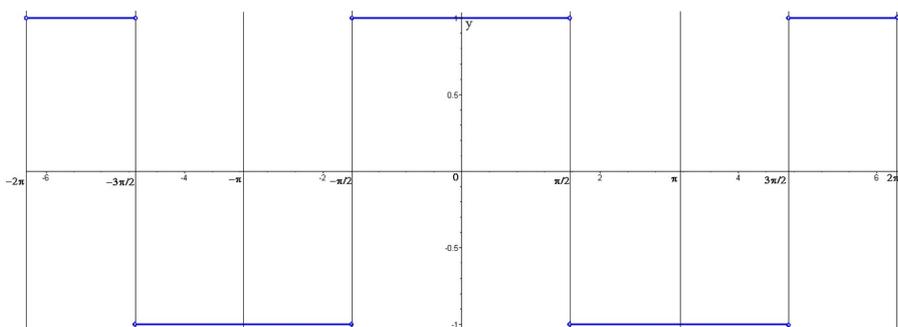


Рисунок 6 - График функции $y = \frac{\cos x}{|\cos x|}$
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.143.18.6>

Для функции $y = \frac{\cos x}{|\cos x|}$:
 $y = 1$, при $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$
 $y = -1$, при $x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

Теперь отобразим графически произведение двух функций $y = \sin 2x$ и $y = \frac{\cos x}{|\cos x|}$;
 функцию $z(x) = \sin 2x \frac{\cos x}{|\cos x|}$.

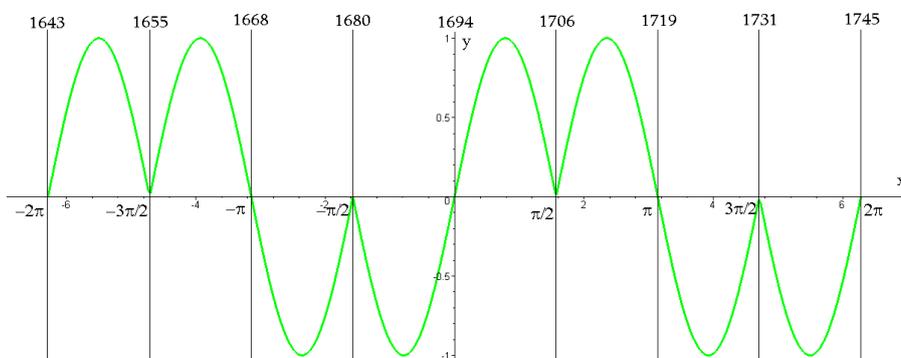


Рисунок 7 - Произведение двух функций $y = \sin 2x$ и $y = \cos x / |\cos x|$
 DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.143.18.7>

Область определения функции $z(x)$, является интервал $(-2\pi; 2\pi)$ с исключением точек $-\pi/2, \pi/2, 3\pi/2, -3\pi/2$ но эти точки являются разрывными. Неопределенные разрывные точки функции на исторических терминах соответствуют 1655г., 1680г., 1706г., 1731г., и описывают периоды упадка и разложения, вызванные определенными историческими условиями, отсутствием централизованного государства.

В XVII веке в 1643-1649 годах казахская нация начала развиваться в субъективной форме, но в период 1649-1655 годов из-за конфликта ханов и султанов трех джузов она разрушилась и распалась в субъективной форме.

В 1655-1668 годах распавшиеся роды в какой-то степени развивались сами по себе, но в то же время они начинали разлагаться под влиянием внешнего воздействия джунгар.

В течение 1668-1680г.г. на фоне внешних политических факторов казахи объединились и развивались в объективной форме.

В период 1680-1694 (1681-1684) влияние привело к разъединению и убыванию. В результате осознания казахским народом угроз своему существованию, произошел подъем до стадий перехода от объективной формы к субъективной форме (примерно до 1700-х гг.).

До 1745 г. подобная динамика периодически повторялась. В 1731 году 10-го октября состоялся объединенный казахский курултай, где отказались от предложения России. По субъективным параметрам ограничено сверху, а по объективным параметрам ограниченность снизу, что выразилось в равномерной метрике $(-1, 1)$.

Теперь сопоставляя оба историко-математические графики обнаружим те точки (те годы), которые описывают противоречивость и антагонизм.

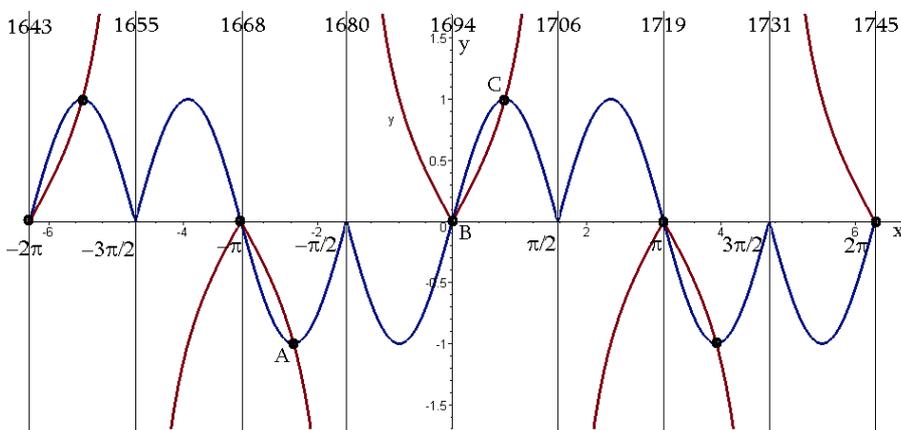


Рисунок 8 - Сопоставление историко-математических графиков
 DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.143.18.8>

Точки пересечения двух функций: $A = -3\pi/4$, $B = 0$, $C = \pi/4$. Эти точки в каждом периоде повторяются.

Точка А есть локальная окрестность 1674 года, в ней описывается напряжение между двумя странами в периоды упадка в объективной форме.

Точка В указывает на то, что в районе 1694 года психологическая ситуация казахской страны находилась на стадии бурного развития, а джунгарская страна находилась в состоянии упадка в своей субъективной форме и на стадии, когда она перешла на стадию развития.

Точка С – описывает 1699-1700гг., где произошла стычка Таукехана с Цэбдан Рабдоном.

На основе приведенного ранее алгоритма, выводов, результатов сопоставления исторических и математических графиков составим тригонометрическое уравнение:

$$\frac{|\sin x|}{\cos x} = \frac{\sin 3x + \sin x}{2|\cos x|} \Rightarrow \frac{|\sin x|}{\cos x} = \frac{2 \sin 2x \cos x}{2|\cos x|} \Rightarrow \frac{|\sin x|}{\cos x} = \frac{2 \sin x \cos^2 x}{|\cos x|}$$

Аналитическим способом решаем:

1) Область значений x : $\cos x \neq 0$

$$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

2) а) при $x \in [-\pi; -\frac{\pi}{2}) \cup [0; \frac{\pi}{2})$:

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{2 \sin x \cos^2 x}{\cos x} \Rightarrow \frac{\sin x - 2 \sin x \cos^2 x}{\cos x} = 0; \cos x \neq 0$$

$$\sin x - 2 \sin x \cos^2 x = 0 \Rightarrow \sin x (1 - 2 \cos^2 x) = 0$$

I. $\sin x = 0 \Rightarrow x_1 = \pi k, k \in Z$

II. $1 - 2 \cos^2 x = 0 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$

б) при $(-\frac{\pi}{2}; 0] \cup (\frac{\pi}{2}; \pi]$:

$$\frac{-\sin x}{\cos x} = \frac{2 \sin x \cos^2 x}{\cos x} \Rightarrow \frac{2 \sin x \cos^2 x + \sin x}{\cos x} = 0; \cos x \neq 0$$

$$\sin x (2 \cos^2 x + 1) = 0$$

III. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x_1 = \pi n, n \in Z$

IV. $2 \cos^2 x + 1 = 0 \Rightarrow \cos^2 x = -\frac{1}{2} \Rightarrow$ нет решения

Из 4-х случаев выберем точный ответ:

$$x_1 = \pi k, \quad x_2 = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \quad x_3 = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in Z.$$

Заметим, что аналитическое решение однозначно совпадают с соответствующими точками при графическом решении.

Имеет место следующая теорема (критерий): для того чтобы описать политические и военные кризисы антагонистических противоречивости двух государств (Джунгар и Казахы) необходимо и достаточно сопоставить описывающие характеристических функции, которые имеют решения в некоторых частных случаях.

Заключение

Появление актуальных исследований о возможности применения современной математики для широкого круга самых разных наук и областей оказало большое влияние на школьную математику. Использование математических законов и теорем в исследованиях в области естественных наук давно и широко используется. В то же время мы все больше убеждаемся в наличии математических законов в области гуманитарных наук. В частности, подобными проблемами занимался академик В.И.Арнольд.

В данной научной работе представлен математический метод, направленный на выделение динамической картины джунгарского нашествия в период 1643-1745 гг. Данное исследование является одним из частных случаев применения тригонометрических объектов. Описание закономерностей такого рода, несомненно, вызывает интерес всех учащихся.

Конфликт интересов

Не указан.

Рецензия

Деменченко О.Г., Восточно-Сибирский институт МВД России, Иркутск Российская Федерация
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.143.18.9>

Conflict of Interest

None declared.

Review

Demenchenok O.G., East-Siberian Institute of the Ministry of Internal Affairs of the Russian Federation, Irkutsk Russian Federation
DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.143.18.9>

Список литературы / References

1. Арнольд В.И. Математика и математическое образование в современном мире / В.И. Арнольд // Математическое образование. — 1997. — №2 — С. 109-112.
2. Арнольд В.И. Математическое понимание природы / В.И. Арнольд. — М.: 2009. — 144 с.
3. Арнольд В.И. Эволюционные процессы и обыкновенные дифференциальные уравнения / В.И. Арнольд // Квант. — 2020. — №1. — С. 29-37.
4. Аниконов Ю.Е. О математическом моделировании этнических процессов / Ю.Е. Аниконов // Доклады академии наук. — 1995. — Т. 345. — №1. — С. 7-9.
5. Вальтерра В. Математическая теория борьбы за существование / В. Вальтерра. — М.: Наука, 1970.
6. Нахушев А.М. Моделирование социально-исторических и этнических процессов / А.М. Нахушев, Р.О. Кенетова. — Нальчик: Эль-Фа, 1998. — 179 с.

7. Нахушев А.М. Математические методы в исторических исследованиях / А.М. Нахушев. — Нальчик, КБГУ, 1987. — 56 с.
8. Нахушев А.М. Математические методы и модели в исторических исследованиях / А.М. Нахушев. — Нальчик: Издательство М. и В. Котляров, 2012, — 144 с.
9. Кенетова Р.О. К математическому моделированию внутри этической эволюции / Р.О. Кенетова, А.М. Нахушев // Труды ФОРА. — №2. — 1997.
10. Иманбаев Н.С. Об одном математическом закономерности в обществоведениях / Н.С. Иманбаев, Г.С. Мырзахметова // Поиск. Серия естественных наук. — Алматы: ВШК, 1998. — № 5. — с. 101-103
11. Сулейменов О.О. Аз и Я / О.О. Сулейменов. — Алма-Ата: Жазушы, 1975г. — 359 с.
12. Чупахин В.М. Физическая география Казахстана / В.М. Чупахин. — Алма-Ата: Мектеп, 1968. — 260 с.
13. Абдразаков Т. О нашествии джунгаров с 1643 по 1745г.г. и его социально-экономические корни / Т. Абдразаков // Казахская литература. — 1992.
14. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала анализа / А.Н. Колмогоров. — М.: Просвещение, 1990. — 319 с.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Arnol'd V.I. Matematika i matematicheskoe obrazovanie v sovremennom mire [Mathematics and mathematics education in the modern world] / V.I. Arnol'd // Matematicheskoe obrazovanie [Mathematics Education]. — 1997. — №2 — P. 109-112. [in Russian]
2. Arnol'd V.I. Matematicheskoe ponimanie prirody [A mathematical understanding of nature] / V.I. Arnol'd. — М.: 2009. — 144 p. [in Russian]
3. Arnol'd V.I. Jevoljucionnye processy i obyknovennye differencial'nye uravnenija [Evolutionary processes and ordinary differential equations] / V.I. Arnol'd // Kvant [Quant]. — 2020. — №1. — P. 29-37. [in Russian]
4. Anikonov Ju.E. O matematicheskom modelirovanii jetnicheskikh processov [On mathematical modelling of ethnic processes] / Ju.E. Anikonov // Doklady akademii nauk [Reports of the Academy of Sciences]. — 1995. — Vol. 345. — №1. — P. 7-9. [in Russian]
5. Val'terra V. Matematicheskaja teorija bor'by za sushhestvovanie [A mathematical theory of the struggle for existence] / V. Val'terra. — М.: Nauka, 1970. [in Russian]
6. Nahushev A.M. Modelirovanie social'no-istoricheskikh i jetnicheskikh processov [Modelling socio-historical and ethnic processes] / A.M. Nahushev, R.O. Kenetova. — Nal'chik: Jel'-Fa, 1998. — 179 p. [in Russian]
7. Nahushev A.M. Matematicheskie metody v istoricheskikh issledovanijah [Mathematical methods in historical research] / A.M. Nahushev. — Nal'chik, KBGU, 1987. — 56 p. [in Russian]
8. Nahushev A.M. Matematicheskie metody i modeli v istoricheskikh issledovanijah [Mathematical methods and models in historical research] / A.M. Nahushev. — Nal'chik: Publishing House M. and V. Kotljarov, 2012, — 144 p. [in Russian]
9. Kenetova R.O. K matematicheskomu modelirovaniju vnuti jeticheskoi jevoljucii [Towards mathematical modelling within ethical evolution] / R.O. Kenetova, A.M. Nahushev // Trudy FORA [Proceedings of FORA]. — №2. — 1997. [in Russian]
10. Imanbaev N.S. Ob odnom matematicheskom zakonomernosti v obshhestvovedenijah [About one mathematical regularity in social sciences] / N.S. Imanbaev, G.S. Myrzahmetova // Poisk. Serija estestvennyh nauk [Search. Series of natural sciences.]. — Almaty: VShK, 1998. — № 5. — p. 101-103 [in Russian]
11. Sulejmenov O.O. Az i Ja [Az and I] / O.O. Sulejmenov. — Alma-Ata: Zhazushy, 1975 — 359 p. [in Russian]
12. Chupahin V.M. Fizicheskaja geografija Kazahstana [Physical geography of Kazakhstan] / V.M. Chupahin. — Alma-Ata: Mektep, 1968. — 260 p. [in Russian]
13. Abdrazakov T. O nashestvii dzhungarov s 1643 po 1745g.g. i ego social'no-jekonomicheskie korni [On the Dzungar invasion from 1643 to 1745 and its socio-economic roots] / T. Abdrazakov // Kazahskaja literatura [Kazakh Literature]. — 1992. [in Russian]
14. Kolmogorov A.N. Algebra i nachala analiza [Algebra and Beginning of Analysis] / A.N. Kolmogorov. — М.: Prosvshhenie, 1990. — 319 p. [in Russian]